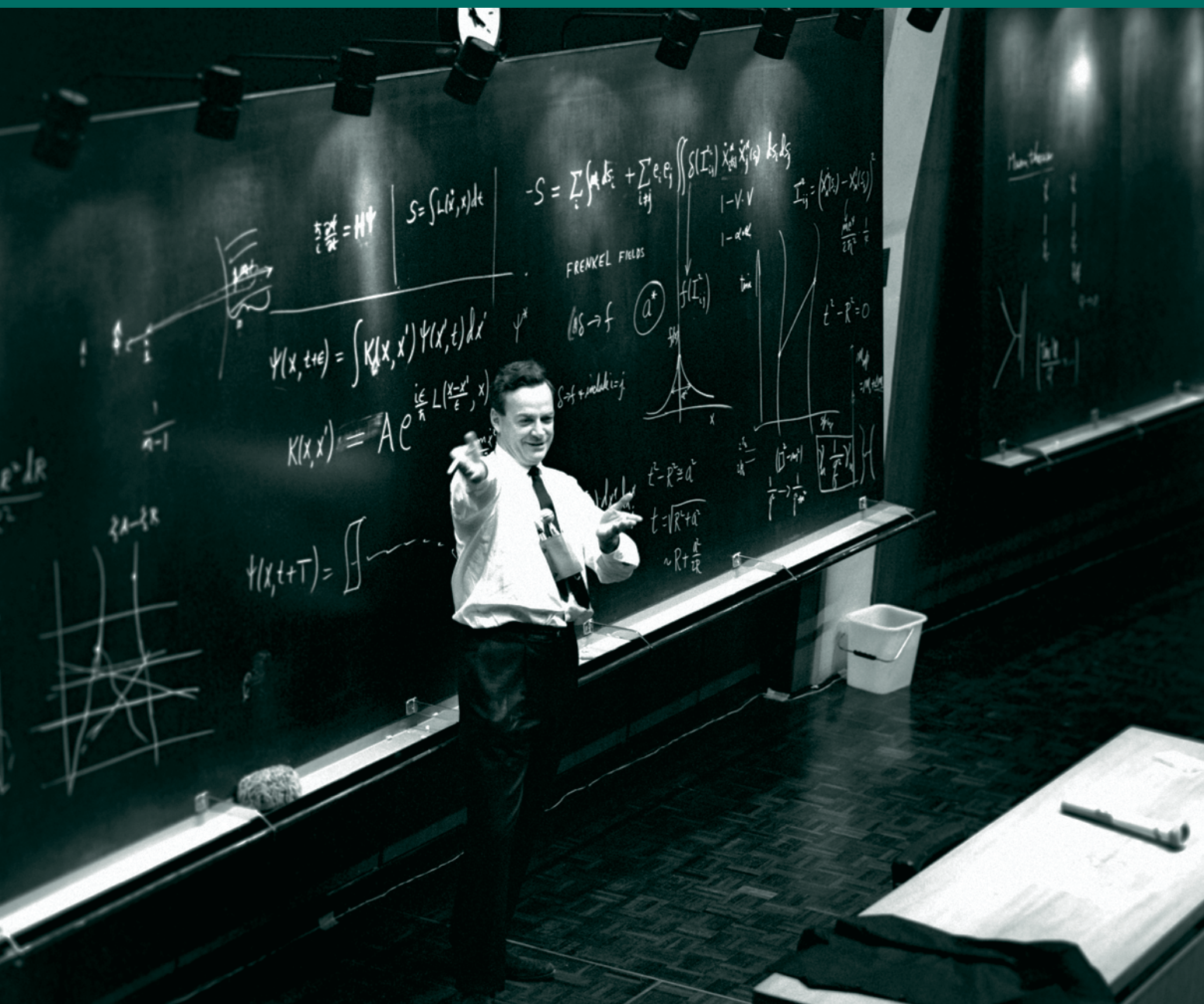


# Lecciones de física de Feynman III. Mecánica cuántica

Richard P. Feynman, Robert B. Leighton  
y Matthew Sands



EDICIONES  
CIENTÍFICAS  
UNIVERSITARIAS

TEXTO CIENTÍFICO  
UNIVERSITARIO

**Richard P. Feynman** (Nueva York, 1918-Los Ángeles, 1988), reconocido físico estadounidense, estudió ciencias en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) y el doctorado en la Universidad de Princeton. Enseñó en Cornell y en el Instituto Tecnológico de California (Caltech). En 1965 recibió el Premio Nobel de Física, junto con Sin-Itiro Tomonaga y Julian Schwinger por su trabajo fundamental en electrodinámica cuántica, con profundas consecuencias para la física de las partículas elementales.

**Robert B. Leighton** (Detroit, 1919-Pasadena, 1997) realizó un trabajo pionero en física de estado sólido, física de rayos cósmicos, los comienzos de la física moderna de partículas, física solar, fotografía planetaria, astronomía infrarroja y astronomía de ondas milimétricas y submilimétricas a lo largo de su vida. Fue ampliamente conocido por su diseño innovador de instrumentos científicos, y muy admirado como profesor.

**Matthew Sands** (Oxford, Massachusetts 1919-Santa Cruz, California, 2014) fue un reconocido físico y profesor, doctor por el MIT. Después de la guerra, Sands ayudó a fundar la Federación de Científicos Atómicos de Los Álamos, que presionó contra el uso de armas nucleares. Participó en la construcción del sincrotrón de Caltech y fue director del Acelerador Lineal de Stanford, entre otros cargos científicos y educativos.



EDICIONES CIENTÍFICAS UNIVERSITARIAS

---

SERIE TEXTO CIENTÍFICO UNIVERSITARIO

LECCIONES DE FÍSICA DE FEYNMAN, III



RICHARD P. FEYNMAN  
ROBERT B. LEIGHTON • MATTHEW SANDS

# Lecciones de física de Feynman

III. Mecánica cuántica



FONDO DE CULTURA ECONÓMICA

Primera edición en inglés, 1965  
Primera edición en español, 1971  
Primera edición, FCE, 2022

[Primera edición en libro electrónico, 2023]

---

Feynman, Richard P., Robert B. Leighton y Matthew Sands

Lecciones de física de Feynman III. Mecánica cuántica / Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands ; trad. de Carlos Alberto Heras, Juan Martín y Marfil ; colab. de Ricardo Gómez. — México : FCE, 2022

[416] p. ;ilus. ; 28 × 21 cm — (Colec. Ediciones Científicas Universitarias)

Título original: *The Feynman Lectures on Physics, III. Quantum mechanics*

ISBN 978-607-16-5972-9 (Obra completa)

ISBN 978-607-16-7574-3 (Vol. 3)

1. Mecánica cuántica 2. Física I. Leighton, Robert B., coaut. II. Sands, Matthew, coaut. III. Heras, Carlos Alberto, tr. IV. Martín y Marfil, Juan, tr. V. Gómez, Ricardo, colab. VI. Ser. VII. t.

LC QC23.F47

Dewey 530 F574l Vol. 3

---

#### *Distribución mundial*

La presente edición se basa en la *New Millennium Edition* publicada por Basic Books e incluye la corrección de erratas hasta su 7ª reimpresión. Ésta es una versión corregida y revisada de la traducción de Carlos Alberto Heras y Juan Martín y Marfil, con la colaboración de Ricardo Gómez, que fue publicada originalmente bajo el sello del Fondo Educativo Interamericano, S. A.

© 1965, 2006, 2010, por el California Institute of Technology,  
Michael A. Gottlieb y Rudolf Pfeiffer  
Título original: *The Feynman Lectures on Physics,*  
*III. Quantum mechanics*

Proyecto apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología



D. R. © 2022, Fondo de Cultura Económica  
Carretera Picacho-Ajusco, 227; 14110 Ciudad de México  
[www.fondodeculturaeconomica.com](http://www.fondodeculturaeconomica.com)  
Comentarios: [editorial@fondodeculturaeconomica.com](mailto:editorial@fondodeculturaeconomica.com)  
Tel.: 55-5227-4672

Diseño de portada: Laura Esponda Aguilar  
Fotografía de portada: Conferencia post-Nobel de Richard Feynman en el CERN, 1965.  
Crédito: CERN/Science Photo Library

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, sea cual fuere el medio, sin la anuencia por escrito del titular de los derechos.

ISBN 978-607-16-5972-9 (rústico, Obra completa)  
ISBN 978-607-16-7574-3 (rústico, Vol. 3)  
ISBN 978-607-16-6120-3 (electrónico-pdf, Obra completa)  
ISBN 978-607-16-7792-1 (electrónico-pdf, Vol. 3)

Impreso en México • *Printed in Mexico*

## ***Sobre Richard Feynman***

Nacido en 1918 en la ciudad de Nueva York, Richard P. Feynman recibió su doctorado de la Universidad de Princeton en 1942. A pesar de que era muy joven, tuvo un papel importante en el Proyecto Manhattan en Los Álamos durante la segunda Guerra Mundial. Más tarde, dio clases en la Universidad Cornell y en el Instituto de Tecnología de California. En 1965 recibió el premio Nobel de física, junto con Sin-Itiro Tomonaga y Julian Schwinger, por su trabajo en la electrodinámica cuántica.

El doctor Feynman ganó el premio Nobel por haber resuelto con éxito algunos problemas de la teoría de la electrodinámica cuántica. También creó una teoría matemática que explica el fenómeno de la superfluidez en el helio líquido. Después, con Murray Gell-Mann, realizó un trabajo fundamental en el área de las interacciones débiles como la desintegración beta. En años posteriores, Feynman desempeñó un papel clave en el desarrollo de la teoría de los quarks al presentar su modelo de partones de procesos de colisión de protones de alta energía.

Más allá de estos logros, el doctor Feynman introdujo nuevas técnicas básicas de computación y notación en la física: se destacan los omnipresentes diagramas de Feynman que, quizá más que ningún otro formalismo en la historia científica cercana, han cambiado la manera en la que los procesos físicos básicos son conceptualizados y calculados.

Feynman fue un maestro sobresaliente en su labor. De todos sus numerosos galardones, estaba orgulloso en particular de la Medalla Oersted para la enseñanza, a la cual se hizo acreedor en 1972. Un reseñista de *Scientific American* describió las *Lecciones de física de Feynman*, publicadas originalmente en 1963, como “arduas, pero sustanciosas y llenas de sabor. Después de 25 años son la guía para maestros y para los mejores alumnos que comienzan”. Con el fin de mejorar la comprensión de la física entre los no especialistas, el doctor Feynman escribió: *El carácter de la ley física y Electrodinámica cuántica. La extraña teoría de la luz y la materia*. También fue autor de varias publicaciones avanzadas que se han vuelto referencias y manuales clásicos para investigadores y estudiantes.

Richard Feynman fue un hombre público productivo. Su trabajo en la comisión Challenger es perfectamente conocido, sobre todo su famosa demostración de la susceptibilidad de las juntas tóricas al frío, un experimento elegante que requería de nada más que un vaso de agua helada y una abrazadera. Fueron menos célebres los esfuerzos del doctor Feynman en los años sesenta en el comité curricular de la Universidad Estatal de California, donde protestó por la mediocridad de los libros de texto.

Una recitación de los incontables logros científicos y educativos de Richard Feynman no puede capturar adecuadamente la esencia de este hombre. Como lo sabe cualquier lector de sus publicaciones, incluso las más técnicas, la personalidad dinámica y multifacética de Feynman resplandece a lo largo de toda su obra. Además de físico, en muchas ocasiones fue reparador de radios, forzador de cerraduras, artista, bailarín, intérprete de bongó y descifrador de jeroglíficos mayas. Con una curiosidad perpetua por su mundo, fue un empirista ejemplar.

Richard Feynman murió el 15 de febrero de 1988 en Los Ángeles.





## ***Prefacio a la Edición del nuevo milenio***

Han pasado casi 50 años desde que Richard Feynman impartió el curso introductorio de física en el Instituto de Tecnología de California (Caltech) que dio origen a estos tres volúmenes, las *Lecciones de física de Feynman*. En esos 50 años, nuestra comprensión del mundo físico ha cambiado en gran medida, pero esta obra ha perdurado. Las lecciones de Feynman son tan poderosas hoy en día como lo eran recién publicadas, gracias a lo singular de sus observaciones sobre la física y su método de enseñanza. Físicos principiantes y experimentados las han estudiado por igual en todo el mundo; han sido traducidas al menos a una docena de lenguas, con más de 1.5 millones de ejemplares impresos sólo en inglés. Quizá ninguna otra serie de libros de física haya tenido un impacto tan amplio y duradero.

Esta *Edición del nuevo milenio* abre paso a una nueva era para las *Lecciones de física de Feynman*: la era de la edición digital en el siglo XXI. Las *Lecciones* se han vuelto *Lecciones-e* cuyo texto y ecuaciones se expresan en el lenguaje de composición tipográfica L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X y cuyas figuras fueron hechas de nuevo en su totalidad con software de dibujo moderno.

Las consecuencias para la edición *impresa* de esta edición *no* sorprenden; se ve casi igual a los libros rojos originales que los estudiantes de física han conocido y disfrutado por décadas. Las diferencias principales están en un índice alfabético ampliado y mejorado, en la corrección de 885 erratas que los lectores encontraron a lo largo de cinco años desde la primera impresión de la edición anterior, y en la facilidad de corregir erratas que los futuros lectores lleguen a encontrar. Regresaré a esto líneas adelante.

La *eBook Version* de esta edición y la *Enhanced Electronic Version* son innovaciones electrónicas. En contraste con la mayoría de las versiones electrónicas de libros técnicos del siglo XX, cuyas ecuaciones, figuras y en ocasiones incluso texto pierden calidad en cuanto uno trata de ampliarlos, el manuscrito en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X de la *Edición del nuevo milenio* hace posible la creación de libros electrónicos de la más alta calidad, en los que todas las características de la página (excepto las fotografías) pueden ampliarse sin límites y conservar sus formas y definición precisas. Y la *Enhanced Electronic Version*, que cuenta con audio y fotografías de pizarrones de las lecciones originales de Feynman, además de hipervínculos a otros recursos, es una innovación que le habría dado mucha satisfacción a Feynman.

## ***Recuerdos de las lecciones de Feynman***

Estos tres volúmenes son un tratado pedagógico autosuficiente. También son un registro histórico de las lecciones universitarias de física de Feynman entre 1961 y 1964, una materia obligatoria para todos los estudiantes de primer y segundo años en Caltech, sin importar la especialidad a la que aspirarán.

Los lectores se preguntarán, como lo hice yo, cuál fue el impacto que las lecciones de Feynman tuvieron en los estudiantes que las presenciaron. En su Prefacio a estos volúmenes, Feynman ofreció un punto de vista algo negativo al respecto: “No creo que me haya ido muy bien con los estudiantes”, escribió. Matthew Sands, en su breve texto autobiográfico en *Feynman’s Tips on Physics*, expresó un punto de vista mucho más optimista. Por pura curiosidad, en la primavera de 2005 envié correos electrónicos o hablé con una muestra *cuasi* aleatoria de 17 alumnos (de unos 150) de la clase de Feynman entre 1961 y

1963 —entre ellos algunos a los que se les dificultó mucho la clase y otros que no tuvieron ningún problema para dominarla, biólogos, químicos, ingenieros, geólogos, matemáticos y astrónomos, al igual que físicos—.

Puede que los años intermedios hayan esmaltado sus recuerdos de un matiz eufórico, pero cerca de 80 % de ellos recuerdan las lecciones de Feynman como uno de los puntos más memorables de sus años de universidad. “Era como ir a la iglesia.” Las lecciones eran “una experiencia transformativa”, “una experiencia de vida, probablemente lo más importante que obtuve de Caltech”. “Yo estudiaba biología, pero las lecciones de Feynman se destacan como uno de los puntos más altos en mi experiencia universitaria... aunque debo admitir que en esa época no podía hacer la tarea y casi no entregué ninguna.” “Yo me encontraba entre los estudiantes menos prometedores de su clase, y nunca me perdí una sola sesión... recuerdo y todavía puedo sentir el entusiasmo de Feynman por el descubrimiento... Sus lecciones tenían un... impacto emocional que quizá se perdió en las *Lecciones* impresas.”

