

Jetzt mit
eLearning
*besser
lernen*



Giancoli **Physik**

Gymnasiale Oberstufe



Douglas C. Giancoli

Bearbeiter der Schulbuchausgabe

Christian Koch

Jan Mandler

Michael Sach

Giancoli

Physik

**Gymnasiale
Oberstufe**

PEARSON

Higher Education

München • Harlow • Amsterdam • Madrid • Boston
San Francisco • Don Mills • Mexico City • Sydney

a part of Pearson plc worldwide

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Die Informationen in diesem Buch werden ohne Rücksicht auf einen
eventuellen Patentschutz veröffentlicht.
Warennamen werden ohne Gewährleistung der freien Verwendbarkeit benutzt.
Bei der Zusammenstellung von Texten und Abbildungen wurde mit größter
Sorgfalt vorgegangen. Trotzdem können Fehler nicht ausgeschlossen werden.
Verlag, Herausgeber und Autoren können für fehlerhafte Angaben
und deren Folgen weder eine juristische Verantwortung noch irgendeine Haftung übernehmen.
Für Verbesserungsvorschläge und Hinweise auf Fehler sind Verlag und Herausgeber dankbar.

Es konnten nicht alle Rechteinhaber von Abbildungen ermittelt werden.
Sollte dem Verlag gegenüber der Nachweis der Rechtsinhaberschaft geführt werden,
wird das branchenübliche Honorar nachträglich gezahlt.

Authorized translation from the English language edition, entitled PHYSICS FOR SCIENTISTS
AND ENGINEERS WITH MODERN PHYSICS, 3rd Edition, by GIANCOLI, DOUGLAS C., published
by Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall, Copyright © 2000 by Douglas C. Giancoli.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form
or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by
any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Inc.

GERMAN language edition published by PEARSON EDUCATION DEUTSCHLAND GMBH,
Copyright © 2011.

Alle Rechte vorbehalten, auch die der fotomechanischen Wiedergabe und der
Speicherung in elektronischen Medien.
Die gewerbliche Nutzung der in diesem Produkt gezeigten Modelle und Arbeiten
ist nicht zulässig.

Fast alle Hardware- und Softwarebezeichnungen und weitere Stichworte
und sonstige Angaben, die in diesem Buch verwendet werden,
sind als eingetragene Marken geschützt.
Da es nicht möglich ist, in allen Fällen zeitnah zu ermitteln,
ob ein Markenschutz besteht, wird das ® Symbol in diesem Buch nicht verwendet.

10 9 8 7 6 5 4 3 2

14 13

ISBN: 978-3-86894-903-2 (Buch)
ISBN: 978-3-86326-954-8 (E-Book)

© 2011 by Pearson Deutschland GmbH
Lilienthalstraße 2, 85399 Hallbergmoos
Alle Rechte vorbehalten

www.pearson.de

A part of Pearson plc worldwide

Übersetzung: Dipl.-Phys. Micaela Krieger-Hauwede, Leipzig (Kapitel 37–45);
Dr. Karen Lippert, Leipzig (Kapitel 22–36);
Dipl.-Übers. Ulrike Pahlkötter, Hilter (Kapitel 2–14);
Dipl.-Phys. Detlef Scholz, München (Kapitel 1, 15–21)

Fachlektorat Schulbuch: Christian Koch; Jan Mandler; Michael Sach

Lektorat: Birger Peil, bpeil@pearson.de;

Korrektorat: Carsten Heinisch, Kaiserslautern

Einbandgestaltung: adesso 21, Thomas Arlt, München

Einbandfoto: Masterfile/Brad Wroblewski

Herstellung: Philipp Burkart, pburkart@pearson.de

Satz: le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Druck: Firmengruppe APPL, aprinta druck, Wemding

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

Vorwort IX

1 Einführung, Messungen, Abschätzungen

1.1	Das Wesen der Wissenschaft	2
1.2	Modelle, Theorien und Gesetze	3
1.3	Messungen und Messfehler; signifikante Stellen	4
1.4	Einheiten, Standards und das Internationale Einheitensystem	7
1.5	Größenordnung: Schnelle Abschätzung	9
1.6	Einheiten und Einheitentest	11
	Zusammenfassung	12
	Verständnisfragen	12

2 Beschreibung von Bewegungen – Kinematik in einer Raumrichtung

2.1	Bezugssystem und Weg	14
2.2	Mittlere oder Durchschnittsgeschwindigkeit	16
2.3	Momentangeschwindigkeit	17
2.4	Beschleunigung	19
2.5	Bewegung bei konstanter Beschleunigung	22
2.6	Problemlösungen	24
2.7	Der freie Fall	25
	Zusammenfassung	29
	Verständnisfragen	30

3 Kinematik in zwei Raumrichtungen; Vektoren

3.1	Vektoren und Skalare	34
3.2	Vektoraddition – Grafische Methoden	34
3.3	Wurfbewegung	37
3.4	Lösung von Aufgaben mit Wurfbewegungen	39
3.5	Gleichförmige Kreisbewegung	43
3.6	Relativgeschwindigkeit	46
	Zusammenfassung	47
	Verständnisfragen	48

4 Dynamik: Die Newton'schen Axiome

4.1	Kraft	50
4.2	Das erste Newton'sche Axiom	51
4.3	Masse	52
4.4	Das zweite Newton'sche Axiom	53
4.5	Das dritte Newton'sche Axiom	56
4.6	Gewicht – Die Gravitationskraft	58
4.7	Das Lösen von Aufgaben mit den Newton'schen Axiomen: Kräfteparallelogramme	60
4.8	Problemlösung – Allgemeine Herangehensweise	60
4.9	Anwendungen der Newton'schen Axiome – Reibung	62
4.10	Dynamik der gleichförmigen Kreisbewegung	67
4.11	Erhöhte und nicht erhöhte Straßenkurven Zusammenfassung	71
	Verständnisfragen	73
		74

5 Gravitation und das Newton'sche Gravitationsgesetz

5.1	Das Newton'sche Gravitationsgesetz	80
5.2	Gravitation in der Nähe der Erdoberfläche – Geophysikalische Anwendungen	83
5.3	Satelliten und „Schwerelosigkeit“	84
5.4	Die Kepler'schen Gesetze und das Newton'sche Gravitationsgesetz	87
5.5	Fundamentale Wechselwirkungen	91
5.6	Schwere Masse – Träge Masse – Äquivalenzprinzip	92
	Zusammenfassung	93
	Verständnisfragen	94

6 Arbeit und Energie, Energieerhaltung

6.1	Durch eine konstante Kraft verrichtete Arbeit	96
-----	--	----

6.2	Arbeit und kinetische Energie	101
6.3	Potentielle Energie	106
6.4	Mechanische Energie und ihre Erhaltung	109
6.5	Anwendungen des Energieerhaltungssatzes der Mechanik	111
6.6	Der Energieerhaltungssatz	115
6.7	Leistung	117
	Zusammenfassung	120
	Verständnisfragen	121

