

**Kohls**

# Mathe-Tandem

Analysis I (Umgang mit Funktionen)

E-Phase

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

**11 Partnerkarten  
für 24 Schüler**



Lernen mit Erfolg

**KOHL VERLAG**

# Kohls Mathe-Tandem / Analysis I

## Umgang mit Funktionen

1. Digitalauflage 2021

© Kohl-Verlag, Kerpen 2021  
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Jutta Stecker  
Redaktion: Kohl-Verlag  
Grafik & Satz: Kohl-Verlag

**Bestell-Nr. P12 581**

**ISBN: 978-3-96624-751-1**

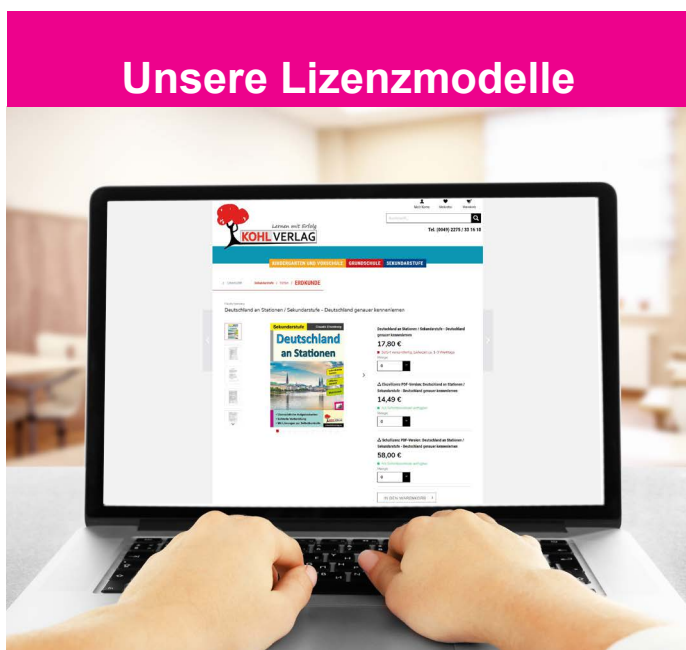
© Kohl-Verlag, Kerpen 2021. Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a UrhG). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke. Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, Tablet via Beamer, Whiteboard o.a. das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogische Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehrauftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Kohl-Verlag, Kerpen 2021



### Der vorliegende Band ist eine PDF-Einzellizenz

Sie wollen unsere Kopiervorlagen auch digital nutzen? Kein Problem – fast das gesamte KOHL-Sortiment ist auch sofort als PDF-Download erhältlich! Wir haben verschiedene Lizenzmodelle zur Auswahl:



	Print-Version	PDF-Einzellizenz	PDF-Schullizenz	Kombipaket Print & PDF-Einzellizenz	Kombipaket Print & PDF-Schullizenz
Unbefristete Nutzung der Materialien	X	X	X	X	X
Vervielfältigung, Weitergabe und Einsatz der Materialien im eigenen Unterricht	X	X	X	X	X
Nutzung der Materialien durch alle Lehrkräfte des Kollegiums an der lizenzierten Schule			X		X
Einstellen des Materials im Intranet oder Schulserver der Institution			X		X

Die erweiterten Lizenzmodelle zu diesem Titel sind jederzeit im Online-Shop unter [www.kohlverlag.de](http://www.kohlverlag.de) erhältlich.

# Mathe-Tandems: Analysis I (Umgang mit Funktionen)

*Hinweis: Tandems, die hier mit einem Stern markiert sind, sind auch „rückwärts“ einsetzbar. D.h. ein Partner<sup>1</sup> liest die komplette Lösung einer beliebigen Aufgabe vor, ohne die Aufgabennummer zu nennen. Der andere gibt die Nummer der Aufgabe an.*

*Dieses Vorgehen eignet sich entweder für Paare, die schneller fertig sind oder als gesonderte Übung für alle. Ggf. kann das Tandem zuvor umgedreht werden, um die Aufgaben zu tauschen.*

## 1. Liegt eine Funktion vor? Wenn ja, welche? \*

Anhand der Funktionsgleichung oder dem Graph erkennen, ob es sich um eine Funktion handelt.