En contraste, varios de los estudiantes tienen recuerdos negativos debido en gran medida a dos cuestiones: (i) “No podías aprender a trabajar con los problemas de tarea al asistir a las lecciones. Feynman era demasiado ingenioso: conocía trucos y sabía qué aproximaciones podían hacerse, tenía una intuición basada en la experiencia y en una genialidad que un estudiante que apenas comienza no posee”. Feynman y sus colegas, conscientes de esta falla en el curso, la resarcieron en parte con materiales que se han incorporado a *Feynman's Tips on Physics*: tres lecciones hechas por el propio Feynman sobre resolución de problemas, y un conjunto de ejercicios y respuestas preparado por Robert B. Leighton y Rochus Vogt. (ii) “La inseguridad de no saber lo que podría discutirse en la siguiente lección, la falta de un libro de texto o referencia que tuviera cualquier relación con el material de lectura y la consecuente inhabilidad que teníamos para adelantar lecturas eran muy frustrantes... Las lecciones me parecían emocionantes y comprensibles en el aula, pero afuera eran sánscrito (cuando trataba de reconstruir los detalles).” Desde luego, este problema se resolvió en estos tres volúmenes, la versión impresa de las *Lecciones de física de Feynman*. Éstas se volvieron el libro de texto que los estudiantes de Caltech han usado para estudiar durante muchos años después, y sobreviven hoy en día como uno de los mayores legados de Feynman.

## ***Una historia de erratas***

Feynman y sus coautores, Robert B. Leighton y Matthew Sands, produjeron las *Lecciones de física de Feynman* con gran rapidez, trabajando a partir de grabaciones y fotografías de pizarrones de las lecciones de Feynman† (ambas se incorporaron en la *Enhanced Electronic Version* de esta *Edición del nuevo milenio*). Debido al ritmo tan acelerado al que trabajaron Feynman, Leighton y Sands, era inevitable que muchos errores se colaran en la primera edición. Feynman acumuló largas listas de erratas alegadas en los años subsiguientes, erratas que hallaron los estudiantes y profesores de Caltech así como lectores alrededor del mundo. En los años sesenta e inicios de los setenta, Feynman hizo un espacio en su ajetreada vida para verificar la mayor parte de las erratas, aunque no todas, de los volúmenes I y II e insertar las correcciones en las reimpressiones siguientes. Pero el sentido del deber de Feynman nunca logró sobreponerse a su entusiasmo por nuevos descubrimientos para lograr que atendiera las erratas en el volumen III.‡ Después de su muerte prematura en 1988, las listas de erratas de los tres volúmenes se guardaron en el Archivo de Caltech y quedaron ahí olvidadas.

---

† Para descripciones de la génesis de las lecciones de Feynman y de estos volúmenes, véanse el prefacio y las introducciones a cada uno de los tres volúmenes, e incluso véase el texto autobiográfico de Matt Sands en *Feynman's Tips on Physics*, y el prefacio especial a la *Edición conmemorativa* de las *Lecciones de Feynman*, escrito en 1989 por David Goodstein y Gerry Neugebauer, que también aparece en la *Edición definitiva* de 2005.

‡ En 1975 comenzó a buscar las erratas del volumen III, pero se distrajo con otras cosas y nunca terminó la tarea, de modo que no se hicieron correcciones.

En 2002, Ralph Leighton (hijo del fallecido Robert Leighton y compañero de Feynman) me informó de las viejas erratas y de una nueva y larga lista que había compilado su amigo Michael Gottlieb. Leighton propuso que Caltech realizara una nueva edición de las *Lecciones de Feynman* con todas las erratas corregidas, y que la publicara junto con un nuevo volumen de material complementario, *Feynman's Tips on Physics*, que él y Gottlieb estaban preparando.

Feynman era mi héroe y fue mi amigo cercano. Cuando vi las listas de erratas y el contenido del nuevo volumen propuesto, accedí pronto a supervisar el proyecto en representación de Caltech (que durante mucho tiempo fue el hogar académico de Feynman, al cual él, Leighton y Sands habían encomendado todos los derechos y responsabilidades de las *Lecciones de Feynman*). Después de un año y medio de trabajo meticuloso por parte de Gottlieb, y del atento examen del doctor Michael Hartl (un investigador posdoctoral notable de Caltech que evaluó todas las erratas además del nuevo volumen), la *Definitive Edition of the Feynman Lectures on Physics* vio la luz en 2005; tenía alrededor de 200 erratas corregidas y estaba acompañada por *Feynman's Tips on Physics*, de Feynman, Gottlieb y Leighton.

Yo *pensé* que esa edición iba a ser la “definitiva”. Lo que no anticipé fue la respuesta entusiasta de los lectores alrededor del mundo ante el llamado de Gottlieb para identificar más erratas y enviarlas por medio del sitio web que él creó y aún mantiene, *The Feynman Lectures Website*, [www.feynmanlectures.info](http://www.feynmanlectures.info). En los cinco años a partir de entonces, se han enviado 965 erratas nuevas que sobrevivieron el meticuloso escrutinio de Gottlieb, Hartl y Nate Bode (un estudiante de posgrado notable de Caltech, quien sucedió a Hartl como el examinador de erratas por parte de esta institución). De estas 965 erratas evaluadas, 80 se corrigieron en la cuarta reimpression de la *Definitive Edition* (agosto de 2006) y las otras 885 se corrigieron en esta primera impresión de la *Edición del nuevo milenio* (332 en el volumen I, 263 en el volumen II y 200 en el volumen III). Para los detalles de las erratas, véase [www.feynmanlectures.info](http://www.feynmanlectures.info).

Está claro que liberar de errores las *Lecciones de física de Feynman* se ha vuelto una empresa comunitaria a nivel mundial. En nombre de Caltech agradezco a los 50 lectores que han contribuido desde 2005 y a los muchos más que lleguen a contribuir en los años por venir. Los nombres de todos los que contribuyeron se encuentran en [www.feynmanlectures.info/flp\\_errata.html](http://www.feynmanlectures.info/flp_errata.html).

Casi todas las erratas han sido de tres tipos: (i) errores tipográficos en prosa; (ii) errores tipográficos y matemáticos en ecuaciones, tablas y figuras —errores en signos, números incorrectos (por ejemplo, un 5 que debería ser un 4), así como subíndices, signos de suma, paréntesis y términos faltantes en ecuaciones—; (iii) referencias cruzadas incorrectas a otros capítulos, tablas y figuras. Esta clase de errores, a pesar de que no son gravísimos para un físico experimentado, pueden ser frustrantes y confusos para la audiencia primaria de Feynman: los estudiantes.

Cabe resaltar que entre las 1 165 erratas que se corrigieron bajo mi auspicio son pocas las que considero como verdaderos errores en física. Un ejemplo está en el volumen II, página 5-10 que ahora dice “[...] si una cavidad está completamente encerrada por un conductor a tierra, ninguna distribución estática de cargas en el *interior* puede producir campos [eléctricos] en el *exterior*” (la precisión “a tierra” fue omitida en ediciones previas). Este error le fue señalado a Feynman por varios lectores, entre los que estaba Beulah Elizabeth Cox, estudiante en el College of William and Mary, quien confió en el pasaje erróneo de Feynman para un examen. En 1975 Feynman le escribió lo siguiente a la señorita Cox:† “Tu profesor tuvo razón en no darte puntos, pues tu respuesta es incorrecta, como lo demostró él usando la ley de Gauss. En la ciencia, se deben usar argumentos lógicos y elaborados con cuidado, no sólo creer en las autoridades. También leíste el libro correctamente y lo entendiste. Cometí un error, y el libro está mal. Tal vez estaba pensando en una esfera conductora a tierra, o bien en el hecho de que

---

† Páginas 288-289 de *Perfectly Reasonable Deviations from the Beaten Track, The Letters of Richard P. Feynman*, editado por Michelle Feynman (Basic Books, Nueva York, 2005).

mover las cargas en lugares distintos del interior no afecta las cosas en el exterior. No estoy seguro, pero metí la pata. Y tú también metiste la pata por creermelo”.

### ***Cómo cobró vida esta Edición del nuevo milenio***

Entre noviembre de 2005 y julio de 2006, 340 erratas fueron enviadas al sitio web de las *Lecciones de Feynman* [www.feynmanlectures.info](http://www.feynmanlectures.info). Llama la atención que el grueso de éstas viniera de una sola persona: el doctor Rudolf Pfeiffer, que entonces era becario de posdoctorado en la Universidad de Viena, Austria. La editorial, Addison Wesley, arregló 80 erratas, pero se resistió a arreglar más debido al costo: los libros se imprimían mediante un proceso de foto offset y trabajaban con imágenes fotográficas de las páginas de los años sesenta. Corregir un error implicaba volver a formar la página entera, y para asegurar que no se colaran nuevos errores, la página debía volver a formarse por dos personas diferentes, para que luego la leyeran y corrigieran varias personas distintas: se trata de un proceso muy costoso cuando hay cientos de erratas en juego.

Gottlieb, Pfeiffer y Ralph Leighton estaban muy disgustados con esto, por lo que formularon un plan para facilitar el arreglo de todas las erratas, y también producir la versión electrónica y la aumentada de las *Lecciones de física de Feynman*. Me propusieron su plan a mí, como representante de Caltech, en 2007. Me emocioné, pero procedí con cautela. Después de ver más detalles, entre ellos un capítulo de muestra de la *Enhanced Electronic Version*, recomendé que Caltech cooperara con Gottlieb, Pfeiffer y Leighton para llevar a cabo su plan. El plan recibió la aprobación de tres catedráticos sucesivos de la División de Física, Matemáticas y Astronomía de Caltech: Tom Tombrello, Andrew Lange y Tom Soifer, y los detalles contractuales y legales complejos fueron resueltos por el abogado de Propiedad Intelectual de Caltech, Adam Cochran. Con la publicación de esta *Edición del nuevo milenio*, el plan se llevó a cabo con éxito, a pesar de su complejidad. Específicamente:

Pfeiffer y Gottlieb convirtieron a  $\text{\LaTeX}$  los tres volúmenes de las *Lecciones* (y también más de 1000 ejercicios del curso de Feynman para incorporarlos a *Feynman's Tips on Physics*). Las figuras de las *Lecciones* se volvieron a trazar en formato electrónico moderno en India, bajo la supervisión del traductor al alemán de las *Lecciones*, Henning Heinze, para su uso en la edición alemana. Gottlieb y Pfeiffer intercambiaron el uso no exclusivo de sus ecuaciones en  $\text{\LaTeX}$  en la edición alemana (publicada por Oldenbourg) por el uso no exclusivo de las figuras de Heinze en esta *Edición del nuevo milenio* inglesa. Pfeiffer y Gottlieb verificaron con cuidado todo el texto y ecuaciones en  $\text{\LaTeX}$  y todas las figuras que se volvieron a trazar, e hicieron las correcciones necesarias. Nate Bode y yo, en representación de Caltech, hemos hecho controles aleatorios del texto, ecuaciones y figuras; y sorprendentemente, no hemos encontrado errores. Gottlieb y Pfeiffer son meticulosos y precisos en un grado increíble. Gottlieb y Pfeiffer concertaron que John Sullivan de la Biblioteca Huntington digitalizara las fotos de los pizarrones de Feynman entre 1962 y 1964, y que George Blood Audio digitalizara las grabaciones de las lecciones —con apoyo financiero y moral del profesor de Caltech Carver Mead, apoyo logístico de la archivista Shelley Erwin, y apoyo legal de Cochran—.

La problemática legal era seria: en los años sesenta, Caltech cedió los derechos a Addison Wesley para publicar la edición impresa, y en los años noventa, los derechos para distribuir el audio de las lecciones de Feynman y una variante de una edición electrónica. En la década del 2000, a través de una serie de adquisiciones de esas licencias, los derechos impresos se transfirieron al grupo editorial Pearson, mientras que los derechos electrónicos y de audio se transfirieron al grupo editorial Perseus. Con ayuda de Ike Williams, abogado especialista en lo editorial, Cochran logró unir todos estos derechos con Perseus (Basic Books), con lo que hizo posible esta *Edición del nuevo milenio*.

## ***Agradecimientos***

En nombre de Caltech, agradezco a las numerosas personas que han hecho posible esta *Edición del nuevo milenio*. En específico, quiero agradecer a las personas clave mencionadas líneas arriba: Ralph Leighton, Michael Gottlieb, Tom Tombrello, Michael Hartl, Rudolf Pfeiffer, Henning Heinze, Adam Cochran, Carver Mead, Nate Bode, Shelley Erwin, Andrew Lange, Tom Soifer, Ike Williams, y a las 50 personas que enviaron las erratas (quienes se enlistan en [www.feynmanlectures.info](http://www.feynmanlectures.info)). También agradezco a Michelle Feynman (hija de Richard Feynman) por su apoyo y consejo continuos, a Alan Rice por su asistencia tras bambalinas y asesoría en Caltech, a Stephan Puchegger y Calvin Jackson por su ayuda y orientación, a Pfeiffer por la conversión de las *Lecciones* a L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, y a Michael Figl, Manfred Smolik y Andreas Stangl por las discusiones sobre correcciones de erratas; así como al personal de Perseus/Basic Books, y (por las ediciones previas) al personal de Addison Wesley.

Kip S. Thorne  
Profesor emérito Feynman de física teórica  
Instituto de Tecnología de California

*Octubre de 2010*



## ***Prefacio de Feynman***



Éstas son las lecciones de física que di el año pasado y el antepasado a los estudiantes de los primeros años en el Instituto Tecnológico de California (Caltech). Por supuesto que éstas no son textuales; han sido editadas, a veces con gran extensión y a veces con muy poca. Las clases constituyen sólo parte del curso completo. El grupo total de 180 estudiantes se reunía dos veces por semana en un aula grande para atender a las explicaciones, y luego se dividía en grupos pequeños de 15 a 20 estudiantes en secciones de discusión y práctica bajo la guía de un ayudante de docencia. Había, además, una sesión de laboratorio por semana.

Con estas clases tratábamos de resolver un problema especial: mantener el interés de los estudiantes muy entusiastas y bastante despiertos que egresaban del bachillerato para entrar en el Caltech. Muchos habían oído hablar de lo interesante y estimulante que es la física: la teoría de la relatividad, la mecánica cuántica y otras ideas modernas. Pero al terminar los dos años del curso anterior al nuestro, muchos de ellos se sentían descorazonados porque realmente se les presentaban muy pocas ideas geniales, nuevas o interesantes. Se les hacía estudiar planos inclinados, electrostática y cuestiones por el estilo, y después de dos años era como para volverse tonto. Se trataba, pues, de ver si podíamos hacer un curso que salvara a los estudiantes más avanzados y animados manteniéndoles el entusiasmo.

Aunque mi intención no fue convertir las clases en un campo de estudio e investigación, preparé las lecciones para los más inteligentes de la clase a fin de asegurarme, si era posible, que aun los estudiantes más inteligentes no podrían abarcar completamente el contenido de cada lección; para ello introduje recomendaciones sobre la aplicación de las ideas y conceptos en diversas direcciones, las cuales se apartaban de la línea principal de ataque. Por esta razón, sin embargo, traté concienzudamente de hacer que todos los enunciados fueran lo más precisos posibles, de señalar en cada caso, dónde encajaban las ecuaciones y las ideas en el cuerpo de la física y cómo —cuando aprendieron más— se modificarían las cosas. Pensé, además, que para los estudiantes es importante indicar qué es lo que deben ser capaces —si son suficientemente inteligentes— de comprender por deducción de lo que se ha dicho antes y qué se está introduciendo como cosa nueva. Cuando se presentaban nuevas ideas, traté de deducirlas si eran deducibles o de explicar que *era* una nueva idea sin base alguna en lo que ya habían aprendido y que se suponía que no era demostrable, sino simplemente un agregado.