7 Impuls und Stöße

7.1	Impuls und seine Beziehung zur Kraft	124
7.2	Impulserhaltung	125
7.3	Stöße und Kraftstoß	128
7.4	Energie- und Impulserhaltung bei Stößen	131
7.5	Elastische Stöße in einer Raumrichtung	132
7.6	Inelastische Stöße	136
7.7	Massenmittelpunkt	138
	Zusammenfassung	140
	Verständnisfragen	140

8 Drehbewegung um eine feste Achse

8.1	Winkelgrößen	144
8.2	Bewegungsgleichungen für gleichförmig beschleunigte Drehbewegungen	148
8.3	Rollbewegung (ohne Gleiten)	149
8.4	Vektorielle Beschaffenheit von Winkelgrößen	151
8.5	Drehmoment	152
8.6	Drehdynamik; Drehmoment und Trägheitsmoment	154
8.7	Drehimpuls und Drehimpulserhaltung	156
8.8	Kinetische Energie der Drehbewegung	158
8.9	Rotierende Bezugssysteme; Trägheitskräfte	160
8.10	Die Coriolis-Kraft	161
	Zusammenfassung	163
	Verständnisfragen	163

9 Schwingungen

9.1	Schwingungen einer Feder	166
9.2	Harmonische Schwingung	168
9.3	Energie in einem harmonischen Oszillator	173
9.4	Zusammenhang zwischen harmonischer Schwingung und gleichförmiger Kreisbewegung	176
9.5	Das Fadenpendel	177
9.6	Gedämpfte harmonische Schwingung	178
9.7	Erzwungene Schwingungen und Resonanz	182

Zusammenfassung	184
Verständnisfragen	185

10 Wellen und Wellenausbreitung

10.1	Eigenschaften von Wellen	189
10.2	Wellenarten	191
10.3	Energietransport in Wellen	192
10.4	Mathematische Beschreibung der Wellenausbreitung	194
10.5	Das Superpositionsprinzip	196
10.6	Reflexion und Transmission	197
10.7	Interferenz	199
10.8	Stehende Wellen; Resonanz	204
10.9	Klangqualität und Geräusche	212
10.10	Brechung	213
10.11	Beugung	214
10.12	Doppler-Effekt	215
10.13	Anwendungen: Sonar, Ultraschall und Ultraschall-Abbildung	219
	Zusammenfassung	221
	Verständnisfragen	222

11 Temperatur, Wärmeausdehnung und ideales Gasgesetz

11.1	Die Atomtheorie der Materie	226
11.2	Thermisches Gleichgewicht und der nullte Hauptsatz der Wärmelehre	228
11.3	Die Gasgesetze und die absolute Temperatur	229
11.4	Das ideale Gasgesetz	231
11.5	Problemlösung mit dem idealen Gasgesetz	233
11.6	Ideales Gasgesetz und Avogadro-Konstante	234
	Zusammenfassung	235
	Verständnisfragen	235

12 Kinetische Gastheorie und der erste Hauptsatz

12.1	Das ideale Gasgesetz und die molekulare Interpretation der Temperatur	238
12.2	Molekulare Geschwindigkeitsverteilung	242
12.3	Mittlere freie Weglänge	243
12.4	Wärme und innere Energie	246
12.5	Der erste Hauptsatz der Thermodynamik	249
12.6	Anwendungen des ersten Hauptsatzes; Arbeitsberechnung	250
12.7	Wärmekapazität für Gase und die Gleichverteilung der Energie	255
12.8	Adiabatische Expansion eines Gases	258
	Zusammenfassung	260
	Verständnisfragen	261

13 Der zweite Hauptsatz

13.1	Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik – Einführung	264
13.2	Wärnkraftmaschinen	265
13.3	Reversible und irreversible Prozesse; der Carnot-Prozess	267
13.4	Kältemaschinen, Klimaanlage und Wärmepumpen	273
13.5	Entropie	275
13.6	Entropie und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik	276
13.7	Aus Ordnung wird Unordnung	280
13.8	Energieverfügbarkeit; Wärmetod	281
13.9	Statistische Interpretation der Entropie und des zweiten Hauptsatzes	282
13.10	Thermodynamische Temperaturskala; absoluter Nullpunkt und der dritte Hauptsatz der Thermodynamik	284
	Zusammenfassung	286
	Verständnisfragen	287

14 Elektrische Ladung und elektrisches Feld

14.1	Statische Elektrizität; elektrische Ladung und ihre Erhaltung	290
14.2	Elektrische Ladung im Atom	291
14.3	Isolatoren und metallische Leiter	292
14.4	Influenz; das Elektrometer	293
14.5	Das Coulomb'sche Gesetz	294
14.6	Das elektrische Feld	298
14.7	Feldlinien	300
14.8	Elektrische Felder und metallische Leiter	302
14.9	Bewegung einer Punktladung in einem elektrischen Feld	303
14.10	Das Gauß'sche Gesetz	305
14.11	Das elektrische Potential	310
14.12	Beziehung zwischen elektrischem Potential und elektrischem Feld	315
14.13	Das elektrische Potential einer Punktladung	317
14.14	Äquipotentialflächen	318
14.15	Die elektrostatische potentielle Energie und das Elektronenvolt	320
14.16	Die Kathodenstrahlröhre: Fernseher, Computerbildschirm und Oszilloskop	321
14.17	Elektrische Dipole	324
	Zusammenfassung	325
	Verständnisfragen	326

15 Kapazität, Dielektrika und elektrische Energiespeicher

15.1	Kondensatoren	330
15.2	Bestimmung der Kapazität	331
15.3	Kondensatoren in Reihen- und Parallelschaltungen	333
15.4	Speicherung elektrischer Energie	336
15.5	Dielektrika	337
15.6	Molekulare Beschreibung von Dielektrika	340
15.7	Schaltkreise mit Widerstand und Kondensator (RC-Schaltkreise)	344
	Zusammenfassung	349
	Verständnisfragen	350

16 Magnetismus

16.1	Magnete und Magnetfelder	354
16.2	Elektrische Ströme erzeugen Magnetfelder	357
16.3	Die Kraft auf einen elektrischen Strom im Magnetfeld; Definition von B	358
16.4	Die Kraft auf eine bewegte elektrische Ladung in einem Magnetfeld: die Lorentz-Kraft	360
16.5	Das auf eine Leiterschleife wirkende Drehmoment	364
16.6	Anwendungen: Elektromotoren und Lautsprecher	366
16.7	Das Elektron: Entdeckung und Eigenschaften	367
16.8	Der Hall-Effekt	370
16.9	Massenspektrometer	371
	Zusammenfassung	372
	Verständnisfragen	372