## 2. Lineare Funktionen: Geradengleichungen am Graph ablesen \*

## 3. Potenzfunktionen bis Grad 4 am Graph ablesen \*

## 4. Trigonometrische Funktionen zuordnen \*

Der Sinus-Funktionsgleichung den Graphen zuordnen und eine passende Kosinusfunktion angeben. (Hier sind unendlich viele Lösungen denkbar, die naheliegendsten sind jeweils als Lösung notiert).

Ggf. kann auf die Angabe der Kosinusfunktion auch verzichtet werden.

*\* Wird das Tandem „rückwärts“ eingesetzt, wird die Kosinusfunktion vorgegeben. Es muss dann die Nummer der Funktionsgleichung UND der Buchstabe des Graphen angegeben werden.*

## 5. Ganzrationale Funktionen: Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten angeben und Punktprobe \*

Zu einer Funktionsgleichung Symmetrie und Unendlichkeitsverhalten angeben; anschließend prüfen, ob der angegebene Punkt auf dem zugehörigen Graphen liegt und ggf. den y-Wert des Punktes korrigieren.

*\* Wird das Tandem „rückwärts“ eingesetzt, muss auch die Punktprobe mit beachtet und vorgelesen werden (ja/nein reicht aus), damit die Aufgabenstellung eindeutig ist.*

## 6. Nullstellen von ganzrationalen Funktionen \*

Das einfachste Verfahren zur Bestimmung der Nullstellen sowie die Nullstellen müssen angegeben werden. Bei den mit \* versehenen Aufgaben ist dies als mündliche Aufgabenstellung schwierig. Hier kann ggf. darauf verzichtet werden. Auf das Phänomen der mehrfachen Nullstellen kann an dieser Stelle nicht eingegangen werden.

*\* Wird das Tandem „rückwärts“ eingesetzt, müssen jeweils ALLE Nullstellen vorgelesen werden!*

## 7. e-Funktionen: Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten und ggf. Nullstelle(n) angeben \*

Zu einer Funktionsgleichung Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten und ggf. die Nullstelle(n) angeben.

*\* Wird das Tandem „rückwärts“ eingesetzt, muss jeweils die komplette Lösung vorgelesen werden!*

## 8. Definitions- und Wertebereich angeben (rationale Funktionen, Wurzel- und e-Funktionen) \*

Dem Graph die Funktionsgleichung zuordnen und Definitions- und Wertebereich angeben.

Hinweis: Es werden nicht alle angegebenen Funktionsgleichungen benötigt!

*\* Wird das Tandem „rückwärts“ eingesetzt, muss jeweils die komplette Lösung vorgelesen werden! Es muss dann die Nummer des Graphen UND der Buchstabe der Funktionsgleichung angegeben werden.*

## 9. Veränderungen von Funktionen (ganzrationale, trigonometrische, Wurzel- und e-Funktion) \*

Zu der Funktionsgleichung von g angeben, wie sie durch Streckung/Stauchung/Verschiebung aus der Funktionsgleichung von f hervorgeht.

## 10. Umkehrfunktion bestimmen \*

Hinweis: Da die Funktionen z.T. nur auf einem eingeschränkten Definitionsbereich umkehrbar sind, ist dieser angegeben, und auch bei der Umkehrfunktion ist der entsprechende Definitionsbereich notiert. Auf die Angabe des Definitionsbereichs der Umkehrfunktion kann aber auch verzichtet werden.

## 11. Verkettung von Funktionen bilden \*

Anhand von  $u(x)$  und  $v(x)$  die verketteten Funktionen  $u(v(x))$  und  $v(u(x))$  bilden.