Al comenzar estas lecciones supuse que los estudiantes traían cierto conocimiento del bachillerato —como óptica geométrica, ideas simples sobre química, etc.—. Creí, también, que no había ninguna razón para dictar las lecciones en un orden determinado, en el sentido de que no debería mencionar algo hasta que no estuviera en condiciones de estudiarlo en detalle. Había abundante material que surgiría, pero sin discusión completa. Las discusiones completas se harían más tarde cuando hubiera mayor preparación para seguir las. Ejemplos de esto son el tratamiento de la inductancia y el de los niveles de energía, que primero se introducen en forma muy cualitativa y luego se desarrollan en forma más detallada.

Al mismo tiempo que me dirigía al estudiante más activo, quise cuidar del individuo para quien los adornos en demasía y las aplicaciones laterales son meramente intranquilizadores, cuando no se puede esperar, de ningún modo, que aprendan la mayor parte del material. Para ese estudiante traté que hubiera un núcleo central o columna vertebral de material que *podiera* captar. Tenía la esperanza de que no se pondría nervioso aunque no entendiera todo el contenido de una lección. No esperaba que comprendiera todo sino los rasgos centrales y más directos. Naturalmente que se necesitaba cierta inteligencia de su parte para ver cuáles eran los teoremas e ideas centrales y cuáles los resultados y aplicaciones laterales más avanzados que sólo podría entender en años posteriores.

Había una dificultad seria para dar estas lecciones: por la forma en que se daba el curso, no había una retroacción del estudiante hacia el profesor que indicara cómo estaban yendo las lecciones. Ésta es una dificultad muy seria que me impide saber con certeza hasta qué punto, en realidad, fueron muy provechosas mis clases. Todo era esencialmente un experimento. Y si lo hiciera nuevamente no lo haría en la misma forma —¡espero que *no* tenga que hacerlo de nuevo!— Creo, no obstante, que en lo que respecta a la física las cosas anduvieron muy satisfactoriamente el primer año.

El segundo año no quedé tan satisfecho. En la primera parte del curso, que trataba de la electricidad y el magnetismo, no pude encontrar ningún modo realmente único o diferente de hacerlo —ninguna manera que fuera especialmente más estimulante que la forma habitual de presentarlo—. Por lo tanto, no creo que hice mucho en las clases sobre electricidad y magnetismo. Al final del segundo año había pensado originalmente continuar dando, después de la electricidad y el magnetismo, algunas clases sobre las propiedades de los materiales, no obstante con el interés de explicar los modos fundamentales, las soluciones de la ecuación de difusión, los sistemas vibrantes, las funciones ortogonales... desarrollando, así, las primeras etapas de lo que usualmente se denomina “métodos matemáticos de la física”. Pensando en retrospectiva, creo que si lo hiciera de nuevo volvería a esa idea original. Pero como no se había contemplado que yo daría estas clases nuevamente, se sugirió que sería conveniente tratar de dar una introducción a la mecánica cuántica —que es lo que ustedes encontrarán en el tercer volumen—.

Queda perfectamente claro que los estudiantes que sigan estudiando física deberán esperar hasta el tercer año para estudiar mecánica cuántica. Por otra parte, se esgrimió el argumento de que muchos de los estudiantes de nuestro curso estudian física como base para su especialización en otros campos. Y la forma habitual de tratar la mecánica cuántica hace que el tema sea casi inalcanzable para la gran mayoría de los estudiantes ya que necesitan mucho tiempo para aprenderlo. No obstante, en sus aplicaciones concretas —especialmente en sus aplicaciones más complejas, como en la ingeniería eléctrica y en la química— realmente no se usa la maquinaria completa del tratamiento con ecuaciones diferenciales. Por ello, traté de describir los principios de la mecánica cuántica de un modo que no exigiera un conocimiento básico de la matemática de las ecuaciones diferenciales. Creo que aun para un físico es muy interesante presentar la mecánica cuántica de esta manera inversa —por varias razones que se pueden ver en las lecciones—. Sin embargo, creo que el experimento en lo correspondiente a la mecánica cuántica no tuvo éxito completo —en gran parte debido a que no tuve tiempo al final (por ejemplo, debería haber tenido tres o cuatro lecciones más para tratar detenidamente temas como las bandas de energía y la dependencia

espacial de las amplitudes)—. Además, nunca había presentado antes el tema de este modo, por lo que la falta de retroacción fue particularmente seria. Ahora creo que se debe dar la mecánica cuántica más tarde. A lo mejor algún día tenga la oportunidad de hacerlo de nuevo. Entonces lo haré mejor.

La razón de que no haya lecciones sobre cómo resolver problemas se debe a que había secciones de discusión y práctica. Aunque en el primer año incluí tres lecciones sobre cómo resolver problemas, en este curso no pude hacerlo. También había una lección sobre guía inercial que debe estar ciertamente después de la clase sobre sistemas que rotan, pero que desafortunadamente se omitió. Las lecciones quinta y sexta fueron dadas por Matthew Sands porque yo estaba fuera de la ciudad.

La pregunta es, por supuesto, hasta qué punto este experimento ha tenido éxito. Mi punto de vista —que, sin embargo, no lo comparten la mayoría de los que trabajaron con los estudiantes— es pesimista. No creo que me haya ido muy bien con los estudiantes. Cuando recuerdo el modo en que éstos manipulaban los problemas en los exámenes, pienso que el sistema es un fracaso. Por supuesto, mis amigos me indican que hubo una o dos docenas de estudiantes que —muy sorprendentemente— comprendieron casi todo el contenido en todas las lecciones y que fueron muy activos trabajando con el material y preocupándose con animación e interés por muchos tópicos. Estos individuos tienen actualmente, creo, una base de primera línea en física —y son, después de todo, aquellos a quienes quería llegar—. Pero entonces “El poder de la instrucción es, en general, poco eficaz, excepto en las felices disposiciones en que es casi superfluo” (Gibbons).

De todos modos, no quería dejar ningún estudiante completamente atrasado, como quizá lo hice. Creo que un modo más efectivo de ayudar al estudiante sería mediante la adición de tiempo y esfuerzo en el desarrollo de un conjunto de problemas que aclare algunas de las ideas contenidas en las lecciones. Los problemas dan la oportunidad de aumentar la comprensión del material expuesto haciéndolo más real, estructurado y accesible para el proceso de fijación.

Pienso, sin embargo, que la solución a este problema educativo no es otra que darse cuenta que la enseñanza sólo puede realizarse cuando hay una relación individual directa entre un estudiante y un buen profesor, situación en la cual el estudiante discute las ideas, piensa en las cosas y habla sobre ellas. Es imposible aprender simplemente asistiendo a una clase, o simplemente resolviendo los problemas asignados. Pero en los actuales momentos tenemos tantos estudiantes a quienes enseñar que debemos encontrar un sustituto de lo ideal. Quizá mis lecciones ejerzan alguna contribución. Quizá en algún lugar pequeño donde sea posible una relación individual entre profesores y estudiantes, éstos obtengan alguna inspiración o algunos conceptos de estas lecciones. Quizá entonces, también el proceso de fijar el material sea más alegre y placentero para ellos y dé origen al desarrollo de algunas ideas.

RICHARD P. FEYNMAN

*Junio, 1963*



## **Introducción**

---

Este libro está basado en el curso de lecciones introductorias de física que dio el profesor R. P. Feynman en el Instituto de Tecnología de California (Caltech) durante el año académico 1961-1962; abarca el primero de los dos años del curso introductorio que toman todos los estudiantes de primer y segundo años en Caltech, y a éste siguió en 1962-1963 una serie similar que abarcó el segundo año. Las lecciones constituyen una parte muy importante en la revisión del curso introductorio, la cual se llevó a cabo a lo largo de un periodo de cuatro años.

La necesidad de una revisión básica surgió tanto del rápido desarrollo de la física en las décadas recientes como del hecho de que los estudiantes recién llegados han mostrado un aumento constante en su habilidad matemática a partir de las mejoras en el contenido de las clases de matemáticas del bachillerato. Nuestra intención fue aprovechar este mayor bagaje matemático y al mismo tiempo introducir suficientes temas modernos para que el curso fuera exigente, interesante y más representativo de la física de hoy en día.

Para generar una variedad de ideas sobre qué material incluir y cómo presentarlo, se alentó a un número sustancial de profesores de física a que ofrecieran sus ideas en forma de planes temáticos para un curso revisado. Varios de éstos fueron presentados y discutidos de manera crítica y profunda. Casi de inmediato se llegó al acuerdo de que una revisión básica del curso no se podría lograr adoptando un libro de texto diferente, ni siquiera escribiendo uno *ab initio*, sino que el nuevo curso debía centrarse en un conjunto de lecciones presentadas a ritmo de dos o tres por semana; el material textual apropiado se produciría luego como una operación secundaria conforme avanzaba el curso, y también se organizarían experimentos de laboratorio adecuados para el material de las lecciones. En consecuencia, se fijó un plan del curso a grandes rasgos, pero se reconoció que era tentativo y estaba incompleto y sujeto a modificaciones considerables por parte de quien fuera a tener la responsabilidad de efectivamente preparar las lecciones.

En cuanto al mecanismo mediante el cual sería finalmente puesto en práctica el curso, se consideraron varios planes. Éstos se parecían mucho entre sí, incluían un esfuerzo cooperativo por  $N$  número de miembros del personal que compartirían la carga total de trabajo de manera simétrica y equitativa: cada uno tomaría la responsabilidad de  $1/N$  del material, daría las lecciones y escribiría el material textual para su parte. Sin embargo, la falta de disponibilidad de personal suficiente y la dificultad de mantener un punto de vista uniforme ante las diferencias de personalidad y filosofía entre los participantes individuales hacían que estos planes fueran irrealizables.

Darse cuenta de que verdaderamente poseíamos los medios para crear no sólo un curso nuevo y diferente de física, sino quizá uno único, resultó ser una inspiración dichosa para el profesor Sands. Él sugirió que el profesor R. P. Feynman preparara y diera las lecciones, y que éstas fueran grabadas. Una vez transcritas y editadas, se convertirían en el libro de texto para el nuevo curso. En esencia, éste fue el plan que se adoptó.

Se esperaba que la edición necesaria fuera menor, pues consistiría principalmente en proporcionar figuras y revisar la puntuación y la gramática; la harían uno o dos estudiantes de posgrado a tiempo parcial. Desafortunadamente, esta expectativa fue pasajera. En realidad, fue una operación editorial mayor poder transformar la transcripción literal a una forma legible, aun sin la reorganización o revisión del tema tratado que a veces se requería. Además, no era trabajo para un editor técnico o para un estudiante de posgrado, sino uno que requería la atención minuciosa de un físico profesional ¡de 10 a 20 horas por lección!

La dificultad de la tarea editorial, junto con la necesidad de poner el material en manos de los estudiantes tan pronto como fuera posible, puso un límite estricto en qué tanto se podía “pulir” el material en realidad, y en consecuencia nos vimos forzados a apostar por un producto preliminar pero técnicamente correcto que pudiera usarse de inmediato, en lugar de uno que pudiera considerarse final o terminado. Debido a una necesidad urgente de más ejemplares para nuestros alumnos, y a un interés alentador por parte de profesores y estudiantes de varias instituciones distintas, decidimos publicar el material en su forma preliminar en lugar de esperar una revisión ulterior más profunda que quizá nunca llegaría. No nos hacemos ilusiones en cuanto a lo completo o fluido del material, ni en cuanto a su organización lógica; de hecho, planeamos varias modificaciones menores en el futuro inmediato, y esperamos que no se vuelva estático en su forma o contenido.

Además de las lecciones, que constituyen una parte de importancia central para el curso, era necesario también proporcionar ejercicios adecuados para acrecentar la experiencia y habilidad de los estudiantes, así como experimentos oportunos para facilitar un contacto de primera mano con el material de las lecciones en el laboratorio. Ninguno de estos aspectos se encuentra en un estado tan avanzado como el material de las lecciones, pero se ha hecho un progreso considerable. Algunos ejercicios fueron elaborados conforme progresaban las lecciones y luego expandidos y amplificados para su uso al año siguiente. Sin embargo, puesto que todavía no estamos convencidos de que los ejercicios proporcionen suficiente variedad y profundidad de aplicación de los materiales de las lecciones para dar al alumno plena conciencia del tremendo poder que está a su disposición, los ejercicios se publicaron por separado en un formato menos permanente para así alentar una revisión frecuente.

El profesor H. V. Neher ha ideado varios novedosos experimentos para el nuevo curso. Entre ellos se encuentran varios que utilizan la fricción extremadamente baja que presenta un cojinete de gas: un nuevo canal lineal de aire con el que es posible hacer mediciones cuantitativas de movimiento unidimensional, impactos y movimiento armónico, y un trompo de color de Maxwell soportado e impulsado por aire con el que se pueden estudiar el movimiento de rotación acelerado y la precesión y nutación giroscópicas. Se espera que el desarrollo de nuevos experimentos de laboratorio dure un tiempo considerable.

El programa de revisión se llevó a cabo bajo la dirección de los profesores R. B. Leighton, H. V. Neher y M. Sands. En el programa participaron oficialmente los profesores R. P. Feynman, G. Neugebauer, R. M. Sutton, H. P. Stabler, F. Strong y R. Vogt, de la división de física, matemáticas y astronomía, y los profesores T. Caughey, M. Plesset y C. H. Wilts de la división de ciencias de la ingeniería. Reconocemos y agradecemos la valiosa asistencia de todos aquellos que contribuyeron al programa de revisión. Estamos en deuda en especial con la Fundación Ford, sin cuyo apoyo financiero este programa no podría haberse llevado a cabo.

ROBERT B. LEIGHTON

*Julio, 1963*

# Índice general

---

## CAPÍTULO 1. COMPORTAMIENTO CUÁNTICO

1-1 Mecánica atómica . . . . .	1-1
1-2 Un experimento con balas . . . . .	1-2
1-3 Un experimento con ondas . . . . .	1-3
1-4 Un experimento con electrones . . . . .	1-4
1-5 Interferencia de ondas-electrones . . . . .	1-6
1-6 Espiando a los electrones . . . . .	1-7
1-7 Los primeros principios de la mecánica cuántica . . . . .	1-10
1-8 El principio de incertidumbre . . . . .	1-11

## CAPÍTULO 2. RELACIÓN ENTRE LOS PUNTOS DE VISTA DE ONDAS Y DE PARTÍCULAS

2-1 Amplitudes de onda de probabilidad . . . . .	2-1
2-2 Medición de la posición y el momentum . . . . .	2-2
2-3 Difracción de cristales . . . . .	2-5
2-4 El tamaño de un átomo . . . . .	2-6
2-5 Niveles de energía . . . . .	2-7
2-6 Implicaciones filosóficas . . . . .	2-8

## CAPÍTULO 3. AMPLITUDES DE PROBABILIDAD

3-1 Leyes para combinar amplitudes . . . . .	3-1
3-2 El patrón de interferencia de dos rejillas . . . . .	3-5
3-3 Dispersión en un cristal . . . . .	3-8
3-4 Partículas idénticas . . . . .	3-10

## CAPÍTULO 4. PARTÍCULAS IDÉNTICAS

4-1 Bosones y fermiones . . . . .	4-1
4-2 Estados con dos bosones . . . . .	4-3
4-3 Estados con $n$ bosones . . . . .	4-6
4-4 Emisión y absorción de fotones . . . . .	4-8
4-5 El espectro de cuerpo negro . . . . .	4-9
4-6 El helio líquido . . . . .	4-12
4-7 El principio de exclusión . . . . .	4-13

## CAPÍTULO 5. ESPÍN UNO

5-1 Filtrando átomos con un aparato de Stern-Gerlach . . . . .	5-1
5-2 Experimentos con átomos filtrados . . . . .	5-5
5-3 Filtros de Stern-Gerlach en serie . . . . .	5-7
5-4 Estados base . . . . .	5-8
5-5 Amplitudes que interfieren . . . . .	5-10

5-6 La maquinaria de la mecánica cuántica . . . . .	5-13
5-7 Transformando a una base diferente . . . . .	5-15
5-8 Otras situaciones . . . . .	5-17