17 Erzeugung von Magnetfeldern

17.1	Das Magnetfeld eines geraden Leiters	376
17.2	Die Kraft zwischen zwei parallelen Drähten	377
17.3	Das Ampère'sche Gesetz	379
17.4	Das Magnetfeld einer Spule und eines Toroids	381
17.5	Magnetische Materialien – Ferromagnetismus	383
17.6	Elektromagnete und Spulen	385
17.7	Magnetfelder in magnetischen Materialien; Hysterese	386
17.8	Paramagnetismus und Diamagnetismus	388
	Zusammenfassung	390
	Verständnisfragen	390

18 Elektromagnetische Induktion und das Faraday'sche Gesetz

18.1	Die Induktionsspannung	392
18.2	Das Faraday'sche Induktionsgesetz und die Lenz'sche Regel	393
18.3	Induktion einer Spannung in einem bewegten Leiter	398
18.4	Elektrische Generatoren	400
18.5	Gegenspannung und Gegendrehmoment; Wirbelströme	402
18.6	Transformatoren und Stromübertragung	405
18.7	Ein sich ändernder magnetischer Fluss erzeugt ein elektrisches Feld	409
18.8	Anwendungen des Induktionsgesetzes: Tonsysteme, Datenspeicher und Seismografen	411
	Zusammenfassung	413
	Verständnisfragen	413

19 Induktivität und elektromagnetische Schwingungen

19.1	Gegeninduktivität	416
19.2	Selbstinduktivität	418
19.3	Energiespeicherung im Magnetfeld	420
19.4	Ein- und Ausschaltvorgang einer Spule	421
19.5	Elektrischer Schwingkreis	423
19.6	Gedämpfter elektrischer Schwingkreis	426
19.7	Ungedämpfte Schwingung, Rückkopplung	427
	Zusammenfassung	428
	Verständnisfragen	429

20 Wechselstromkreise

20.1	Einleitung: Wechselstromkreise	432
20.2	Widerstand im Wechselstromkreis	432
20.3	Induktionsspule im Wechselstromkreis	433
20.4	Kondensator im Wechselstromkreis	435
20.5	LRC-Wechselstromkreise in Reihenschaltung	438
20.6	Resonanz im Wechselstromkreis	441
20.7	Drehstrom	442
	Zusammenfassung	444
	Verständnisfragen	445

21 Die Maxwell'schen Gleichungen und elektromagnetische Wellen

21.1	Ein sich änderndes elektrisches Feld erzeugt ein Magnetfeld – eine allgemeine Form für das Ampère'sche Gesetz	448
------	---	-----

21.2	Das Gauß'sche Gesetz für den Magnetismus	450
21.3	Die Maxwell'schen Gleichungen	451
21.4	Erzeugung elektromagnetischer Wellen	452
21.5	Licht als elektromagnetische Welle und das elektromagnetische Spektrum	455
21.6	Radio und Fernsehen	457
	Zusammenfassung	460
	Verständnisfragen	460

22 Die Wellennatur des Lichts; Interferenz

22.1	Lichtgeschwindigkeit und Brechungsindex	464
22.2	Huygens-Prinzip und Beugung	466
22.3	Sichtbares Spektrum und Dispersion	467
22.4	Huygens-Prinzip und Brechungsgesetz	468
22.5	Interferenz – Das Young'sche Doppelspaltexperiment	470
22.6	Kohärenz	474
22.7	Die Intensität im Interferenzmuster des Doppelspalts	475
22.8	Interferenz in dünnen Schichten	479
22.9	Das Michelson-Interferometer	483
	Zusammenfassung	484
	Verständnisfragen	485

23 Beugung und Polarisation

23.1	Beugung am Einfachspalt	489
23.2	Intensität im Beugungsmuster des Einfachspalts	491
23.3	Beugung am Doppelspalt	494
23.4	Beschränkung der Auflösung; kreisförmige Öffnungen	496
23.5	Auflösung von Teleskopen und Mikroskopen	498
23.6	Auflösungsvermögen des menschlichen Auges und sinnvolle Vergrößerung	500
23.7	Beugungsgitter	501
23.8	Spektrometer und Spektroskopie	503
23.9	Linienbreite und Auflösungsvermögen eines Beugungsgitters	504
23.10	Röntgenstrahlen und Röntgenbeugung	507
23.11	Polarisation	509
23.12	Die Streuung des Lichts an der Atmosphäre	514
	Zusammenfassung	515
	Verständnisfragen	516

24 Spezielle Relativitätstheorie

24.1	Galilei-Newton'sches Relativitätsprinzip	518
24.2	Das Michelson-Morley-Experiment	522

24.3	Die Postulate der speziellen Relativitätstheorie	525
24.4	Gleichzeitigkeit	526
24.5	Zeitdilatation und das Zwillingsparadoxon	529
24.6	Längenkontraktion	533
24.7	Die vierdimensionale Raumzeit	536
24.8	Relativistischer Impuls und relativistische Masse	537
24.9	Grenzgeschwindigkeit	540
24.10	Energie und Masse; $E = mc^2$	540
24.11	Doppler-Verschiebung des Lichts	545
24.12	Die Auswirkungen der speziellen Relativitätstheorie	546
	Zusammenfassung	547
	Verständnisfragen	548

25 Frühe Quantentheorie und Atommodelle

25.1	Die Planck'sche Quantenhypothese	552
25.2	Photonentheorie des Lichts und der fotoelektrische Effekt	554
25.3	Photonen und der Compton-Effekt	559
25.4	Photonenwechselwirkungen; Paarerzeugung	562
25.5	Welle-Teilchen-Dualismus; das Komplementaritätsprinzip	563
25.6	Die Wellennatur der Materie	564
25.7	Elektronenmikroskope	566
25.8	Frühe Atommodelle	567
25.9	Atomspektren: Schlüssel zur Struktur des Atoms	568
25.10	Das Bohr'sche Atommodell	570
25.11	Die Anwendung der De-Broglie'schen Hypothese auf Atome	577
	Zusammenfassung	579
	Verständnisfragen	580

26 Quantenmechanik

26.1	Die Quantenmechanik: Eine neue Theorie	584
26.2	Die Wellenfunktion und ihre Interpretation; das Doppelspaltexperiment	585
26.3	Die Heisenberg'sche Unschärferelation	588
26.4	Philosophische Konsequenzen; Wahrscheinlichkeit und Determinismus	592
26.5	Die Schrödinger-Gleichung in einer Dimension	594
26.6	Freie Teilchen; Ebene Wellen und Wellenpakete	596
26.7	Teilchen in einem unendlich tiefen Potentialtopf	598

26.8	Endlicher Potentialtopf	602
26.9	Tunneln durch eine Potentialbarriere	604
	Zusammenfassung	608
	Verständnisfragen	609