*\* Wird das Tandem „rückwärts“ eingesetzt, genügt es, entweder  $u(v(x))$  ODER  $v(u(x))$  vorzulesen. Ggf. kann verlangt werden, auch herauszufinden, welche der beiden Verkettungen vorgelesen wurde.*

# Hinweise zur Arbeit mit den Tandemblättern:

Die Tandems sind in beliebiger Reihenfolge einsetzbar.

## Didaktische Hinweise:

Die hier gesammelten Tandemarbeitsblätter sind für die **mündliche Partnerarbeit** gedacht und eignen sich vor allem zu einer **ersten Übung** von neu erlerntem Stoff. Natürlich können die Tandems auch zur Wiederholung, z.B. für die Vorbereitung auf eine Klausur oder auf das Abitur, eingesetzt werden.

Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben ist von leicht bis mittelschwer einzustufen, wobei alle Übungen für die mündliche Arbeit gedacht und daher so gehalten sind, dass keine schriftlichen Rechnungen notwendig sind und der Taschenrechner nicht verwendet wird.

Da Hinweise zum Lösungsweg oft nicht oder nur in geringem Umfang enthalten sind, sollte das Thema zuvor von allen Schülern<sup>1</sup> weitgehend verstanden sein. Ggf. bietet es sich an, leistungsschwachen Schülern einen leistungsstärkeren Partner zuzuteilen.

Mit Hilfe dieser Partnerarbeitsform können Sie die **Zeit im Unterricht effektiv nutzen**, da alle Schüler gleichzeitig üben und zugleich Verantwortung für ihr Lernen bzw. das Lernen des Partners übernehmen. Auch oder sogar gerade in schwierigen und leistungsschwachen Lerngruppen werden Sie mit dieser Lernform positive Erfahrungen machen!

## Aufbau der Tandemblätter:

Auf jeder DIN A 4-Seite ist dasselbe Tandemarbeitsblatt viermal abgedruckt. Jede DIN A 4-Seite ist 3mal enthalten, sodass jeweils 12 gleichartige Tandemblätter vorliegen, mit denen **bis zu 24 Schüler gleichzeitig** arbeiten können. Für große Klassen können Sie die Tandems auch kopieren.

Die Tandems müssen nur noch zerschnitten werden und sind **sofort einsatzbereit!** Da sie auf stärkerem Papier gedruckt sind, sind sie mehrfach verwendbar. Am besten weisen Sie die Schüler/Schülerinnen darauf hin, dass sie nicht darauf schreiben und die Tandems nicht verknicken.

Die Tandemblätter bestehen aus Vorder- und Rückseite. Auf jeder Seite befinden sich die **eigenen Aufgaben** sowie die **Lösungen des Partners** von den Aufgaben auf der anderen Seite! Die Überschrift gibt das Thema an und in der rechten oberen Ecke steht, wer Vorderseite A bzw. Rückseite B hat.

Die Autorin und der Verlag danken für die Erlaubnis, die mit GeoGebra erstellten Grafiken in diesem Band abzudrucken.

## Durchführung:

Je zwei Schüler erhalten ein Tandemblatt. Sie sitzen einander gegenüber bzw. so nebeneinander, dass sie nur ihre Seite des Arbeitsblatts sehen können.

„A“ beginnt mit der 1. Aufgabe. „A“ löst diese im Kopf und teilt dem Partner das Ergebnis mit. „B“ kann das Ergebnis anhand der abgedruckten Lösung auf seiner Seite kontrollieren und gegebenenfalls korrigieren. Er sollte jedoch dem Mitschüler Gelegenheit geben, ein falsches Ergebnis zunächst selbst zu verbessern.

Dann ist „B“ mit seiner 1. Aufgabe an der Reihe und „A“ übernimmt die Kontrolle. Auf diese Weise arbeiten die Schüler abwechselnd und bekommen eine sofortige Rückmeldung über ihre Ergebnisse.