## CAPÍTULO 6. ESPÍN UN MEDIO

6-1 Transformando amplitudes . . . . .	6-1
6-2 Transformando a un sistema de coordenadas rotado . . . . .	6-3
6-3 Rotaciones alrededor del eje $z$ . . . . .	6-6
6-4 Rotaciones de $180^\circ$ y de $90^\circ$ alrededor de $y$ . . . . .	6-9
6-5 Rotaciones alrededor de $x$ . . . . .	6-12
6-6 Rotaciones arbitrarias . . . . .	6-13

## CAPÍTULO 7. DEPENDENCIA TEMPORAL DE LAS AMPLITUDES

7-1 Átomos en reposo, estados estacionarios . . . . .	7-1
7-2 Movimiento uniforme . . . . .	7-3
7-3 Energía potencial, conservación de la energía . . . . .	7-6
7-4 Fuerzas: el límite clásico . . . . .	7-9
7-5 La “precesión” de una partícula con espín un medio . . . . .	7-11

## CAPÍTULO 8. LA MATRIZ HAMILTONIANA

8-1 Amplitudes y vectores . . . . .	8-1
8-2 Descomposición de vectores de estado . . . . .	8-3
8-3 ¿Cuáles son los estados base del mundo? . . . . .	8-5
8-4 ¿Cómo cambian los estados en el tiempo? . . . . .	8-8
8-5 La matriz hamiltoniana . . . . .	8-10
8-6 La molécula de amoniaco . . . . .	8-11

## CAPÍTULO 9. EL MÁSER DE AMONIACO

9-1 Los estados de una molécula de amoniaco . . . . .	9-1
9-2 La molécula en un campo eléctrico estático . . . . .	9-5
9-3 Transiciones en un campo dependiente del tiempo . . . . .	9-9
9-4 Transiciones en resonancia . . . . .	9-12
9-5 Transiciones fuera de resonancia . . . . .	9-14
9-6 Absorción de luz . . . . .	9-15

## CAPÍTULO 10. OTROS SISTEMAS DE DOS ESTADOS

10-1 El ion del hidrógeno molecular . . . . .	10-1
10-2 Fuerzas nucleares . . . . .	10-6
10-3 La molécula de hidrógeno . . . . .	10-8
10-4 La molécula de benceno . . . . .	10-11
10-5 Colorantes . . . . .	10-12

10-6	El hamiltoniano de una partícula con espín un medio en un campo magnético . . . . .	10-13
10-7	El electrón con espín en un campo magnético . . . . .	10-16
CAPÍTULO 11. MÁS SISTEMAS DE DOS ESTADOS		
11-1	Las matrices de espín de Pauli . . . . .	11-1
11-2	Las matrices de espín como operadores . . . . .	11-5
11-3	La solución de las ecuaciones de dos estados . . . . .	11-8
11-4	Los estados de polarización del fotón . . . . .	11-9
11-5	El mesón K neutro . . . . .	11-13
11-6	Generalización a sistemas de $N$ estados . . . . .	11-21
CAPÍTULO 12. LA ESTRUCTURA HIPERFINA EN EL HIDRÓGENO		
12-1	Estados base para un sistema de dos partículas con espín un medio . . . . .	12-1
12-2	El hamiltoniano para el estado fundamental del hidrógeno . . . . .	12-3
12-3	Los niveles de energía . . . . .	12-7
12-4	La separación de Zeeman . . . . .	12-9
12-5	Los estados en un campo magnético . . . . .	12-13
12-6	La matriz de proyección para espín uno . . . . .	12-15
CAPÍTULO 13. PROPAGACIÓN EN UNA RED CRISTALINA		
13-1	Estados para un electrón en una red unidimensional . . . . .	13-1
13-2	Estados de energía definida . . . . .	13-3
13-3	Estados dependientes del tiempo . . . . .	13-7
13-4	Un electrón en una red tridimensional . . . . .	13-8
13-5	Otros estados en una red . . . . .	13-9
13-6	Dispersión por imperfecciones en la red . . . . .	13-10
13-7	Atrampar con una imperfección en la red . . . . .	13-12
13-8	Amplitudes de dispersión y estados enlazados . . . . .	13-13
CAPÍTULO 14. SEMICONDUCTORES		
14-1	Electrones y huecos en semiconductores . . . . .	14-1
14-2	Semiconductores impuros . . . . .	14-4
14-3	El efecto Hall . . . . .	14-7
14-4	Junturas de semiconductores . . . . .	14-8
14-5	Rectificación en una juntura de semiconductores . . . . .	14-11
14-6	El transistor . . . . .	14-12
CAPÍTULO 15. LA APROXIMACIÓN DE PARTÍCULAS INDEPENDIENTES		
15-1	Ondas de espín . . . . .	15-1
15-2	Dos ondas de espín . . . . .	15-4
15-3	Partículas independientes . . . . .	15-6
15-4	La molécula de benceno . . . . .	15-7
15-5	Más química orgánica . . . . .	15-11
15-6	Otros usos para la aproximación . . . . .	15-13

CAPÍTULO 16. LA DEPENDENCIA DE LAS AMPLITUDES CON LA POSICIÓN		
16-1	Amplitudes sobre una línea . . . . .	16-1
16-2	La función de onda . . . . .	16-5
16-3	Estados de momentum definido . . . . .	16-7
16-4	Normalización de los estados en $\mathbf{x}$ . . . . .	16-10
16-5	La ecuación de Schrödinger . . . . .	16-12
16-6	Niveles de energía cuantizados . . . . .	16-15
CAPÍTULO 17. SIMETRÍA Y LEYES DE CONSERVACIÓN		
17-1	Simetría . . . . .	17-1
17-2	Simetría y conservación . . . . .	17-3
17-3	Las leyes de conservación . . . . .	17-7
17-4	Luz polarizada . . . . .	17-10
17-5	La desintegración de la $\Lambda^0$ . . . . .	17-12
17-6	Resumen de las matrices de rotación . . . . .	17-16
CAPÍTULO 18. MOMENTUM ANGULAR		
18-1	Radiación dipolar eléctrica . . . . .	18-1
18-2	Dispersión de la luz . . . . .	18-3
18-3	La aniquilación del positronio . . . . .	18-5
18-4	Matriz de rotación para un espín cualquiera . . . . .	18-10
18-5	Midiendo un espín nuclear . . . . .	18-13
18-6	Composición de momentum angular . . . . .	18-15
18-7	Nota adicional 1: obtención de la matriz de rotación . . . . .	18-20
18-8	Nota adicional 2: conservación de la paridad en la emisión de fotones . . . . .	18-23
CAPÍTULO 19. EL ÁTOMO DE HIDRÓGENO Y LA TABLA PERIÓDICA		
19-1	La ecuación de Schrödinger para el átomo de hidrógeno . . . . .	19-1
19-2	Soluciones con simetría esférica . . . . .	19-2
19-3	Estados con dependencia angular . . . . .	19-6
19-4	Solución general para el hidrógeno . . . . .	19-9
19-5	Funciones de onda del hidrógeno . . . . .	19-13
19-6	La tabla periódica . . . . .	19-14
CAPÍTULO 20. OPERADORES		
20-1	Operaciones y operadores . . . . .	20-1
20-2	Valores medios de la energía . . . . .	20-3
20-3	Valor medio de la energía de un átomo . . . . .	20-6
20-4	El operador posición . . . . .	20-8
20-5	El operador momentum . . . . .	20-9
20-6	Momentum angular . . . . .	20-14
20-7	Variación temporal de valores medios . . . . .	20-16

CAPÍTULO 21. LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER  
EN EL CONTEXTO CLÁSICO: UN SEMINARIO  
SOBRE SUPERCONDUCTIVIDAD

21-1	La ecuación de Schrödinger en un campo magnético . . . . .	21-1
21-2	Ecuación de continuidad para probabilidades . .	21-3
21-3	Dos clases de momentum . . . . .	21-5
21-4	El significado de la función de onda . . . . .	21-6
21-5	Superconductividad . . . . .	21-7
21-6	El efecto Meissner . . . . .	21-8

21-7	Cuantificación del flujo . . . . .	21-10
21-8	Dinámica de la superconductividad . . . . .	21-12
21-9	Juntura de Josephson . . . . .	21-14

Epílogo de Feynman
Apéndice
Índice analítico
Índice de nombres
Lista de símbolos





## Comportamiento cuántico

---

### 1-1 Mecánica atómica

La “mecánica cuántica” es la descripción del comportamiento de la materia y de la luz en todos sus detalles y particularmente de los acontecimientos en escala atómica. Las cosas en una escala muy pequeña no se comportan como nada que ustedes conozcan directamente. No se comportan como ondas, no se comportan como partículas, no se comportan como nubes, o como bolas de billar, o como pesas en resortes, o como algo que hayan visto alguna vez.

Newton pensaba que la luz estaba compuesta por partículas, luego se descubrió que ésta se comporta como una onda. Más tarde, sin embargo (a principios del siglo XX), se descubrió que la luz algunas veces sí se comportaba como una partícula. Históricamente, el electrón, por ejemplo, se pensaba que se comportaba como una partícula, y luego se descubrió que, en muchos aspectos, se comportaba como una onda. En realidad, no se comporta como ninguna de ellas. Ahora nos hemos rendido. Decimos que: “No es como *ninguna de las dos*”.

Sin embargo, tenemos algo de suerte —los electrones se comportan exactamente como la luz—. El comportamiento cuántico de objetos atómicos (electrones, protones, neutrones, fotones, entre otros) es el mismo para todos ellos, todos son “ondas-partículas” o como quieran llamarlas. De este modo, todo lo que aprendamos sobre las propiedades de los electrones (los cuales usaremos para nuestros ejemplos) se puede aplicar a todas las “partículas”, incluyendo a los fotones de luz.

La acumulación gradual de información acerca del comportamiento atómico y en pequeña escala durante el primer cuarto del siglo XX, dio algunas indicaciones de cómo se comportan en realidad las cosas pequeñas y produjo una confusión creciente que fue resuelta finalmente en 1926 y 1927 por Schrödinger, Heisenberg y Born. Ellos obtuvieron una descripción consistente del comportamiento de la materia en una escala pequeña. Nosotros retomaremos los principales rasgos de esa descripción en este capítulo.

Debido a que el comportamiento atómico es tan diferente a nuestra experiencia ordinaria, es muy difícil acostumbrarse a éste, es peculiar y misterioso para todos —tanto para el físico novato como para el experimentado—. Incluso los expertos no lo comprenden en la forma que ellos quisieran, y es perfectamente razonable que ocurra así, porque la experiencia directa y la intuición humana se aplican sólo a los objetos grandes. Sabemos cómo se comportan los objetos grandes, pero los objetos en escala pequeña no se comportan igual. Así que tenemos que aprender de ellos en una forma un tanto abstracta o imaginaria, y sin relacionarlos con nuestra experiencia directa.

En este capítulo abordaremos inmediatamente el elemento básico de este comportamiento tan misterioso en su forma más extraña. Nosotros elegimos examinar un fenómeno que es imposible, *absolutamente* imposible, de explicar de manera clásica, y que encierra en sí el corazón de la mecánica cuántica. En realidad, contiene el *único* misterio. No podemos desaparecer el misterio “explicando” cómo funciona. Sólo les *diremos* cómo funciona. Al decirles cómo funciona, les hablamos acerca de las peculiaridades básicas de toda la mecánica cuántica.

### 1-1 Mecánica atómica

#### 1-2 Un experimento con balas

#### 1-3 Un experimento con ondas

#### 1-4 Un experimento con electrones

#### 1-5 Interferencia de ondas-electrones

#### 1-6 Espiando a los electrones

#### 1-7 Los primeros principios de la mecánica cuántica

#### 1-8 El principio de incertidumbre

*Nota:* Este capítulo es casi lo mismo que el capítulo 37 del volumen I.

## 1-2 Un experimento con balas

A fin de entender el comportamiento cuántico de los electrones, compararemos y contrastaremos su comportamiento, en un arreglo experimental determinado, con el comportamiento más familiar de partículas como balas, y con el comportamiento de ondas como las ondas en el agua. Consideraremos primero el comportamiento de las balas en el arreglo experimental que se muestra a manera de diagrama en la figura 1-1. Tenemos una ametralladora que dispara un chorro de balas. No es una ametralladora muy buena, pues dispersa los proyectiles (de manera aleatoria) en un ángulo bastante grande, como se indica en la figura. Delante de la ametralladora tenemos una pared (hecha con una placa blindada) que posee dos agujeros, lo suficientemente grandes para que pase una bala. Después de la pared hay una barrera (digamos una pared gruesa de madera) que “absorberá” las balas cuando éstas la golpeen. Frente a la pared tenemos un objeto al que llamaremos “detector” de balas. Puede ser una caja que contenga arena. Cualquier bala que entre en el detector se detendrá y se irá acumulando. Cuando lo deseemos, podemos vaciar la caja y contar el número de balas acumuladas. El detector se puede mover hacia adelante y hacia atrás (en la dirección que llamaremos dirección  $x$ ). Con este aparato podemos encontrar experimentalmente la respuesta a la siguiente pregunta: “¿Cuál es la probabilidad para que una bala que pasa a través de los agujeros en la pared llegue a la barrera con distancia  $x$  del centro?” Primero, deben darse cuenta de que tenemos que hablar de probabilidad, ya que no podemos decir exactamente a dónde irá una bala determinada. Una bala que golpee uno de los agujeros puede rebotar en el borde y terminar en cualquier lugar. Por “probabilidad”, entendemos la posibilidad de que la bala llegue al detector, la cual podemos medir contando el número de balas que llegan al detector en un cierto tiempo, y dividiendo este número entre el número *total* que inciden sobre la barrera durante el mismo tiempo. O bien, si suponemos que la ametralladora siempre dispara con la misma rapidez mientras se mide, la probabilidad que queremos es proporcional al número de balas que llega al detector en algún intervalo estándar de tiempo.

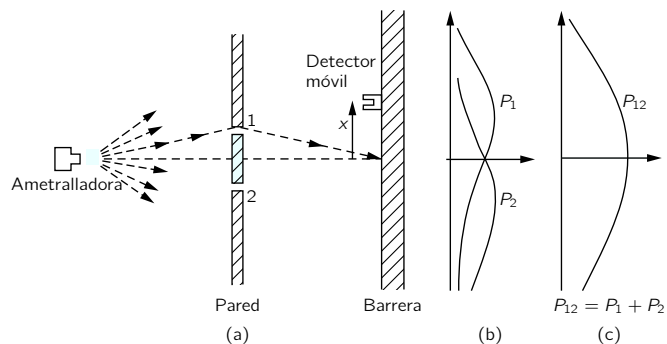


Figura 1-1. Experimento de interferencia con balas.

Para los fines que nos proponemos, nos gustaría imaginar un experimento idealizado en el cual las balas no fuesen balas reales, sino balas *indestructibles* —éstas no se pueden partir por la mitad—. En nuestro experimento encontramos que las balas siempre llegan en paquetes, y cuando encontramos algo en el detector, siempre es una bala completa. Si la rapidez a la cual la ametralladora dispara es muy pequeña, encontramos que en un momento dado ya sea que ninguna, o una y sólo una —exactamente una— bala llega a la barrera. Además, el tamaño del paquete no depende de la rapidez de disparo de la ametralladora. Diremos: “Las balas *siempre* llegan en paquetes idénticos”. Lo que medimos con nuestro detector es la probabilidad de llegada de un paquete. Y medimos dicha probabilidad en función de  $x$ . El resultado de tales mediciones con este aparato (aún no hemos realizado el experimento, así que en realidad estamos imaginando el resultado) está representado en la gráfica de la parte (c) de la figura 1-1. En la gráfica representamos a la probabilidad en la derecha y a  $x$  verticalmente, de tal forma que la escala de  $x$  se ajuste al diagrama del aparato. Llamamos a la

probabilidad  $P_{12}$ , porque las balas pueden haber llegado a través del agujero 1 o a través del agujero 2. No se sorprendan de que  $P_{12}$  sea más grande y cercano al centro de la gráfica, y que disminuya si  $x$  aumenta. Pueden preguntar, sin embargo, por qué  $P_{12}$  alcanza su valor máximo en  $x = 0$ . Podemos entender este hecho si repetimos nuestro experimento después de haber tapado el agujero 2, y una vez más tapando ahora el agujero 1. Cuando tapamos el agujero 2, las balas sólo pueden pasar a través del agujero 1, y obtenemos la curva marcada como  $P_1$  en la parte (b) de la figura. Como podrían esperar, el máximo de  $P_1$  ocurre en el valor de  $x$  que está en línea recta con la ametralladora y el agujero 1. Cuando tapamos el agujero 1, obtenemos la curva simétrica  $P_2$  dibujada en la figura.  $P_2$  es la distribución de probabilidad para las balas que atraviesan el agujero 2. Al comparar las partes (b) y (c) de la figura 1-1, encontramos el siguiente resultado importante:

$$P_{12} = P_1 + P_2. \quad (1.1)$$

Las probabilidades sólo se suman. El efecto que se obtiene con los dos agujeros abiertos es la suma de los efectos obtenidos con cada agujero solo. Llamaremos a este resultado una observación “sin interferencia”, por una razón que verán más adelante. Hasta aquí con las balas. Éstas llegan en paquetes, y su probabilidad de llegada no presenta interferencia.