27 Quantenmechanik von Atomen

27.1	Quantenmechanische Sicht auf Atome	612
27.2	Das Wasserstoffatom: Schrödinger-Gleichung und Quantenzahlen	613
27.3	Die Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms	617
27.4	Komplexe Atome, das Pauli-Prinzip	620
27.5	Das Periodensystem der Elemente	622
27.6	Röntgenspektren und Ordnungszahl	624
27.7	Fluoreszenz und Phosphoreszenz	626
27.8	Laser	627
	Zusammenfassung	630
	Verständnisfragen	631

28 Kernphysik und Radioaktivität

28.1	Struktur und Eigenschaften des Atomkerns	634
28.2	Bindungsenergie und Kernkräfte	637
28.3	Radioaktivität	639
28.4	Alphazerfall	640
28.5	Betazerfall	642
28.6	Gammazerfall	644
28.7	Erhaltung der Nukleonenzahl und weitere Erhaltungssätze	645
28.8	Halbwertszeit und Zerfallsrate	645
28.9	Zerfallsreihen	648
28.10	Die Radiokarbonmethode	650
28.11	Strahlungsmessung	651
	Zusammenfassung	652
	Verständnisfragen	653

29 Kernenergie; Auswirkungen und Anwendungsmöglichkeiten der Strahlung

29.1	Kernreaktionen und Transmutation von Elementen	656
29.2	Kernspaltung; Kernreaktoren	657
29.3	Fusion	663
29.4	Durchgang der Strahlung durch Materie; Strahlungsschäden	667
29.5	Strahlungsmessung – Dosimetrie	669
29.6	Strahlentherapie	672
29.7	Indikatoren	672

29.8	Bildgebung durch Tomografie	673
	Zusammenfassung	676
	Verständnisfragen	677

Anhang



A	Mathematische Formeln	680
B	Ableitungen und Integrale	680
C	Ausgewählte Isotope	681
D	Physikalische Größen: Verwendete Symbole und ihre Einheiten	684
E	Index	689

Vorwort

Vorwort zur Schulbuchausgabe

Vor Ihnen liegt die Oberstufen-Ausgabe des Lehrbuch-Klassikers *Giancoli Physik*. Diese Ausgabe richtet sich an Schüler, die das Fach Physik in Grund- und Leistungskursen der Oberstufe des Gymnasiums gewählt haben. Sie unterscheidet sich deutlich von einem klassischen deutschen Schulbuch: Ein übliches Schulbuch orientiert sich an der Abfolge der Themen im Physikunterricht und begleitet diesen Schritt für Schritt. Das vorliegende Lehrbuch jedoch bietet eine moderne und didaktisch umfassende Einführung in die Physik in der Tradition eines klassischen Physik-Universitäts-Lehrwerks. Das bedeutet: Physikalische Inhalte werden nicht nur im Rahmen des Stoffes eines Schulhalbjahres erklärt, sondern in den Zusammenhang der gesamten Physik eingebettet. So erhalten Sie mit diesem Buch einen Einblick in die Themen der Physik, eine ausführliche Herangehensweise, eine verständliche Erklärung.

Wie unterscheidet sich die Oberstufen-Ausgabe von Giancolis „Physik“ vom gleichnamigen Lehrbuch für Universitäts-Studenten? Zuerst einmal ist die Oberstufen-Ausgabe kürzer: Themen, Aufgaben und Kompetenzen, die nicht Teil des Unterrichts der Oberstufe sind, wurden entfernt oder gekürzt. Die typischen Kern-Themen des Oberstufen-Unterrichts hingegen – vor allem die Themen Mechanik, Felder, Wellen und wichtige Aspekte der modernen Physik – wurden in der Ausführlichkeit ihrer Darstellung und Erklärungen erhalten.

Der zweite, wichtige Unterschied zur Universitäts-Ausgabe ist die geringere Mathematisierung. Während in der universitären Ausbildung der Umgang mit Integralen und Vektoroperationen alltäglich ist, stellt dies für Oberstufen-Schüler oft noch eine Herausforderung dar. Daher wurde in der Oberstufen-Ausgabe auf verallgemeinernde Formulierungen in Integralform weitgehend verzichtet – zugunsten klarer Beispiele, die die physikalischen Sachverhalte mit einfachen mathematischen Mitteln ebenso deutlich erklären. Bei den Inhalten, die ohne Integrale nicht auskommen, erleichtern ausführliche Veranschaulichungen durch Skizzen sowie Erklärungen im Text das Verständnis der noch ungewohnten mathematischen Formulierungen.

Auf der Companion-Website zum Buch befinden sich zahlreiche Aufgaben, die die Inhalte der einzelnen Kapitel vertiefen. Somit hoffen wir, dass diese Schulausgabe möglichst vielen Oberstufenschülern den Zugang zur Physik durch eine alternative Herangehensweise erleichtert und zu Freude beim Lernen in diesem faszinierenden Fach führt.

Bensheim, Dossenheim
und Friedberg

Christian Koch, Jan Mandler,
Michael Sach

Moderne Didaktik

Die Didaktik dieses Lehrbuchs basiert auf modernen Untersuchungen darüber, wie Schüler lernen. Für die Vermittlung der anspruchsvollen Inhalte der klassischen und modernen Physik sind folgende Elemente entwickelt worden:

Beispiele zur Begriffsbildung typischerweise 1 oder 2 pro Kapitel, manchmal auch mehr, sind eine Art kurzes, sokratisches Frage- und Antwortspiel. Sie sollen den Leser durch die Frage zum Nachdenken oder Überlegen und zum Finden einer Antwort anregen – bevor er die gegebene Antwort liest.

Abschätzungsbeispiele ca. 10 % aller Beispiele, sollen die Fähigkeit fördern, Abschätzungen bezüglich der Größenordnung vorzunehmen, selbst wenn die Angaben nur spärlich sind und man sich nicht vorstellen können, dass überhaupt ein Ergebnis möglich ist.

Problemlösungskästen sind in den ersten Kapiteln konzentrierter zu finden, kommen aber im ganzen Buch vor. Jeder von ihnen gibt einen Überblick über ein schrittweises Vorgehen bei der Lösung von Problemen im Allgemeinen und/oder speziell für das behandelte Thema.

Beispiele Dieses Lehrbuch enthält viele durchgerechnete Beispiele, die alle mit Überschriften versehen sind, um das Interesse zu wecken und sich leicht auf ein bestimmtes Beispiel beziehen zu können. Es gibt sogar zwei besondere Kategorien von Beispielen: Beispiele zur Begriffsbildung und Abschätzungen, wie oben beschrieben, sowie normale Beispiele, die als Übungsaufgaben dienen.

Aufgaben Jedes Kapitel enthält eine große Anzahl von Aufgaben, die Sie auf der zum Buch gehörigen Website finden. Dort erhalten Sie auch den kompletten Lösungsweg.