Wenn ein Team schneller fertig ist als die anderen, kann der Tandembogen umgedreht werden und jeder löst die Aufgaben, die zuvor der andere hatte. So können schnellere Schüler weiter beschäftigt werden und einen zusätzlichen Trainingseffekt erzielen. Durch Untätigkeit entstehende Unruhe in der Klasse wird vermieden. Alternativ kann auch die Arbeit vorzeitig unterbrochen werden, sodass langsamere Schüler ggf. nicht alle Aufgaben lösen.

Viele Tandems können auch „rückwärts“ genutzt werden. Dazu werden die Lösungen in beliebiger Reihenfolge vorgelesen und es muss die passende Aufgabennummer herausgefunden werden.

Das Tandemblatt kann hierzu zuerst umgedreht werden, damit die Aufgaben getauscht werden.

Viel Spaß und Erfolg beim Einsatz wünschen Ihnen das Kohl-Verlagsteam und

*Jutta Stecker*

<sup>1</sup> Mit den Begriffen „Schüler“, „Partner“ usw. sind im ganzen Band selbstverständlich auch die Schülerinnen, Partnerinnen usw. gemeint, bezeichnet und mit eingeschlossen.

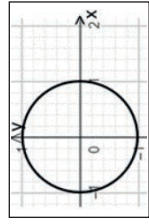
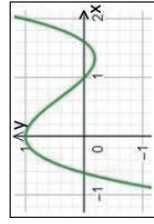


# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

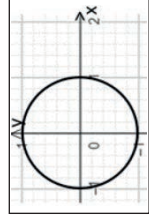
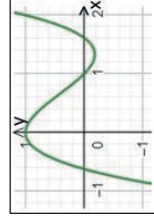
- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

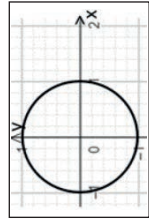
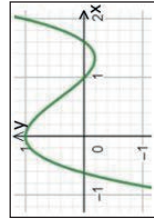
- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

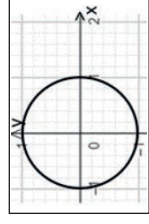
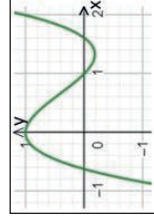
- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



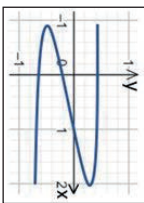
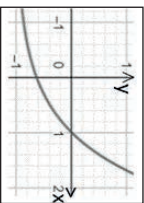
Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

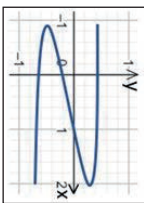
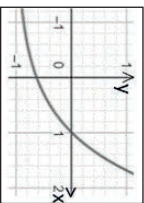
# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

**B**

<b>Lösungen von A:</b>	Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein? Wenn ja, welche?
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ja (Sinusfunktion)</li> <li>2. Ja (lineare Fkt.; kann man umformen zu: <math>y = 2 - 0,5x</math>)</li> <li>3. Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)</li> <li>4. Ja (Exponentialfunktion mit t als Variable)</li> <li>5. Ja (Ganzrationale Fkt.)</li> <li>6. Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2 y-Werte)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. </li> <li>2. </li> <li>3. <math>f(x) = \pi</math></li> <li>4. <math>y = x^2 + 3x - 7</math></li> <li>5. <math>x = 7</math></li> <li>6. <math>3x - y = -2</math></li> </ol>

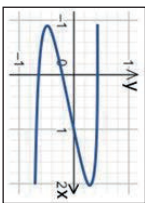
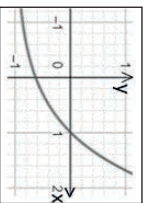
# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