### 1-3 Un experimento con ondas

Ahora deseamos considerar un experimento con ondas de agua. El aparato se muestra de manera esquemática en la figura 1-2. Tenemos un recipiente poco profundo con agua. Un pequeño objeto, denominado “fuente de ondas”, es agitado mediante un motor y forma ondas circulares. A la derecha de la fuente tenemos de nuevo una pared con dos agujeros, y después una segunda pared, la cual, para simplificar las cosas, diremos que es un “amortiguador”, de tal modo que no se reflejan las ondas que llegan a él. Esto se puede hacer construyendo una “playa” gradual de arena. Delante de la playa colocamos un detector que podemos mover hacia un lado o hacia otro en la dirección  $x$ , como en el caso anterior. El detector es ahora un aparato que mide la “intensidad” del movimiento de las ondas. Pueden imaginar que es un mecanismo que mide la altura de las ondas, pero cuya escala está calibrada en proporción con el *cuadrado* de la altura en cuestión, de tal manera que la lectura es proporcional a la intensidad de la onda. Nuestro detector lee, entonces, en proporción a la *energía* transportada por la onda —o mejor, la rapidez con que la energía es transportada al detector—.

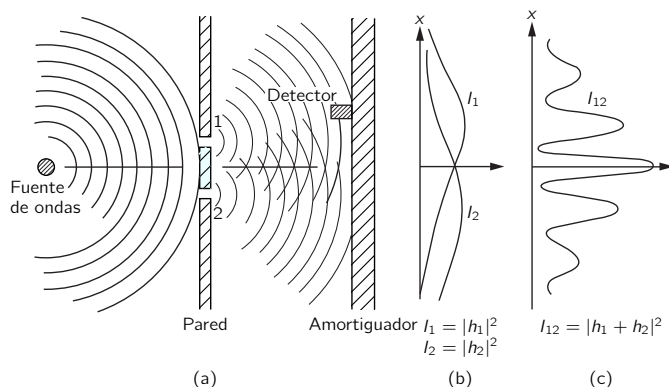


Figura 1-2. Experimento de interferencia con ondas de agua.

Con nuestro aparato de ondas, lo primero que debemos notar es que la intensidad puede tener *cualquier tamaño*. Si la fuente se mueve sólo un poco, entonces el movimiento de la onda en el detector es muy pequeño. Cuando hay más movimiento en la fuente, hay más intensidad en el detector. La intensidad de la onda puede tener cualquier valor. *No* podríamos decir que existe algún “paquete” de intensidad de onda.

Ahora midamos la intensidad de onda para diferentes valores  $x$  (conservando la fuente de ondas operando de la misma forma). Obtenemos la interesante curva marcada como  $I_{12}$  en la parte (c) de la figura.

Ya vimos cómo se pueden producir tales patrones cuando estudiamos la interferencia de ondas eléctricas en el volumen I. En este caso hemos observado que la onda original se difracta en los agujeros, y que nuevas ondas circulares surgen en cada agujero. Si tapamos un agujero a la vez y medimos la distribución de intensidad en el amortiguador, encontramos las curvas de intensidad más simples de la parte (b) de la figura. Así,  $I_1$  es la intensidad de la onda del agujero 1 (la cual encontramos midiendo cuando tapamos el agujero 2) e  $I_2$  es la intensidad de la onda del agujero 2 (obtenida cuando tapamos el agujero 1).

La intensidad  $I_{12}$  observada cuando ambos agujeros están abiertos ciertamente *no* es la suma de  $I_1$  e  $I_2$ . Decimos que hay “interferencia” de las dos ondas. En algunos lugares (donde la curva  $I_{12}$  tiene sus máximos) las ondas están “en fase” y los picos de las ondas se suman para dar una mayor amplitud y, por tanto, una mayor intensidad. Decimos que las dos ondas están “interfiriendo de manera constructiva” en esos lugares. Existirá dicha interferencia constructiva donde la distancia del detector a un agujero sea un múltiplo entero de las longitudes de onda mayor (o menor) que la distancia del detector al otro agujero.

En los lugares donde las dos ondas llegan al detector con una diferencia de fase de  $\pi$  (donde están “fuera de fase”), el movimiento de la onda resultante en el detector será la diferencia de las dos amplitudes. Las ondas “interfieren de manera destructiva” y obtenemos un valor bajo para la intensidad de onda. Esperamos esos valores bajos donde la distancia entre el agujero 1 y el detector difiera de la distancia entre el agujero 2 y el detector en un múltiplo impar de las semilongitudes de onda. Los valores mínimos de  $I_{12}$  en la figura 1-2 corresponden a los lugares donde las dos ondas interfieren de manera destructiva.

Ustedes recordarán que la relación cuantitativa entre  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_{12}$  se puede expresar en la forma siguiente: la altura instantánea de la onda de agua en el detector para la onda del agujero 1 se puede escribir como (la parte real de)  $h_1 e^{i\omega t}$ , donde la “amplitud”  $h_1$  es, en general, un número complejo. La intensidad es proporcional al cuadrado de la altura media o, cuando usamos números complejos, al cuadrado de la norma  $|h_1|^2$ . Del mismo modo, para el agujero 2, la altura es  $h_2 e^{i\omega t}$  y la intensidad es proporcional a  $|h_2|^2$ . Cuando los dos agujeros están abiertos, las alturas de las ondas se suman para dar la altura  $(h_1 + h_2)e^{i\omega t}$  y la intensidad  $|h_1 + h_2|^2$ . Omitimos la constante de proporcionalidad para nuestros propósitos actuales, las relaciones apropiadas para *ondas que interfieren* son:

$$I_1 = |h_1|^2, \quad I_2 = |h_2|^2, \quad I_{12} = |h_1 + h_2|^2. \quad (1.2)$$

Notarán que el resultado es bastante diferente al que obtuvimos con las balas (ecuación 1.1). Si desarrollamos  $|h_1 + h_2|^2$  vemos que:

$$|h_1 + h_2|^2 = |h_1|^2 + |h_2|^2 + 2|h_1||h_2|\cos\delta, \quad (1.3)$$

donde  $\delta$  es la diferencia de fase entre  $h_1$  y  $h_2$ . En términos de las intensidades podemos escribir

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\delta. \quad (1.4)$$

El último término en (1.4) es el “término de interferencia”. Hasta aquí con las ondas de agua. La intensidad puede tener cualquier valor, y muestran interferencia.

#### 1-4 Un experimento con electrones

Ahora imaginemos un experimento análogo con electrones. Éste se muestra en forma de diagrama en la figura 1-3. Hacemos un cañón de electrones, el cual consiste en un alambre de tungsteno calentado mediante una corriente eléctrica y rodeado por una caja de metal que tiene un agujero en ella. Si el alambre tiene un potencial eléctrico negativo respecto a la caja, los electrones emitidos por el

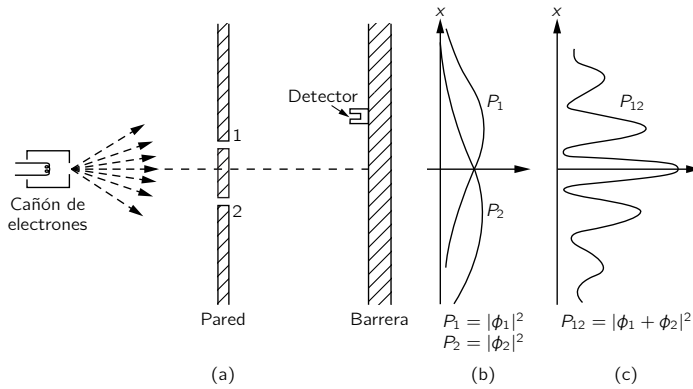


Figura 1-3. Experimento de interferencia con electrones.

alambre se acelerarán hacia las paredes y algunos atravesarán el agujero. Todos los electrones que salgan del cañón tendrán (aproximadamente) la misma energía. Delante del cañón hay de nuevo una pared (una delgada placa de metal) con dos agujeros. Después de la pared hay otra placa que funciona como “barrera”. En frente de la barrera colocamos un detector móvil. El detector puede ser un contador Geiger o, quizá mejor, un multiplicador de electrones, que se encuentra conectado a un altavoz.

Debemos ya advertir que no deben intentar montar este experimento (como pudieron haber hecho con los dos descritos anteriormente). Este experimento nunca se ha realizado de esta manera. El problema es que el aparato tendría que construirse en una escala imposiblemente pequeña para que pudiera mostrar los efectos que nos interesan. Estamos haciendo un “experimento mental”, que hemos elegido porque es fácil de imaginar. Sabemos los resultados que *se obtendrían* porque *hay* muchos experimentos que se han llevado a cabo, en los cuales la escala y las proporciones se han escogido para mostrar los efectos que describiremos.

Lo primero que notamos con nuestro experimento con electrones es que escuchamos “clics” bien definidos provenientes del detector (es decir, del altavoz). Y todos los “clics” son iguales. *No* hay “medios clics”.

También notamos que los “clics” ocurren muy al azar. Algo así como: clic... clic-clic... clic... clic... clic... clic... clic... clic..., etc., igual que como han escuchado al operar a un contador Geiger. Si contamos los clics que ocurren en un tiempo suficientemente largo —digamos por varios minutos— y volvemos a contar durante otro periodo igual, encontramos que los dos números son muy semejantes. Así podemos hablar de la *rapidez promedio* en la que se escuchan los clics (tantos clics por minuto en promedio).

Cuando movemos el detector, la *rapidez* con que aparecen los clics es mayor o menor, pero el tamaño (el volumen) de cada clic es siempre el mismo. Si bajamos la temperatura del alambre en el cañón, la rapidez de los clics disminuye, pero cada clic suena igual. Notamos también que si colocamos dos detectores separados en la barrera, se oye un clic en uno o en el otro, pero nunca en los dos al mismo tiempo (excepto que, de vez en cuando, si hay dos clics muy próximos en tiempo, nuestro oído no percibe la separación). Concluimos, por lo tanto, que lo que sea que llega a la barrera lo hace en “paquetes”. Todos los “paquetes” son del mismo tamaño: sólo llegan “paquetes” completos, y llegan de uno a la vez a la barrera. Diremos que: “Los electrones siempre llegan en paquetes idénticos”.

Del mismo modo que en nuestro experimento con balas, ahora podemos dar experimentalmente la respuesta a la siguiente pregunta: “¿Cuál es la probabilidad relativa de que un ‘paquete’ de electrones llegue a la barrera a diferentes distancias  $x$  del centro?” De la misma forma que antes, obtenemos la probabilidad relativa observando la rapidez de los clics, manteniendo constante el funcionamiento del cañón. La probabilidad de que los paquetes lleguen a una  $x$  específica es proporcional a la rapidez promedio de clics en  $x$ .

El resultado de nuestro experimento es la interesante curva marcada como  $P_{12}$  en la parte (c) de la figura 1-3. ¡Sí! Ésta es la manera en que se comportan los electrones.

## 1-5 Interferencia de ondas-electrones

Ahora tratemos de analizar la curva de la figura 1-3 para ver si podemos entender el comportamiento de los electrones. Lo primero que diríamos es que ya que llegan en paquetes, cada paquete, que podemos considerar como un electrón, ha llegado ya sea a través del agujero 1 o a través del agujero 2. Escribamos esto en forma de “Proposición”:

*Proposición A:* Cada electrón atraviesa *ya sea* el agujero 1 o el agujero 2.

Suponiendo que la Proposición A sea cierta, todos los electrones que llegan a la barrera se pueden dividir en dos clases: (1) aquellos que llegan a través del agujero 1, y (2) aquellos que llegan a través del agujero 2. De este modo, la curva que observamos debe ser la suma de los efectos de los electrones que llegan a través del agujero 1 y de los electrones que llegan a través del agujero 2. Comprobemos esta idea experimentalmente. Primero, mediremos aquellos electrones que llegan a través del agujero 1. Cerramos el agujero 2 y contamos los clics en el detector. De la rapidez de los clics, obtenemos  $P_1$ . El resultado de la medición se muestra en la curva marcada como  $P_1$  en la parte (b) de la figura 1-3. El resultado parece bastante razonable. De manera semejante, medimos  $P_2$ , la distribución de probabilidad para los electrones que pasan a través del agujero 2. El resultado de esta medición también se muestra en la figura.

El resultado  $P_{12}$  obtenido con *ambos* agujeros abiertos claramente no es la suma de  $P_1$  y  $P_2$ , las probabilidades para cada uno de los agujeros por separado. Por analogía con nuestro experimento con ondas de agua, decimos que: “Hay interferencia”.

$$\text{Para electrones: } P_{12} \neq P_1 + P_2. \quad (1.5)$$

¿Cómo puede ocurrir tal interferencia? Quizá podríamos decir: “Bueno, esto significa, tal vez, que *no es verdad* que los paquetes pasen a través del agujero 1 o del 2, porque de ser así, las probabilidades se deberían sumar. Quizá pasen a través de los agujeros de manera más complicada. Se parten por la mitad y...” ¡Pero no! No pueden, siempre llegan en paquetes... “Bueno, quizá algunos de ellos atraviesan el 1, y después dan la vuelta a través del 2, y después dan la vuelta unas cuantas veces más, o por otro camino más complicado... entonces al cerrar el agujero 2, cambiamos la posibilidad de que un electrón que *parte* del agujero 1 llegue finalmente a la barrera...” ¡Pero noten! Hay algunos puntos a los que llegan muy pocos electrones cuando *ambos* agujeros están abiertos, pero que reciben muchos electrones si cerramos un agujero; así *cerrar* un agujero *augmentó* la cantidad del otro. Noten, sin embargo, que en el centro del patrón,  $P_{12}$  es más de dos veces mayor que  $P_1 + P_2$ . Es como si cerrar un agujero *disminuyera* el número de electrones que pasan a través del otro agujero. Parece difícil explicar *ambos* efectos proponiendo que los electrones recorren caminos complicados.

Esto es bastante misterioso. Y cuanto más piensen en ello parecerá más misterioso. Muchas ideas se han desarrollado para tratar de explicar la curva  $P_{12}$  en términos de electrones individuales que recorren caminos complicados a través de los agujeros. Ninguna de ellas ha tenido éxito. Ninguna de ellas puede dar la curva apropiada para  $P_{12}$  en función de  $P_1$  y  $P_2$ .

Aun así, lo que es bastante sorprendente, las *matemáticas* para relacionar  $P_1$  y  $P_2$  con  $P_{12}$  son extremadamente simples. Pues  $P_{12}$  es muy parecida a la curva  $I_{12}$  de la figura 1-2, y *ésa* fue simple. Lo que ocurre en la barrera se puede describir mediante dos números complejos, que llamamos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  (éstos son funciones de  $x$ , naturalmente). El cuadrado de la norma de  $\phi_1$  produce el efecto cuando sólo el agujero 1 está abierto. Es decir,  $P_1 = |\phi_1|^2$ . El efecto con sólo el agujero 2 es producido por  $\phi_2$  de la misma manera. Es decir,  $P_2 = |\phi_2|^2$ . Y el efecto combinado de los dos agujeros es entonces  $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$ . ¡Las *matemáticas* son las mismas que teníamos para las ondas de agua! (Es difícil ver cómo se puede obtener un resultado tan simple, a partir de un juego complicado de electrones moviéndose hacia adelante y hacia atrás a través de la placa en trayectorias extrañas.)