Anwendungen Wichtige Anwendungen aus Alltagsleben, Technik und anderen Bereichen wie z. B. der Geologie und der Medizin fördern die Motivation der Schüler und bieten der Lehrkraft die Möglichkeit, die Relevanz der Physik aufzuzeigen. Anwendungsbeispiele sind eine gute Antwort auf die Frage „Warum Physik studieren?“.

Randvermerke Kurze Anmerkungen sind auf nahezu jeder Seite an den Rand gedruckt. Es gibt vier Arten: (a) normale Anmerkungen (die Mehrzahl), die als eine Art Übersicht über den Text dienen und Ihnen dabei helfen sollen, später wichtige Begriffe und Gleichungen wiederzufinden; (b) Anmerkungen, die sich auf die bedeutenden Gesetze und Prinzipien der Physik beziehen und zur Hervorhebung in Großbuchstaben gedruckt sind; (c) Anmerkungen, die sich auf einen



Pearson-Schule

Hinweis oder ein Verfahren zur Problemlösung beziehen, der bzw. das im Text behandelt wird – diese Anmerkungen haben den Titel „Problemlösung“; (d) Anmerkungen, die sich auf eine physikalische Anwendung im Text oder in einem Beispiel beziehen und als „Angewandte Physik“ bezeichnet werden.

Arbeitsblätter Passend zu diesem Lehrbuch gibt es für Lehrer ausführliche Tutorien als Arbeitsblätter auf CD-ROM. Sie könnten unter 978-3-8689-4982-7 direkt beim Verlag unter www.pearson-schule.de bestellt werden.

FARBCODE	
Vektoren	
Allgemeine Vektoren	
Resultierende Vektoren (Vektoraddition)	
Komponenten von Vektoren	
Weg (\vec{s})	
Geschwindigkeit (\vec{v})	
Beschleunigung (\vec{a})	
Kraft (\vec{F})	
Kraft auf einen zweiten oder dritten Körper in der gleichen Abbildung	
Impuls (\vec{p} oder $m\vec{v}$)	
Drehimpuls (\vec{L})	
Winkelgeschwindigkeit ($\vec{\omega}$)	
Drehmoment (\vec{M})	
Elektrisches Feld (\vec{E})	
Magnetisches Feld (\vec{B})	
<p>Wenn wir einen Vektor kennzeichnen, benutzen wir meist einen Pfeil über dem Buchstaben (beispielsweise für die Geschwindigkeit \vec{v}), manchmal aber auch Fettdruck (z. B. \mathbf{v}). Wenn wir es nur mit dem Betrag von Vektoren zu tun haben, schreiben wir das Formelzeichen v in kursiver Schrift (z. B. v für Geschwindigkeit).</p>	
Elektrizität und Magnetismus	
Elektrische Feldlinien	
Äquipotentiallinien	
Magnetische Feldlinien	
Elektrische Ladung (+)	oder +
Elektrische Ladung (-)	oder -
Stromkreis	
Draht	
Widerstand	
Kondensator	
Induktionsspule	
Batterie	
Optik	
Lichtstrahlen	
Objekt	
Reales Bild	
Virtuelles Bild	
Sonstige	
Energieniveau	
Messlinien	
Weg eines Körpers in Bewegung	
Richtung einer Bewegung oder eines Stroms	

Farbcode Dieses Buch ist durchgängig vierfarbig gedruckt – aber nicht nur, um es attraktiver zu machen. Die Farbe wird vor allem in den Abbildungen benutzt, damit sie für unsere Analyse deutlicher dargestellt werden und ein leichteres Lernen der jeweiligen physikalischen Prinzipien ermöglicht wird. Die Liste fasst die Verwendungsweise der Farben in den Abbildungen zusammen und zeigt, welche Farben für die verschiedenen Arten von Vektoren, für Feldlinien und für andere Symbole und Körper verwendet werden. Diese Farben werden durchgängig im ganzen Buch verwendet.

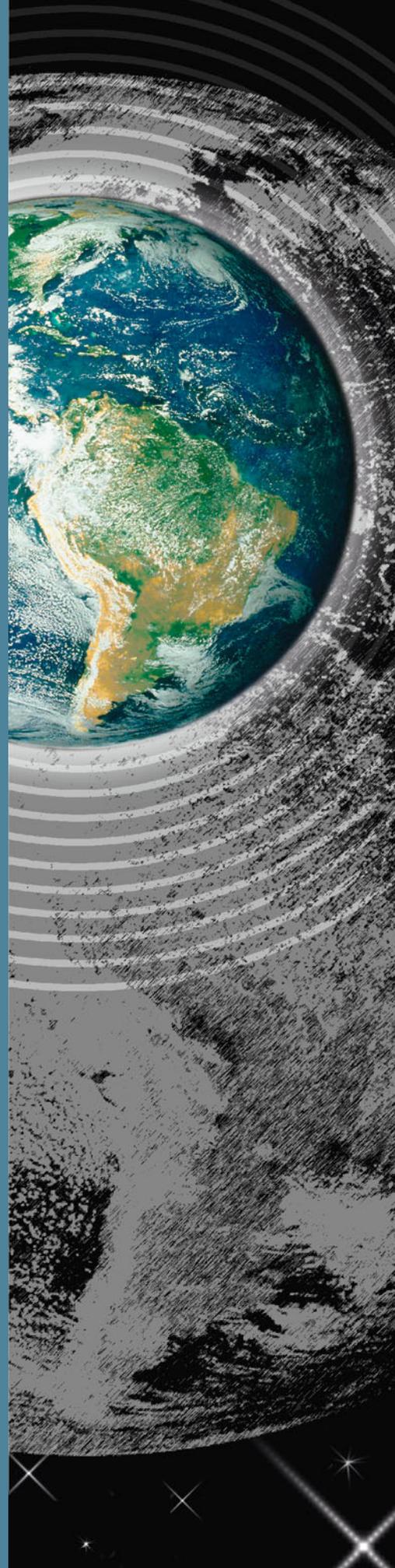
Zusatzmaterialien im Web

Zu diesem Buch gibt es eine Companion Website. Unter www.pearson-schule.de finden Lehrer die Abbildungen und Tabellen aus dem Buch elektronisch zum Herunterladen.

Kapitel 1

Einführung, Messungen, Abschätzungen

In diesem Kapitel werden Sie Grundlegendes über Wissenschaft und ihre Theorien sowie über Messungen und Einheiten kennenlernen. Außerdem erfahren Sie, wie man anhand von alltäglichen Beobachtungen etwas abschätzt – beispielsweise den Erdradius. Das Foto der Erde hier wurde aus etwa 36 000 km Entfernung aufgenommen. Nord- und Südamerika sind klar unter den Wolken zu erkennen. Die Aufnahme wurde mittels Computer nachbearbeitet.





a



b

Abbildung 1.1 (a) Dieses römische Aquädukt wurde vor 2000 Jahren gebaut und steht noch immer. (b) Eingestürztes Bürgerzentrum (Civic Center) in Hartford, zwei Jahre nach Bauende.