**B**

<b>Lösungen von A:</b>	Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein? Wenn ja, welche?
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ja (Sinusfunktion)</li> <li>2. Ja (lineare Fkt.; kann man umformen zu: <math>y = 2 - 0,5x</math>)</li> <li>3. Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)</li> <li>4. Ja (Exponentialfunktion mit t als Variable)</li> <li>5. Ja (Ganzrationale Fkt.)</li> <li>6. Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2 y-Werte)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. </li> <li>2. </li> <li>3. <math>f(x) = \pi</math></li> <li>4. <math>y = x^2 + 3x - 7</math></li> <li>5. <math>x = 7</math></li> <li>6. <math>3x - y = -2</math></li> </ol>

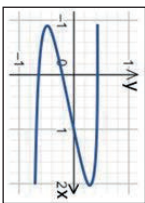
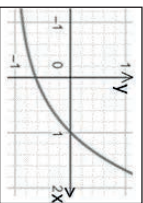
# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

**B**

<b>Lösungen von A:</b>	Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein? Wenn ja, welche?
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ja (Sinusfunktion)</li> <li>2. Ja (lineare Fkt.; kann man umformen zu: <math>y = 2 - 0,5x</math>)</li> <li>3. Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)</li> <li>4. Ja (Exponentialfunktion mit t als Variable)</li> <li>5. Ja (Ganzrationale Fkt.)</li> <li>6. Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2 y-Werte)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. </li> <li>2. </li> <li>3. <math>f(x) = \pi</math></li> <li>4. <math>y = x^2 + 3x - 7</math></li> <li>5. <math>x = 7</math></li> <li>6. <math>3x - y = -2</math></li> </ol>

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

**B**

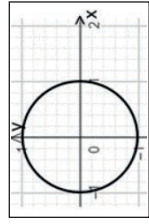
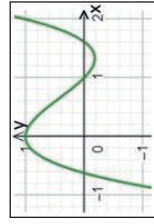
<b>Lösungen von A:</b>	Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein? Wenn ja, welche?
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ja (Sinusfunktion)</li> <li>2. Ja (lineare Fkt.; kann man umformen zu: <math>y = 2 - 0,5x</math>)</li> <li>3. Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)</li> <li>4. Ja (Exponentialfunktion mit t als Variable)</li> <li>5. Ja (Ganzrationale Fkt.)</li> <li>6. Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2 y-Werte)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. </li> <li>2. </li> <li>3. <math>f(x) = \pi</math></li> <li>4. <math>y = x^2 + 3x - 7</math></li> <li>5. <math>x = 7</math></li> <li>6. <math>3x - y = -2</math></li> </ol>

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

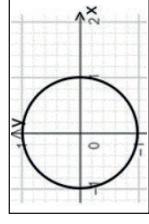
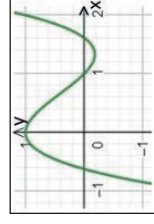
- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

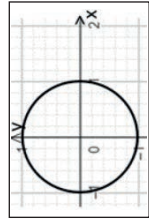
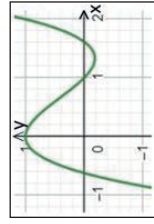
- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

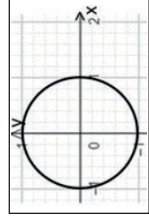
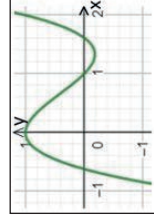
- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )

# 1. Liegt eine Funktion vor? Welche?

A

Liegt eine Funktion vor? Ja oder nein?  
Wenn ja, welche?

- $y = 2 \cdot \sin(x - 3) + 4$
- $2x + 4y = 8$
- $2x = -9$
- $f(t) = 2^t + 2$



Kohl's Mathe-Tandem / Analysis I  
Partnerrechen im 11.-13. Schuljahr - Bestell-Nr. P12 581

Lösungen von B:

- Nein (zu einem x-Wert gehören z.T. 2-3 y-Werte)
- Ja (Exponentialfunktion)
- Ja (konstante Funktion; Parallele zur x-Achse)
- Ja (quadratische Funktion)
- Nein (Gerade verläuft parallel zur y-Achse)
- Ja (lineare Funktion; kann man umformen zu  $y = 3x + 2$ )