Concluimos lo siguiente: los electrones llegan en paquetes, como partículas, y la probabilidad de llegada de estos paquetes se ordena como la distribución para la intensidad de una onda. Es en este sentido que un electrón se comporta “algunas veces como una partícula y otras como una onda”.

Por cierto, cuando estábamos tratando con ondas clásicas definimos la intensidad como el valor medio en tiempo del cuadrado de la amplitud de onda, y usamos números complejos como un truco matemático para simplificar el análisis. Pero en mecánica cuántica resulta que las amplitudes *deben* ser representadas mediante números complejos. Las partes reales solas no bastarían. Ésta es una cuestión técnica, por el momento, ya que las fórmulas son muy semejantes.

Debido a que la probabilidad de llegada a través de ambos agujeros es tan sencilla, aunque no sea igual a  $(P_1 + P_2)$ , no hay nada más que añadir. Pero hay una gran cantidad de sutilezas envueltas en el hecho de que la naturaleza sí funciona de esta forma. Nos gustaría ilustrar algunas de estas sutilezas para ustedes en este momento. En primer lugar, puesto que el número que llega a un punto específico *no* es igual al número que llega a través de 1 más el número que llega a través de 2, como habíamos concluido de la Proposición A, sin duda alguna debemos concluir que *la Proposición A es falsa*. No es verdad que los electrones pasen *ya sea* a través del agujero 1 o del 2. Pero podemos comprobar esta conclusión con otro experimento.

### 1-6 Espiando a los electrones

Ahora probaremos el siguiente experimento. A nuestro aparato de electrones le añadimos una fuente de luz muy fuerte, colocada detrás de la pared y entre los dos agujeros, como se muestra en la figura 1-4. Sabemos que las cargas eléctricas dispersan la luz. Así que cuando un electrón pase, como quiera que lo haga, en su camino hacia el detector, éste dispersará algo de luz hacia nuestros ojos, y podremos *ver* por dónde va el electrón. Si, por ejemplo, un electrón siguiera el camino del agujero 2 que se muestra en la figura 1-4, deberíamos ver un destello de luz procedente de alrededor del lugar marcado como A en la figura. Si un electrón pasa a través del agujero 1, esperaríamos ver un destello alrededor del agujero superior. Si sucediera que vemos luz en los dos lugares al mismo tiempo, debido a que el electrón se divide en dos... ¡Hagamos el experimento!

Esto es lo que observamos: *cada vez* que oímos un clic en nuestro detector de electrones (en la barrera), *también vemos* un destello de luz *ya sea* cerca del agujero 1 *o* cerca del 2, pero *nunca* en ambos al mismo tiempo! Y obtenemos el mismo resultado sin importar dónde coloquemos al detector. De esta observación concluimos que cuando miramos a los electrones, encontramos que éstos pasan *ya sea* a través de un agujero *o* a través del otro. De manera experimental, la Proposición A es necesariamente verdadera.

¿Cuál es, entonces, el error en nuestro argumento en contra de la Proposición A? ¿Por qué *no es*  $P_{12}$  exactamente igual a  $P_1 + P_2$ ? ¡Volvamos al experimento! Sigámosle la pista a los electrones y averigüemos lo que están haciendo. Para cada posición (un lugar  $x$ ) del detector contaremos a los electrones que lleguen y *también* nos enteraremos por cuál agujero pasaron, observando los destellos.

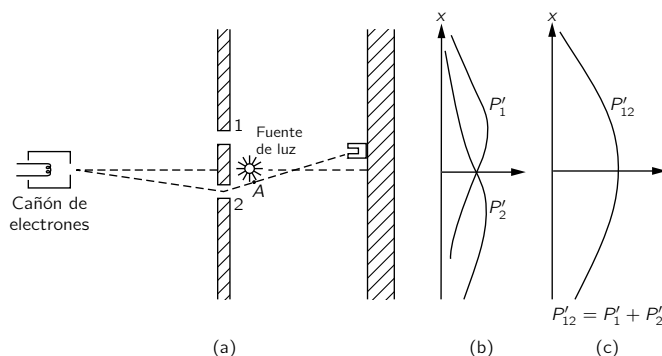


Figura 1-4. Un experimento diferente con electrones.



Podemos registrar lo que ocurre de la siguiente forma: cuando escuchemos un “clic”, lo anotaremos en la columna 1 si vemos el destello cerca del agujero 1, y si vemos el destello cerca del agujero 2, lo anotaremos en la columna 2. Cada electrón que llegue es anotado en una de estas dos clases: aquellos que lleguen a través de 1 y aquellos que llegan a través de 2. Del número registrado en la columna 1 obtenemos la probabilidad  $P'_1$  de que un electrón llegue al detector a través del agujero 1; y del número registrado en la columna 2 obtenemos  $P'_2$ , la probabilidad de que un electrón llegue al detector a través del agujero 2. Si repetimos estas mediciones para muchos valores de  $x$ , obtenemos las curvas para  $P'_1$  y  $P'_2$  mostradas en la parte (b) de la figura 1-4.

Bueno, ¡esto no es muy sorprendente! Obtenemos para  $P'_1$  algo muy similar a lo que obtuvimos antes para  $P_1$  cuando tapamos el agujero 2; y  $P'_2$  es similar a lo que obtuvimos al tapar el agujero 1. Así que *no* hay nada tan complicado como pasar a través de ambos agujeros. Cuando los observamos, los electrones pasan exactamente como esperaríamos que lo hicieran. Ya sea que los agujeros estén cerrados o abiertos, aquellos que vemos pasar por el agujero 1 se distribuyen de la misma forma sin importar que el agujero 2 esté abierto o cerrado.

¡Esperemos un momento! ¿Qué obtenemos *ahora* para la probabilidad *total*, la probabilidad de que un electrón llegue al detector por cualquier camino? Ya tenemos esa información. Sólo aparentamos que no hemos visto los destellos de luz, y agrupamos los clics del detector que habíamos separado en dos columnas. Sólo *debemos sumar* los números. Para la probabilidad de que un electrón llegue a la barrera pasando por *cualquier* agujero, encontramos que  $P'_{12} = P'_1 + P'_2$ . Por lo tanto, aunque hemos logrado ver por cuál agujero pasan nuestros electrones, ya no obtenemos la antigua curva de interferencia  $P_{12}$ , sino una nueva,  $P'_{12}$ , ¡que no presenta interferencia! Si apagamos la luz se vuelve a obtener  $P_{12}$ .

Debemos concluir que *cuando observamos a los electrones*, la distribución de los mismos en la pantalla es diferente que cuando no los observamos. ¿Tal vez encender nuestra luz es lo que altera las cosas? Debe ser que los electrones son muy delicados, y la luz, cuando se dispersa en los electrones, les da una sacudida que cambia su movimiento. Sabemos que el campo eléctrico de la luz que actúa sobre una carga ejercerá una fuerza sobre ella. Así, tal vez *debemos* esperar que el movimiento cambie. De todas formas, la luz ejerce una gran influencia sobre los electrones. Al intentar “espiar” a los electrones hemos cambiado su movimiento. O sea, la sacudida dada al electrón cuando el fotón es dispersado por éste, es tal que hace cambiar el movimiento del electrón lo suficiente como para que *podiera* haber ido hacia donde  $P_{12}$  es máxima en lugar de llegar a donde  $P_{12}$  es mínima; es por esto que ya no vemos los efectos ondulares de la interferencia.

Pueden estar pensando: “¡No usen una fuente tan brillante! ¡Disminuyan el brillo! Las ondas de luz serán entonces más débiles y no alterarán tanto a los electrones. Ciertamente, disminuyendo más y más la luz, eventualmente la onda será bastante débil que tendrá un efecto despreciable”. Muy bien. Probémoslo. Lo primero que observamos es que los destellos de luz dispersados por los electrones cuando pasan *no* se hacen más débiles. *El destello es siempre del mismo tamaño*. Lo único que sucede cuando la luz disminuye es que algunas veces oímos un “clic” en el detector pero *no vemos ningún destello*. El electrón ha pasado sin ser “visto”. Lo que observamos es que la luz *también* se comporta como los electrones; *sabíamos* que era “ondulante”, pero ahora nos damos cuenta de que también es como un “paquete”. Siempre llega —o se dispersa— en paquetes que llamamos “fotones”. Cuando disminuimos la *intensidad* de la fuente de luz no cambiamos el *tamaño* de los fotones, sino la *rapidez* con que son emitidos. *Esto* explica por qué, cuando la fuente es poco intensa, algunos electrones pasan sin ser vistos. No había ningún fotón cerca cuando pasó el electrón.

Todo esto es un poco desalentador. Si es verdad que siempre que “vemos” al electrón, vemos un destello del mismo tamaño, entonces los electrones que vemos son *siempre* los que fueron alterados. Probemos el experimento con una luz muy tenue de cualquier manera. Ahora cuando oigamos un clic en el detector lo marcaremos en tres columnas: en la columna (1) aquellos electrones vistos en el agujero 1, en la columna (2) los electrones vistos en el agujero 2, y en la

columna (3) aquellos electrones que no se vean. Cuando colectamos nuestros datos (calculando las probabilidades), encontramos estos resultados: aquellos “vistos en el agujero 1” tienen una distribución como  $P'_1$ ; aquellos “vistos en el agujero 2” tienen una distribución como  $P'_2$  (por lo que “aquellos vistos ya sea en el agujero 1 o en el 2” tienen una distribución como  $P'_{12}$ ); y aquellos “no vistos en absoluto” tienen una distribución “ondulante” ¡justo como  $P_{12}$  en la figura 1-3! ¡Si los electrones no se ven, tenemos interferencia!

Esto es comprensible. Cuando no vemos al electrón, ningún fotón lo altera, y cuando sí lo vemos, un fotón lo ha alterado. Existe siempre la misma alteración ya que todos los fotones de la luz producen efectos del mismo tamaño, y el efecto de los fotones al ser dispersados es suficiente para anular cualquier efecto de interferencia.

¿Hay algún modo en que podamos ver a los electrones sin alterarlos? Aprendimos en un capítulo anterior que el momentum que lleva un “fotón” es inversamente proporcional a su longitud de onda ( $p = h/\lambda$ ). Seguramente la sacudida dada al electrón cuando el fotón se dispersa hacia nuestro ojo depende del momentum que lleva el fotón. ¡Ajá! Si queríamos alterar a los electrones sólo un poco no deberíamos haber disminuido la *intensidad* de la luz, deberíamos haber disminuido su *frecuencia* (que es lo mismo que aumentar su longitud de onda). Usemos luz de un color más rojo. Incluso podríamos usar luz infrarroja, u ondas de radio (como un radar), y “ver” por dónde va el electrón con la ayuda de algún equipo que pueda “ver” la luz de estas longitudes de onda más grandes. Si utilizamos luz “más suave” quizá evitemos alterar tanto a los electrones.

Intentemos el experimento con ondas más largas. Continuaremos repitiendo nuestro experimento cada vez con luz de una longitud de onda más grande. Al principio parece que nada cambia. Los resultados son los mismos. Luego sucede algo terrible. Recuerden que cuando discutimos el microscopio hicimos notar que, debido a la *naturaleza ondulatoria* de la luz, hay una limitación en cuán cerca pueden estar dos manchas y aún ser vistas como dos manchas separadas. Esta distancia es del orden de la longitud de onda de la luz. Ahora, cuando hacemos la longitud de onda más grande que la distancia entre nuestros agujeros, vemos un *gran* destello borroso cuando la luz es dispersada por los electrones. ¡Ya no podemos decir por cuál agujero pasó el electrón! ¡Sólo sabemos que pasó por algún lugar! Y es justo con luz de este color que notamos que las sacudidas dadas al electrón son lo suficientemente pequeñas para que  $P'_{12}$  comience a parecerse a  $P_{12}$  —que empezamos a obtener algún efecto de interferencia—. Y es sólo para longitudes de onda mucho más grandes que la separación de los dos agujeros (cuando no tenemos la más mínima oportunidad de decir por dónde pasó el electrón) como la alteración ocasionada por la luz se hace lo suficientemente pequeña para obtener de nuevo la curva  $P_{12}$  que se muestra en la figura 1-3.

En nuestro experimento encontramos que es imposible acomodar la luz de manera que podamos decir por cuál agujero atravesó el electrón, y al mismo tiempo no se altere el patrón. Heisenberg sugirió que las nuevas leyes de la naturaleza sólo podrían ser consistentes si existiesen algunas limitaciones básicas en nuestras capacidades experimentales que no hubieran sido reconocidas antes. Él propuso, como principio general, su *principio de incertidumbre*, que podemos enunciar en términos de nuestro experimento de la siguiente manera: “Es imposible diseñar un aparato para determinar por cuál agujero pasa el electrón, y que al mismo tiempo no altere a los electrones lo suficiente como para destruir el patrón de interferencia”. Si un aparato es capaz de determinar por cuál agujero pasa el electrón, *no puede* ser tan delicado como para que no altere el patrón de un modo fundamental. Nadie ha encontrado jamás (o aun imaginado) una manera de evitar el principio de incertidumbre. Por lo que debemos suponer que describe una característica básica de la naturaleza.

La teoría completa de la mecánica cuántica que ahora usamos para describir a los átomos y, en realidad, a toda la materia, depende de la validez del principio de incertidumbre. Puesto que la mecánica cuántica es una teoría muy exitosa, nuestra creencia en el principio de incertidumbre es reforzada. Pero si alguna vez se encontrase un medio para “vencer” al principio de incertidumbre, la mecánica

cuántica daría resultados inconsistentes y tendría que ser descartada como teoría válida de la naturaleza.

“Bueno”, dirán ustedes, “¿qué pasa con la Proposición A? ¿Es verdad, o *no* es verdad, que el electrón pasa ya sea a través del agujero 1 o a través del agujero 2?” La única respuesta que se puede dar es que hemos encontrado, por medio de experimentos, que hay una cierta manera especial en la que debemos pensar para evitar caer en inconsistencias. Lo que debemos decir (para evitar hacer predicciones erróneas) es lo siguiente. Si alguien observa los agujeros o, de manera más precisa, si tiene un aparato capaz de determinar si los electrones atraviesan el agujero 1 o el 2, entonces *puede* decir que atraviesan el agujero 1 o el 2. *Pero*, cuando *nadie* intenta decir por qué camino pasa el electrón, cuando no hay nada en el experimento que altere a los electrones, entonces *nadie* puede decir que un electrón pasó por el agujero 1 o por el 2. Si alguien lo dice, y comienza a hacer deducciones a partir de su afirmación, cometerá errores en el análisis. Ésta es la cuerda floja lógica sobre la que debemos caminar si deseamos describir a la naturaleza con éxito.

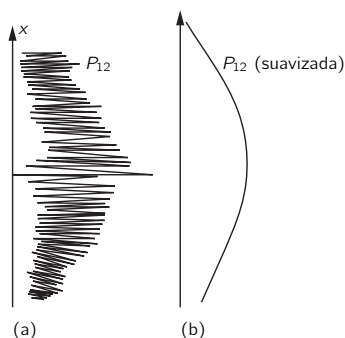


Figura 1-5. Patrón de interferencia con balas: (a) real (esquemático), (b) observado.

Si el movimiento de toda la materia —así como el de los electrones— se debe describir en términos de ondas, ¿qué pasa con las balas de nuestro primer experimento? ¿Por qué no vimos un patrón de interferencia ahí? Sucede que para las balas las longitudes de onda eran tan pequeñas, que los patrones de interferencia se volvieron muy tenues. Tan tenues, de hecho, que ningún detector de tamaño finito podría distinguir los diversos máximos y mínimos. Lo que hemos visto fue sólo una especie de promedio, que es la curva clásica. En la figura 1-5 hemos tratado de indicar esquemáticamente lo que sucede con los objetos a gran escala. La parte (a) de la figura muestra la distribución de probabilidad que se podría predecir para las balas, usando la mecánica cuántica. Las oscilaciones rápidas se supone que representan al patrón de interferencia que se obtiene para ondas con longitud de onda muy pequeña. Cualquier detector físico, sin embargo, atraviesa varias oscilaciones de la curva de probabilidad, y entonces las mediciones producen la curva suave mostrada en la parte (b) de la figura.