Physik ist die grundlegendste aller Wissenschaften. Sie handelt von dem Verhalten und der Struktur der Materie und Strahlung. Gewöhnlich unterteilt man die Physik in die Gebiete klassische Mechanik, Strömungslehre, Thermodynamik, Akustik, Optik, Elektrizität und Magnetismus – die klassische Physik. Hinzu kommt die moderne Physik mit den Bereichen Quantenmechanik, Relativitätstheorie, Atom-, Festkörper-, Kern-, Teilchen- und Astrophysik.

Die Grundlagen der Physik müssen von all jenen verstanden werden, die einen wissenschaftlichen oder technischen Beruf ergreifen wollen: Physiker, Ingenieure, Chemiker, Astronomen, Mathematiker, Geologen und Biologen. Alle Naturwissenschaften nutzen die Physik als Basis, aber auch die Ingenieurwissenschaften. Beispielsweise müssen Ingenieure wissen, wie man sich die Gesetze der Thermodynamik zunutze macht, um eine Heizung zu entwerfen; sie müssen etwas von Optik und Elektromagnetismus verstehen, um medizinische Abbildungssysteme zu konstruieren; und sie müssen die in einem Bauwerk wirksamen Kräfte berechnen können, damit es nicht einstürzt (► [Abbildung 1.1](#)). Wir werden in diesem Buch anhand vieler Beispiele die Nützlichkeit der Physik in anderen Wissenschaften und im alltäglichen Leben aufzeigen.

Das grundlegende Ziel der Naturwissenschaften inklusive der Physik wird allgemein als die Suche nach Ordnung in den Beobachtungen der uns umgebenden Welt angegeben. Viele Menschen glauben, dass Wissenschaft nur aus den mechanischen Prozessen der Wissensansammlung und Theoriebildung besteht. Doch ganz so einfach ist es nicht. Wissenschaft ist eine kreative Aktivität, die in vielerlei Hinsicht anderen kreativen Aktivitäten des menschlichen Geistes ähnelt.

1.1 Das Wesen der Wissenschaft

Beobachtung

Ein wichtiger Aspekt der Wissenschaft ist die **Beobachtung** von Ereignissen, was das Ersinnen und Ausführen von Experimenten mit einschließt. Doch erfordern Beobachtung und Experiment Vorstellungskraft, da Wissenschaftler niemals alles, was sie beobachten, auch beschreiben können. Somit müssen Wissenschaftler Entscheidungen darüber treffen, was relevant ist in ihren Beobachtungen und Experimenten. Betrachten Sie zum Beispiel, wie Aristoteles (384–322 v. Chr.) und Galilei (1564–1642) die Bewegung entlang einer ebenen Fläche interpretierten. Aristoteles sagte, dass auf einer Fläche liegende Körper, die einen Stoß erhalten, mit der Zeit langsamer werden und schließlich ganz zur Ruhe kommen. Konsequenterweise argumentierte Aristoteles, dass der natürliche Zustand eines Körpers die Ruhe ist. Als Galilei die Fragestellung der geradlinigen Bewegung fast 2000 Jahre später wieder aufnahm, ging er von der idealisierten Annahme einer reibungsfreien Bewegung aus. Galileis Gedanke war, dass wenn Reibung ausgeschlossen werden könnte, ein Körper mit einem anfänglichen Stoß auf einer geraden Fläche sich endlos weiter bewegen würde – ohne je von allein anzuhalten. Er zog den Schluss, dass für einen Körper die Bewegung ein ebenso natürlicher Zustand ist wie die Ruhe. Durch diesen neuen Denkansatz begründete Galilei

unsere moderne Bewegungstheorie (Kapitel 2, 3 und 4). Es war ein großer Sprung in seiner Vorstellungskraft.

Beobachtung, umsichtige Experimente und Messungen sind eine Seite der Wissenschaft. Die andere Seite sind **Theorien**, die die Beobachtungen erklären und ordnen. Theorien, das muss betont werden, werden nicht direkt aus Beobachtungen abgeleitet. Diese mögen eine Theorie nur inspirieren, aber Theorien werden auf der Basis von Beobachtung und Experiment akzeptiert oder verworfen.

Die großen wissenschaftlichen Theorien lassen sich als kreative Errungenschaften mit großen Werken aus Kunst und Literatur vergleichen. Doch wie unterscheidet sich Wissenschaft von anderen kreativen Tätigkeiten? Ein wichtiger Unterschied ist, dass Wissenschaft die **Prüfung** ihrer Ideen oder Theorien erfordert, um zu sehen, ob deren Vorhersagen dem Experiment standhalten.

Ogleich das Überprüfen ihrer Theorien ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal der Wissenschaft von anderen kreativen Disziplinen ist, sollte man doch nicht glauben, dass eine überprüfte Theorie schon bewiesen ist. Zunächst einmal ist kein Messinstrument perfekt, somit ist eine exakte Bestätigung unmöglich. Zweitens lässt sich eine Theorie niemals unter allen möglichen Umständen überprüfen. Folglich kann eine Theorie nicht absolut verifiziert werden. Die Wissenschaftsgeschichte zeigt uns vielmehr, dass alte Theorien durch neue ersetzt werden können, wenn sie die Wirklichkeit besser beschreiben.

Theorien

Prüfen (kann niemals erschöpfend sein)

1.2 Modelle, Theorien und Gesetze

Wenn Wissenschaftler eine Ansammlung von Phänomenen verstehen wollen, machen sie häufig Gebrauch von Modellen. Im wissenschaftlichen Sinn ist ein **Modell** eine Art von Analogie oder mentalem Bild eines Phänomens in der Sprache von etwas uns Bekanntem. Ein Beispiel dafür ist das Wellenmodell des Lichts. Wir können Lichtwellen nicht so sehen wie Wasserwellen. Doch es ist sinnvoll, sich Licht als aus Wellen bestehend vorzustellen, da Experimente zeigen, dass sich Licht in vielerlei Hinsicht wie Wasserwellen verhält.

Der Zweck eines Modells ist es, uns eine näherungsweise mentale oder visuelle Vorstellung zu geben – etwas, woran wir uns orientieren können –, wenn wir nicht sehen können, was tatsächlich geschieht. Modelle vermitteln uns oft ein tieferes Verständnis: Aus der Analogie zu einem bekannten System (wie im obigen Beispiel Wasserwellen) ergeben sich neue durchführbare Experimente und Ideen, welche anderen Phänomene sonst noch auftreten können.

Vielleicht fragen Sie sich nun, was der Unterschied zwischen einer Theorie und einem Modell ist. Manchmal werden die Begriffe synonym gebraucht. Normalerweise aber ist ein Modell relativ simpel und liefert uns eine strukturelle Ähnlichkeit mit dem in Frage stehenden Phänomen. Eine **Theorie** dagegen ist breiter angelegt und detaillierter, sie versucht einen ganzen Satz von Problemen zu lösen, oftmals mit großer Präzision. Es gibt auch Fälle, in denen ein Modell weiterentwickelt und modifiziert wird und bei einer großen Anzahl von Phänomenen sehr gut mit dem Experiment übereinstimmt. Dann

Modelle

Theorien (vs. Modelle)



kann man sich darauf auch als Theorie beziehen. Ein Beispiel dafür ist die Atomtheorie der Materie, ebenso die Wellentheorie des Lichts.

Modelle können sehr hilfreich sein, oft führen sie zu wichtigen Theorien. Doch ist es wichtig, ein Modell oder eine Theorie nicht mit dem realen System oder den Phänomenen selbst zu verwechseln.

Wissenschaftler verleihen bestimmten prägnanten, allgemeinen Aussagen den Titel **Gesetz** (beispielsweise, dass die Energie erhalten bleibt) oder Axiom. Manchmal nimmt die Aussage die Form einer Beziehung oder Gleichung zwischen Größen an (so wie das zweite Newton'sche Axiom $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$).

Wissenschaftliche Gesetze unterscheiden sich von politischen Gesetzen darin, dass letztere *präskriptiv* sind: Sie sagen uns, wie wir uns zu verhalten haben. Wissenschaftliche Gesetze sind *deskriptiv*: Sie sagen nicht, wie sich die Materie verhalten sollte, sondern beschreiben, wie sie sich verhält. Wie Theorien lassen sich auch Gesetze nicht unter allen möglichen Umständen überprüfen. Wir können somit nicht sicher sein, dass irgendein Gesetz absolut wahr ist. Wir benutzen den Ausdruck „Gesetz“ dann, wenn seine Gültigkeit über einen breiten Bereich an Anwendungsfällen überprüft worden ist, und wenn jegliche Begrenzungen und der Gültigkeitsbereich selber klar verstanden sind. Und selbst dann können, wenn neue Informationen verfügbar sind, bestimmte Gesetze modifiziert oder verworfen werden.

Normalerweise tun Wissenschaftler so, als wären die akzeptierten Gesetze und Theorien wahr. Doch sie müssen stets ein offenes Ohr für Informationen haben, die die Gültigkeit eines beliebigen Gesetzes oder einer beliebigen Theorie in Frage stellen könnten.

1.3 Messungen und Messfehler; signifikante Stellen

In dem Bestreben, die uns umgebende Welt zu verstehen, suchen Wissenschaftler nach Beziehungen zwischen messbaren physikalischen Größen.

Messfehler

Genauere Messungen sind ein wichtiger Teil der Physik. Doch keine Messung ist absolut genau. Mit jeder Messung ist ein Messfehler verbunden. Messfehler entstehen aus verschiedenen Ursachen. Die wichtigsten (Falschmessungen ausgenommen) sind die begrenzte Genauigkeit jedes Messinstruments und die Schwierigkeit, eine Instrumentenskala jenseits der kleinsten Einteilung abzulesen. Wenn Sie beispielsweise die Breite eines Holzbretts mit einem Zentimetermaß bestimmen wollen (► [Abbildung 1.2](#)), können Sie das Resultat mit einer Genauigkeit von 1 mm angeben, die kleinste Einteilung des Maßes (die Hälfte davon wäre auch noch in Ordnung). Der Grund dafür ist die Schwierigkeit des Beobachters, zwischen den kleinsten Teilstrichen zu interpolieren. Des Weiteren wird wohl auch das Zentimetermaß selbst mit einer Präzision hergestellt sein, die nicht viel besser ist als die angegebene Ungenauigkeit.

Jede Messung hat eine bestimmte Unsicherheit



Abbildung 1.2 Messung der Breite eines Holzbretts mit dem Zentimetermaß. Die Genauigkeit beträgt ± 1 mm.

Die Angabe eines Messergebnisses sollte unbedingt auch die Genauigkeit oder den **geschätzten Fehler** der Messung enthalten. Beispielsweise könnte die Breite als $8,8 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$ aufgeschrieben werden. Die $\pm 0,1 \text{ cm}$ („plus oder minus $0,1 \text{ cm}$ “) stehen für die abgeschätzten Messfehler der Messung, so dass die tatsächliche Breite höchstwahrscheinlich zwischen $8,7$ und $8,9 \text{ cm}$ liegt. Der **relative Messfehler** in Prozent ist einfach das Verhältnis des Messfehlers zum gemessenen Wert multipliziert mit 100 . Lautet das Messergebnis beispielsweise $8,8 \text{ cm}$ und beträgt der Messfehler etwa $0,1 \text{ cm}$, so ist der relative Messfehler

$$\frac{0,1}{8,8} \cdot 100 \% \approx 1 \% ,$$

wobei \approx „ungefähr gleich“ bedeutet.

Oft wird der Messfehler eines gemessenen Wertes nicht explizit angegeben. In solchen Fällen nimmt man an, dass der Messfehler eine, zwei (oder sogar drei) Einheiten der letzten angegebenen Dezimalstelle des Messwertes beträgt. Wenn beispielsweise die Länge mit $8,8 \text{ cm}$ angegeben wurde, so kann man von einem Messfehler von $0,1 \text{ cm}$ ausgehen. In so einem Fall ist es dann wichtig, nicht etwa $8,80 \text{ cm}$ zu schreiben. Dies würde einen Messfehler in der Größenordnung von $0,01 \text{ cm}$ implizieren; es würde suggerieren, dass die wahre Länge höchstwahrscheinlich zwischen $8,79$ und $8,81 \text{ cm}$ liegt, während Sie eigentlich den tatsächlichen Wert zwischen $8,7$ und $8,9 \text{ cm}$ vermuten.

Signifikante Stellen

Die Anzahl der sicheren Stellen einer Zahl wird die Anzahl **signifikanter Stellen** genannt. Es gibt demzufolge vier signifikante Stellen in der Zahl $23,21 \text{ cm}$ und zwei in der Zahl $0,062$ (die Nullen sind bloße Platzhalter, die dem Dezimalkomma seinen Platz zuweisen). Die Anzahl signifikanter Stellen muss nicht immer klar bestimmt sein. Nehmen Sie beispielsweise die Zahl 80 . Ist es nur eine oder sind es zwei signifikante Stellen? Sagen wir, es liegen *ungefähr* 80 km zwischen zwei Städten, so gibt es nur eine signifikante Stelle (die 8), da die Null nur ein Platzhalter ist. Sind es jedoch *exakt* 80 km mit einem Messfehler von 1 oder 2 km , dann hat die 80 zwei signifikante Stellen. Beträgt der Messfehler $0,1 \text{ km}$, so schreiben wir $80,0 \text{ km}$.