### 1-7 Los primeros principios de la mecánica cuántica

Ahora escribiremos un resumen de las principales conclusiones obtenidas de nuestros experimentos. Sin embargo, plantearemos los resultados en una forma que los haga válidos para una clase general de tales experimentos. Podemos escribir nuestro resumen de una manera más simple si primero definimos un “experimento ideal” como aquel en que no existen influencias extrañas inciertas, es decir, no hay vibraciones u otras cosas que no podamos tomar en cuenta. Seríamos más precisos si dijésemos: “Un experimento ideal es aquel en que todas las condiciones iniciales y finales del experimento están completamente especificadas”. Lo que llamaremos “un evento” es, en general, solamente un conjunto específico de condiciones iniciales y finales. (Por ejemplo: “un electrón sale del cañón, llega al detector y no sucede nada más”.) Ahora nuestro resumen.

#### Resumen

- (1) La probabilidad de un evento en un experimento ideal está dada por el cuadrado de la norma de un número complejo  $\phi$  que se llama la amplitud de probabilidad:

$$\begin{aligned} P &= \text{probabilidad,} \\ \phi &= \text{amplitud de probabilidad,} \\ P &= |\phi|^2. \end{aligned} \tag{1.6}$$

- (2) Cuando un evento puede ocurrir de varias maneras, la amplitud de probabilidad para el evento es la suma de las amplitudes de probabilidad para cada alternativa considerada de manera independiente. Hay interferencia:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2, \\ P &= |\phi_1 + \phi_2|^2. \end{aligned} \tag{1.7}$$

- (3) Si se hace un experimento en el cual se puede determinar qué alternativa ocurre en realidad, la probabilidad del evento es la suma de las probabilidades de cada alternativa. Se pierde la interferencia:

$$P = P_1 + P_2. \quad (1.8)$$

Aún podríamos preguntar: “¿Cómo funciona esto? ¿Cuál es la maquinaria que hay detrás de la ley?” Nadie ha encontrado maquinaria alguna detrás de la ley. Nadie puede “explicar” más allá de lo que nosotros hemos “explicado”. Nadie les dará una representación más detallada de la situación. No tenemos ninguna idea acerca de algún mecanismo más básico a partir del cual se puedan deducir estos resultados.

*Nos gustaría hacer notar una diferencia muy importante entre la mecánica clásica y la mecánica cuántica.* Hemos estado hablando de la probabilidad de que un electrón llegue en una circunstancia determinada. Hemos dicho que en nuestro arreglo experimental (o aun en el mejor posible) sería imposible predecir exactamente lo que va a suceder. ¡Sólo podemos predecir las posibilidades! Esto significaría, si fuese verdad, que la física ha renunciado a tratar de predecir de manera exacta lo que sucederá en una circunstancia dada. ¡Sí!, la física *ha* renunciado. *No sabemos cómo predecir lo que sucedería en una circunstancia dada,* y ahora creemos que es imposible —que lo único que se puede predecir es la probabilidad para diferentes eventos—. Se debe reconocer que esto es una reducción de nuestro ideal anterior de entender la naturaleza. Puede ser un paso atrás, pero nadie ha encontrado una manera para evitarlo.

Ahora haremos algunas observaciones sobre una sugerencia que se ha hecho algunas veces tratando de evitar la descripción que hemos dado: “Quizá el electrón tenga alguna clase de mecanismos internos —algunas variables internas— acerca de los cuales no sabemos nada aún. Quizá sea por eso que no podemos predecir lo que sucederá. Si pudiésemos observar más de cerca al electrón, podríamos decir a dónde terminará”. Hasta donde sabemos, eso es imposible. Aun así tendríamos dificultades. Supongamos que dentro del electrón hay ciertos mecanismos que determinan dónde terminará. Estos mecanismos *también* deben determinar por cuál agujero va a pasar. Pero no debemos olvidar que lo que está dentro del electrón no debe depender de lo que *nosotros* hagamos, y en particular de que nosotros abramos o cerremos uno de los agujeros. Así que si un electrón, antes de empezar, ya ha decidido (a) cuál agujero va a utilizar, y (b) dónde va a terminar, deberíamos encontrar  $P_1$  para los electrones que han elegido el agujero 1,  $P_2$  para los que han elegido el agujero 2, y *necesariamente* la suma  $P_1 + P_2$  para los que llegan a través de los dos agujeros. Parece ser que no existe otra alternativa. Pero hemos comprobado experimentalmente que éste no es el caso. Y nadie ha encontrado la manera de resolver este acertijo. Por lo tanto, actualmente debemos limitarnos a calcular probabilidades. Decimos “actualmente”, aunque sospechamos, con muchísimo fundamento, que así será para siempre —que es imposible resolver este acertijo— y que ésta es la manera en que la naturaleza realmente *es*.

### 1-8 El principio de incertidumbre

Heisenberg estableció de esta manera el principio de incertidumbre originalmente: si hacen una medición sobre cualquier objeto, y pueden determinar la componente  $x$  de su momentum con una incertidumbre  $\Delta p$ , no pueden, al mismo tiempo, conocer su posición  $x$  con una exactitud mayor que  $\Delta x \geq \hbar/2\Delta p$ , donde  $\hbar$  es un número fijo determinado por la naturaleza. Se llama la “constante de Planck reducida”, y vale aproximadamente  $1.05 \times 10^{-34}$  joule-segundos. Las incertidumbres en la posición y el momentum de una partícula en algún instante deben tener un producto mayor que la mitad de la constante de Planck reducida. Éste es un caso especial del principio de incertidumbre que se enunció antes con mayor generalidad. El enunciado más general era que no se puede diseñar un equipo de modo alguno para determinar cuál de dos alternativas se lleva a cabo, sin, al mismo tiempo, destruir el patrón de interferencia.

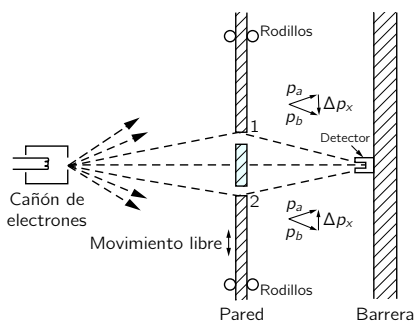


Figura 1-6. Un experimento en el cual se mide el retroceso de la pared.

Mostremos, para un caso particular, que el tipo de relación dada por Heisenberg debe ser verdadera a fin de evitar dificultades. Imaginemos una modificación del experimento de la figura 1-3, en la cual la pared con los agujeros es una placa montada sobre rodillos, de tal forma que puede moverse hacia arriba o hacia abajo libremente (en la dirección  $x$ ), como se muestra en la figura 1-6. Al observar el movimiento de la placa con cuidado, podemos tratar de decir por cuál agujero pasa un electrón. Imaginemos lo que ocurre cuando el detector está colocado en  $x = 0$ . Esperaríamos que un electrón que pasa por el agujero 1 fuera desviado hacia abajo por la placa para alcanzar el detector. Como la componente vertical del momentum del electrón ha cambiado, la placa debe retroceder con un momentum igual en la dirección opuesta. La placa sufrirá un empujón hacia arriba. Si el electrón pasara por el agujero inferior, la placa sentiría un empujón hacia abajo. Es claro que, para cada posición del detector, el momentum recibido por la placa tendrá un valor diferente para cuando se atraviesa el agujero 1 que cuando se atraviesa el agujero 2. ¡Eso es! Sin alterar al electrón *en lo más mínimo*, sólo observando la *placa*, podemos decir qué camino utiliza el electrón.

Pero para poder hacer esto, es necesario conocer cuál es el momentum de la placa antes de que el electrón la atraviese. Así cuando medimos el momentum después de que pasó el electrón, podemos calcular cuánto ha cambiado el momentum de la placa. Pero recuerden, según el principio de incertidumbre no podemos saber al mismo tiempo la posición de la placa con una exactitud arbitraria. Pero si no sabemos exactamente *dónde* se encuentra la placa, no podemos decir de manera precisa dónde se encuentran los dos agujeros. Estarán en un lugar diferente para cada electrón que pase. Esto significa que el centro de nuestro patrón de interferencia tendrá una ubicación diferente para cada electrón. Las ondulaciones del patrón de interferencia desaparecerán. Mostraremos cuantitativamente en el próximo capítulo que si determinamos el momentum de la placa con suficiente exactitud para determinar, por las mediciones del retroceso, qué agujero se usó, entonces la incertidumbre en la posición  $x$  de la placa, de acuerdo con el principio de incertidumbre, será suficiente para desviar el patrón observado en el detector hacia arriba y hacia abajo en la dirección  $x$ , tanto como la distancia de un máximo a su mínimo más próximo. Tal desviación aleatoria es suficiente como para desvanecer el patrón por lo que no se observa ninguna interferencia.

El principio de incertidumbre “protege” a la mecánica cuántica. Heisenberg comprendió que, si fuese posible medir el momentum y la posición de manera simultánea con una mayor precisión, la mecánica cuántica colapsaría. Por lo que propuso que eso debe ser imposible. Luego, muchos se sentaron y trataron de encontrar una manera de hacerlo, y nadie pudo encontrar la manera de medir la posición y el momentum de cualquier objeto —una pantalla, un electrón, una bola de billar, cualquier cosa— con mayor exactitud. La mecánica cuántica mantiene su peligrosa, pero aún correcta, existencia.

## **Relación entre los puntos de vista de ondas y de partículas**

---

### 2-1 Amplitudes de onda de probabilidad

En este capítulo estudiaremos la relación entre los puntos de vista de ondas y de partículas. Ya sabemos, por lo visto en el último capítulo, que ni el punto de vista de ondas ni el de partículas son correctos. Siempre nos gustaría presentar las cosas en forma exacta, o por lo menos con suficiente precisión como para que no sea necesario hacer cambios cuando aprendamos más —puede que se aumente, ¡pero no que cambie!—. Pero cuando hablamos de la imagen de onda o de la imagen de partícula, ambas son aproximadas y ambas cambiarán. Por lo tanto, lo que aprendamos en este capítulo no será preciso en cierto sentido; trataremos con algunos argumentos medio intuitivos, que se harán más precisos después. Ciertas cosas cambiarán un poco cuando las interpretemos correctamente en la mecánica cuántica. Lo hacemos de este modo para que ustedes puedan tener una impresión cualitativa de algunos fenómenos cuánticos antes de que entremos en los detalles matemáticos de la mecánica cuántica. Además, todas nuestras experiencias son con ondas y con partículas, por lo cual resulta muy práctico usar las ideas de onda y de partícula para obtener una cierta comprensión de lo que ocurre en circunstancias determinadas, antes de que veamos las matemáticas completas de las amplitudes cuánticas. Trataremos de indicar los puntos más débiles a medida que avancemos, pero una gran parte de cuanto veremos será bastante correcto —es simplemente cuestión de interpretación—.

Antes que nada, sabemos que la nueva manera de representar al mundo en la mecánica cuántica —el nuevo marco de referencia— es dar una amplitud para cada evento que puede ocurrir, y si el evento involucra la recepción de una partícula, podemos dar la amplitud para encontrar a esa partícula en lugares diferentes y en momentos distintos. La probabilidad de encontrar a la partícula es proporcional al cuadrado de la norma de la amplitud. En general, la amplitud para encontrar una partícula en lugares y momentos diferentes varía con la posición y el tiempo.

En algunos casos especiales, puede ser que la amplitud varíe de manera sinusoidal en el espacio y en el tiempo, como  $e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$ , donde  $\mathbf{r}$  es el vector de posición desde cierto origen. (No olviden que estas amplitudes son números complejos, no números reales.) Esta amplitud varía con una frecuencia  $\omega$  y un número de onda  $\mathbf{k}$  definidos. Entonces, resulta que esto corresponde a una situación límite clásica, en la que pensamos que tenemos una partícula cuya energía  $E$  es conocida, y está relacionada con la frecuencia mediante

$$E = \hbar\omega, \quad (2.1)$$

y cuyo momentum  $\mathbf{p}$  también es conocido, y está relacionado con el número de onda mediante

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (2.2)$$

(El símbolo  $\hbar$  representa al número  $h$  dividido entre  $2\pi$ ;  $\hbar = h/2\pi$ .)

Esto significa que la idea de una partícula está limitada. La idea de una partícula —su ubicación, su momentum, etc.— que tanto usamos, es en cierto modo poco satisfactoria. Por ejemplo, si la amplitud para encontrar una partícula en diferentes lugares está dada por  $e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$ , cuya norma al cuadrado es constante, significaría que la probabilidad para encontrar una partícula es la misma en todos

### 2-1 Amplitudes de onda de probabilidad

### 2-2 Medición de la posición y el momentum

### 2-3 Difracción de cristales

### 2-4 El tamaño de un átomo

### 2-5 Niveles de energía

### 2-6 Implicaciones filosóficas

*Nota:* Este capítulo es casi exactamente igual que el capítulo 38 del volumen I.

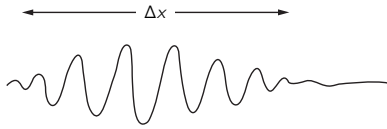


Figura 2-1. Un tren de ondas de longitud  $\Delta x$ .

los puntos. Esto significa que no sabemos *dónde* está —puede estar en cualquier parte—, hay una gran incertidumbre en su ubicación.

Por otra parte, si la posición de una partícula se conoce más o menos bien, y podemos predecirla con bastante precisión, entonces la probabilidad para encontrarla en diferentes lugares debe estar confinada a cierta región, cuya longitud llamamos  $\Delta x$ . Fuera de esta región, la probabilidad es cero. Ahora bien, esta probabilidad es el cuadrado de la norma de una amplitud, y si el cuadrado de la norma es cero, entonces la amplitud también es cero, de modo que tenemos un tren de ondas cuya longitud es  $\Delta x$  (figura 2-1) y la longitud de onda (la distancia entre nodos de las ondas en el tren) de ese tren de ondas es lo que corresponde al momentum de la partícula.

Aquí nos encontramos con algo extraño acerca de las ondas; algo muy simple que, estrictamente, no tiene nada que ver con la mecánica cuántica. Es algo que cualquiera que trabaja con ondas, aunque no sepa mecánica cuántica, conoce: a saber, *no podemos definir una longitud de onda única para un tren de ondas corto*. Tal tren de ondas *tiene* una longitud de onda definida; hay una indefinición en el número de onda que está relacionada con la longitud finita del tren, por lo que hay una indefinición en el momentum.

## 2-2 Medición de la posición y el momentum

Consideremos dos ejemplos de esta idea —para ver la razón de que haya una incertidumbre en la posición y/o en el momentum, si la mecánica cuántica es correcta—. También hemos visto antes que si no fuera así —si fuera posible medir simultáneamente la posición y el momentum de cualquier cosa— tendríamos una paradoja; somos afortunados en no tener esa paradoja, y el hecho de que esa incertidumbre surja de manera natural de la imagen de onda demuestra que todo es mutuamente consistente.

Tenemos aquí un ejemplo que muestra la relación entre la posición y el momentum en una situación que es fácil de entender. Supongamos que tenemos una sola rejilla, y que las partículas llegan de muy lejos con una energía determinada —así que todas vienen prácticamente en forma horizontal (figura 2-2)—. Nos vamos a concentrar en las componentes verticales del momentum. Todas estas partículas tienen un cierto momentum horizontal  $p_0$ , digamos, en sentido clásico. Así, en sentido clásico, el momentum vertical  $p_y$ , antes de que la partícula atravesase el agujero, se conoce perfectamente. La partícula no se mueve ni hacia arriba ni hacia abajo, porque llegó de una fuente que está muy lejos —y por eso el momentum vertical es cero—. Pero supongamos ahora que atravesase un agujero cuyo ancho es  $B$ . Entonces, cuando sale del agujero, conocemos la posición vertical —la posición en  $y$ — con una precisión considerable —digamos  $\pm B$ —†. En otras palabras, la incertidumbre en la posición,  $\Delta y$ , es del orden de  $B$ . Ahora también querríamos decir, dado que sabemos que el momentum es absolutamente horizontal, que  $\Delta p_y$  es cero; pero eso está mal. Supimos *una vez* que el momentum era horizontal, pero ya no lo sabemos más. Antes de que las partículas pasaran por el agujero, no conocíamos sus posiciones verticales. Ahora que conocemos la posición vertical, al hacer que la partícula pase por el agujero, ¡hemos perdido nuestra información sobre el momentum vertical! ¿Por qué? De acuerdo con la teoría de ondas, hay una dispersión, o difracción, de las ondas después de pasar por la rejilla, como ocurre con la luz. Por lo tanto, hay cierta probabilidad para que las partículas que salen de la rejilla no sigan exactamente en línea recta. El patrón se dispersa por efecto de la difracción, y el ángulo de dispersión, que podemos definir como el ángulo del primer mínimo, es una medida de la incertidumbre en el ángulo final.

¿Cómo se dispersa el patrón? Decir que se ha dispersado significa que hay alguna posibilidad para que la partícula se mueva hacia arriba o hacia abajo, o sea, que tiene una componente del momentum hacia arriba o hacia abajo. Decimos *posibilidad y partícula* porque podemos detectar este patrón de difracción con un

† Más precisamente, el error en nuestro conocimiento de  $y$  es  $\pm B/2$ . Pero ahora sólo estamos interesados en la idea general, por lo que no nos preocuparemos de factores de 2.

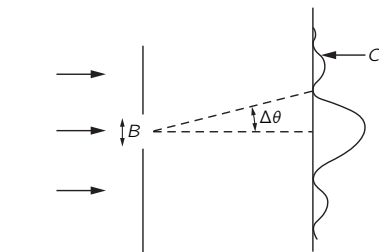


Figura 2-2. Difracción de partículas al pasar por una rejilla.

contador de partículas, y cuando el contador recibe una partícula, digamos en  $C$  en la figura 2-2, recibe la partícula *completa*, por lo que, en sentido clásico, la partícula tiene un momentum vertical, para poder ir desde la rejilla hasta  $C$ .

Para tener una idea aproximada de la dispersión del momento, el momentum vertical  $p_y$  tiene una dispersión igual a  $p_0\Delta\theta$ , donde  $p_0$  es el momentum horizontal. ¿Y cuán grande es  $\Delta\theta$  en el patrón ensanchado? Sabemos que el primer mínimo aparece en un ángulo  $\Delta\theta$  tal que las ondas de un borde de la rejilla tienen que viajar una longitud de onda más que las provenientes del otro lado —obtuvimos este resultado antes (capítulo 30 del volumen I)—. En consecuencia,  $\Delta\theta$  es  $\lambda/B$ , y  $\Delta p_y$  en este experimento es  $p_0\lambda/B$ . Noten que si hacemos a  $B$  más pequeño, y realizamos una medición más precisa de la posición de la partícula, el patrón de difracción se hace más ancho. Por lo tanto, cuanto más angosta hagamos la rejilla, más se ensancha el patrón, y mayor será la probabilidad para que encontremos a la partícula con un momentum lateral. Luego, la incertidumbre del momentum vertical es inversamente proporcional a la incertidumbre de  $y$ . En realidad, vemos que el producto de las dos es igual a  $p_0\lambda$ . Como  $\lambda$  es la longitud de onda y  $p_0$  es el momentum, y de acuerdo a la mecánica cuántica, entonces la longitud de onda por el momentum es la constante de Planck  $h$ . Así que obtenemos la regla de que las incertidumbres en el momentum vertical y la posición vertical tienen un producto del orden de  $h$ :

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2. \quad (2.3)$$

No podemos preparar un sistema en el que sepamos la posición vertical de una partícula, y podamos predecir cómo se moverá verticalmente con mayor certeza que la dada por (2.3). Es decir, la incertidumbre en el momentum vertical debe ser mayor que  $\hbar/2\Delta y$ , donde  $\Delta y$  es la incertidumbre en nuestro conocimiento de la posición.

Hay quienes dicen que la mecánica cuántica está por completo mal. Cuando la partícula llegó desde la izquierda, su momentum vertical era cero. Ahora que ha pasado por la rejilla, se sabe su posición. La posición y el momentum parecen conocerse con precisión arbitraria. Es completamente cierto que podemos recibir una partícula, y determinar cuál es su posición al recibirla y cuál tendría que haber sido su momentum para llegar allí. Eso es cierto, pero no es eso a lo que se refiere la relación de incertidumbre (2.3). La ecuación (2.3) se refiere a la *predictibilidad* de una situación, no a comentarios sobre el *pasado*. De nada vale decir “conocía cuál era el momentum antes de que atravesara la rejilla, y ahora conozco la posición”, porque ahora se ha perdido el conocimiento sobre el momentum. El hecho de que atravesara la rejilla, ya no nos permite predecir el momentum vertical. Estamos hablando de una teoría predictiva, y no sólo de mediciones después del hecho. Por lo que debemos hablar de lo que podemos predecir.

Ahora tratemos el asunto a la inversa. Tomemos otro ejemplo del mismo fenómeno, un poco más cuantitativamente. En el ejemplo anterior, medimos el momentum por un método clásico. Es decir, consideramos la dirección, la velocidad, los ángulos, etc., por lo que obtuvimos el momentum por un análisis clásico. Pero, como el momentum está relacionado con el número de onda, hay aún otra manera en la naturaleza para medir el momentum de una partícula —fotón o lo que sea— que no tiene un análogo clásico, porque utiliza la ecuación (2-2). Medimos las *longitudes de onda de las ondas*. Tratemos de medir el momentum de esta forma.

Supongamos que tenemos una rejilla con un gran número de líneas (figura 2-3), y enviamos un haz de partículas a la rejilla. Hemos discutido este problema a menudo: si las partículas tienen un momentum definido, entonces obtenemos un patrón muy agudo en cierta dirección, debido a la interferencia. Y también hemos hablado acerca de la precisión con que podemos determinar ese momentum, es decir, cuál es el poder de resolución de esa rejilla. En vez de deducirlo nuevamente, los referimos al capítulo 30 del volumen I, donde encontramos que la incertidumbre relativa de la longitud de onda que se puede medir con una rejilla determinada es  $1/Nm$ , donde  $N$  es el número de líneas de la rejilla y  $m$  es el orden del patrón de difracción. Esto es,

$$\Delta\lambda/\lambda = 1/Nm. \quad (2.4)$$

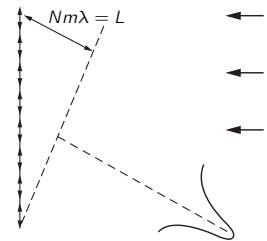


Figura 2-3. Determinación del momentum usando una rejilla de difracción.



Ahora bien, se puede reescribir la fórmula (2.4) en la forma

$$\Delta\lambda/\lambda^2 = 1/Nm\lambda = 1/L, \quad (2.5)$$

donde  $L$  es la distancia mostrada en la figura 2-3. Esta distancia es la diferencia entre la distancia total que la partícula, o la onda, o lo que sea, tiene que viajar si es reflejada en la base de la rejilla, y la distancia que tiene que viajar si es reflejada en la parte superior de la rejilla. Es decir, las ondas que forman el patrón de difracción son ondas que vienen de partes diferentes de la rejilla. Las primeras que llegan vienen de la base de la rejilla, del principio del tren de ondas, y el resto de ellas viene de partes posteriores del tren de ondas, que llegan de partes diferentes de la rejilla, hasta que finalmente llega la última, y ésta proviene de un punto del tren de ondas que está a una distancia  $L$  detrás del primer punto. Entonces, para que tengamos una línea angosta en el espectro correspondiente a un momentum definido, con una incertidumbre dada por (2.4), necesitamos un tren de ondas por lo menos de longitud  $L$ . Si el tren de ondas es demasiado corto, no estamos utilizando toda la rejilla. Las ondas que forman el espectro se están reflejando sólo en un sector muy corto de la rejilla si el tren de ondas es muy corto, por lo cual la rejilla no funcionará bien —encontraremos una dispersión angular grande—. Para obtener una dispersión más angosta, tenemos que utilizar la rejilla completa, de modo que, por lo menos en algún momento, todo el tren de ondas se disperse simultáneamente en todos los puntos de la rejilla. Por lo que el tren de ondas debe ser de longitud  $L$  para tener una incertidumbre en la longitud de onda menor que la dada por (2.5). Además,

$$\Delta\lambda/\lambda^2 = \Delta(1/\lambda) = \Delta k/2\pi. \quad (2.6)$$

Por lo tanto,

$$\Delta k = 2\pi/L, \quad (2.7)$$

donde  $L$  es la longitud del tren de ondas.

Esto significa que si tenemos un tren de ondas cuya longitud es menor que  $L$ , la incertidumbre del número de onda debe ser mayor que  $2\pi/L$ . O la incertidumbre de un número de onda por la longitud del tren de ondas —la llamaremos  $\Delta x$  por un momento— es mayor que  $2\pi$ . La llamamos  $\Delta x$  porque es la incertidumbre en la ubicación de la partícula. Si el tren de ondas existe sólo en una longitud finita, entonces es ahí donde podríamos encontrar a la partícula, con una incertidumbre  $\Delta x$ . Ahora bien, esta propiedad de las ondas, que la longitud del tren de ondas por la incertidumbre en el número de onda asociado con él es por lo menos  $2\pi$ , es una propiedad conocida para cualquiera que las estudie. No tiene nada que ver con la mecánica cuántica. Es simplemente que, si tenemos un tren finito, no podemos contar las ondas que hay en él en forma muy precisa.

Intentemos otra manera para entender la razón de eso. Supongamos que tenemos un tren finito de longitud  $L$ ; entonces, por la manera en que tiene de decrecer en los extremos, como en la figura 2-1, el número de ondas en la longitud  $L$  es incierto en algo así como  $\pm 1$ . Pero el número de ondas en  $L$  es  $kL/2\pi$ . Por lo tanto  $k$  es incierta, y obtenemos nuevamente el resultado (2.7), que es simplemente una propiedad de las ondas. Lo mismo ocurre si las ondas son en el espacio y  $k$  es el número de radianes por centímetro, y  $L$  es la longitud del tren, que si las ondas son en el tiempo y  $\omega$  es el número de oscilaciones por segundo y  $T$  es la “longitud” en el tiempo que el tren de ondas tarda en pasar. Es decir, si tenemos un tren de ondas que sólo dura un tiempo finito  $T$ , entonces la incertidumbre en la frecuencia está dada por

$$\Delta\omega = 2\pi/T. \quad (2.8)$$

Hemos tratado de enfatizar que éstas son propiedades de las ondas, y que se conocen muy bien, por ejemplo, en la teoría del sonido.

La cuestión es que, en la mecánica cuántica, interpretamos al número de onda como una medida del momentum de una partícula, con la regla de que  $p = \hbar k$ , por lo que la relación (2.7) nos dice que  $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$ . Ésta es, entonces,

una limitación de la idea clásica de momentum. (Naturalmente, ¡tiene que estar limitada de alguna manera si vamos a representar a las partículas mediante ondas!) Es agradable que hayamos encontrado una regla que nos da una idea de cuándo hay una falla en las ideas clásicas.

### 2-3 Difracción de cristales

A continuación, consideremos la reflexión de ondas-partículas en un cristal. Un cristal es una cosa gruesa que tiene muchos átomos similares —más tarde incluiremos algunas complicaciones— en un arreglo ordenado. La cuestión es cómo hacemos el arreglo para que obtengamos un máximo de reflexión intenso en una dirección determinada para un haz determinado de, por ejemplo, luz (rayos X), electrones, neutrones o cualquier otra cosa. Para obtener una reflexión intensa, la dispersión en todos los átomos debe estar en fase. No puede haber un número igual en fase y fuera de fase, porque las ondas se cancelarían. El modo de arreglar las cosas es encontrar las regiones de fase constante, como ya lo hemos explicado; son los planos que forman ángulos iguales con las direcciones inicial y final (figura 2-4).

Si consideramos dos planos paralelos, como en la figura 2-4, las ondas dispersadas en los dos planos estarán en fase, siempre que la diferencia en la distancia que ha viajado el frente de onda sea un múltiplo entero de longitudes de onda. Se puede ver que esta diferencia es  $2d \sin \theta$ , donde  $d$  es la distancia perpendicular entre los planos. Luego entonces, la condición para reflexión coherente es

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (2.9)$$

Si, por ejemplo, el cristal es tal que los átomos están sobre planos que obedecen la condición (2.9) con  $n = 1$ , habrá una reflexión intensa. Si, por otra parte, hay otros átomos de la misma naturaleza (misma densidad) a la mitad, entonces los planos intermedios también dispersarán con igual intensidad e interferirán con los otros, y no producirán ningún efecto. Por lo tanto  $d$  en (2.9) se debe referir a planos *adyacentes*; ¡no podemos tomar un plano que esté cinco capas más atrás y usar esta fórmula!

Como punto de interés, los cristales reales por lo general no son tan simples como una sola clase de átomos repetidos de cierta manera. Por el contrario, si hacemos una analogía bidimensional, son muy parecidos al papel tapiz, en el cual hay un tipo de figura que se repite por todo el papel. Por “figura” queremos decir, en el caso de átomos, algún arreglo —calcio y un carbono y tres oxígenos para el carbonato de calcio, etc.— que puede incluir un número relativamente grande de átomos. Pero cualquiera que sea, la figura se repite en un patrón. La figura básica se denomina *celda unitaria*.

El patrón básico de repetición define lo que llamamos *red cristalina*; la red cristalina se puede determinar inmediatamente al observar las reflexiones y determinar su simetría. En otras palabras, donde encontramos *alguna* reflexión, ésta determina el tipo de red, pero para determinar qué hay en cada elemento de la red, debemos considerar la *intensidad* de la dispersión en diversas direcciones. En cuáles direcciones hay dispersión depende del tipo de red, pero la *intensidad* de dispersión está determinada por lo que hay dentro de cada celda unitaria, y así se obtiene la estructura de los cristales.

Dos fotografías de patrones de diagramas de rayos Xs se muestran en las figuras 2-5 y 2-6; éstas muestran la dispersión en sal de roca y en mioglobina, respectivamente.

Además, un detalle interesante ocurre si el espaciamiento de los planos más cercanos es menor que  $\lambda/2$ . En este caso, no hay ninguna  $n$  que satisfaga (2.9). Así, si  $\lambda$  es mayor de dos veces la distancia entre planos adyacentes, entonces no hay patrón de difracción lateral, y la luz —o lo que sea— atravesará el material sin rebotar o perderse. Así que en el caso de la luz, donde  $\lambda$  es mucho mayor que el espaciamiento, pasa directamente y no hay patrón de reflexión de los planos del cristal.

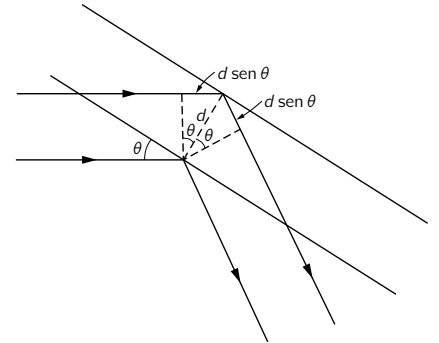


Figura 2-4. Dispersión de ondas en planos cristalinos.

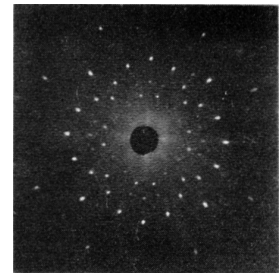


Figura 2-5

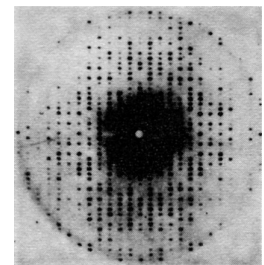


Figura 2-6