Bei Messungen oder Berechnungen sollten Sie der Versuchung widerstehen, mehr Stellen im Endergebnis anzugeben als gerechtfertigt sind. Beispielsweise errechnet man die Fläche eines Rechtecks mit den Seitenlängen $11,3 \text{ cm}$ und $6,8 \text{ cm}$ zu $76,84 \text{ cm}^2$. Doch dieses Ergebnis hat ganz gewiss nicht den Messfehler $0,01 \text{ cm}^2$, da (man macht eine Fehlerrechnung und benutzt die Messfehler der Einzelmessungen) das Resultat zwischen $11,2 \text{ cm} \cdot 6,7 \text{ cm} = 75,04 \text{ cm}^2$ und $11,4 \text{ cm} \cdot 6,9 \text{ cm} = 78,66 \text{ cm}^2$ liegen könnte. Bestenfalls können wir das Ergebnis mit 77 cm^2 angeben, was mit einem Fehler von etwa 1 bis 2 cm^2 einhergeht. Die anderen beiden Ziffern der Zahl $76,84$ fallen weg, da sie nicht signifikant sind. Als Faustregel gilt: *Das Endergebnis einer Multiplikation oder Division sollte nur so viele Stellen haben wie die Zahl in der Rechnung mit der geringsten Anzahl an signifikanten Stellen.* In unserem Beispiel ist das die $6,8$ (zwei signifikante Stellen). Somit müssen wir das Ergebnis $76,84 \text{ cm}^2$ auf 77 cm^2 aufrunden.

Angenommene Unsicherheit

Welche Ziffern sind signifikant?

PROBLEMLÖSUNG

Notieren Sie im Endergebnis nur die korrekte Anzahl signifikanter Stellen. Eine oder zwei Extrastellen können während der Rechnung mitgenommen werden.



Geben Sie in Antworten nur signifikante Stellen an

Bei Rechnungen sind eine oder zwei zusätzliche Stellen mitzunehmen

Ganz ähnlich gilt: Wenn wir Zahlen addieren oder subtrahieren, so kann das Ergebnis nicht genauer sein als die Zahl mit der geringsten Anzahl signifikanter Stellen in der Rechnung. Beispielsweise ist das Resultat der Subtraktion 3,6 minus 0,57 gleich 3,0 (und nicht 3,03).

Behalten Sie bei Benutzung eines Taschenrechners im Hinterkopf, dass nicht alle angegebenen Ziffern signifikant sein können. Wenn Sie 2,0 durch 3,0 teilen, so lautet die korrekte Antwort 0,67 und nicht etwa so etwas wie 0,66666666. Stellen sollten nur dann im Endergebnis ausgeschrieben werden, wenn sie signifikant sind. Um aber ein möglichst genaues Resultat zu erhalten, sollten Sie normalerweise eine oder zwei zusätzliche Stellen in der Rechnung berücksichtigen und nur das Ergebnis runden. Beachten Sie auch, dass Taschenrechner manchmal zu wenige signifikante Stellen angeben. Wenn Sie zum Beispiel $2,5 \cdot 3,2$ mit dem Rechner ausrechnen, so erhalten Sie als Antwort eine einfache 8. Doch das Ergebnis hat zwei signifikante Stellen, somit heißt das korrekte Ergebnis 8,0.

Wissenschaftliche Schreibweise

Zehnerpotenzen

Gewöhnlich notieren wir Zahlen in Potenzen von Zehn, der sogenannten wissenschaftlichen Schreibweise – zum Beispiel 36 900 als $3,69 \cdot 10^4$ oder 0,0021 als $2,1 \cdot 10^{-3}$. Ein Vorteil der wissenschaftlichen Schreibweise ist, dass sie die Anzahl signifikanter Stellen klar auszudrücken gestattet. Beispielsweise sieht man der Zahl 36 900 nicht an, ob sie drei, vier oder fünf signifikante Stellen hat. In der Schreibweise mit Zehnerpotenzen lässt sich diese Mehrdeutigkeit vermeiden: Hat die Zahl drei signifikante Stellen, so schreiben wir $3,69 \cdot 10^4$, hat sie hingegen vier, so wird daraus $3,690 \cdot 10^4$.

Beispiel 1.1 · Begriffsbildung

Ist das Ihr Diamant?

Eine Freundin bittet Sie, ihr Ihren kostbaren Diamanten für einen Tag zu leihen, um ihn ihrer Familie zeigen zu können. Sie sind etwas besorgt, und so wiegen Sie den Diamanten und lesen 8,17 Gramm von der Waagenskala ab. Die Skalengenauigkeit wird mit $\pm 0,05$ Gramm angegeben. Am Tag darauf wiegen Sie den zurückgebrachten Diamanten erneut und wiegen 8,09 Gramm. Ist es Ihr Diamant?

Lösung

Das Ablesen der Waagenskala entspricht einer Messung, die nicht zwangsläufig den „wahren“ Wert für die Masse ergibt. Jedes Messergebnis könnte um bis zu 0,05 Gramm höher oder niedriger liegen. Die tatsächliche Masse Ihres Diamanten liegt höchstwahrscheinlich zwischen 8,12 Gramm und 8,22 Gramm. Die Masse des zurückgebrachten Diamanten liegt zwischen 8,04 Gramm und 8,14 Gramm. Die beiden Bereiche überlappen sich, und so gibt es keinen Grund zu zweifeln, dass der zurückgebrachte Diamant Ihrer ist, zumindest nicht aufgrund seiner Masse.

1.4 Einheiten, Standards und das Internationale Einheitensystem

Messungen aller physikalischen Größen enthalten zwei Angaben – Zahl und Einheit. Die Einheit muss zusammen mit der Zahl angegeben werden. Zum Beispiel können wir die Länge in den Einheiten Inch, Fuß, Meilen oder im metrischen System in Zentimeter, Meter und Kilometer messen. Die Längenangabe 18,6 für einen bestimmten Körper ist sinnlos. Die Angabe der Einheit ist zwingend erforderlich: 18,6 m ist etwas ganz anderes als 18,6 inches oder 18,6 mm.

Einheitensysteme

Wenn man mit den Gesetzen und Gleichungen der Physik zu tun hat, ist es sehr wichtig, ein konsistentes Einheitensystem zu benutzen. Mehrere Einheitensysteme sind über viele Jahre hinweg in Gebrauch gewesen. Das wichtigste System heutzutage ist das *Système International* (französisch für Internationales System), abgekürzt SI. In SI-Einheiten ist die Einheit der Länge Meter, die Einheit für die Zeit ist die Sekunde und die Einheit der Masse ist das Kilogramm. Ein solches System nennt man ein MKS-System (Meter-Kilogramm-Sekunde).

Ein weiteres metrisches System ist das **cgs-System**. In ihm sind das Zentimeter, das Gramm und die Sekunde die Grundeinheiten für Länge, Masse und Zeit, wie die Abkürzung andeutet.

SI-Einheiten sind die heute in der Wissenschaft maßgeblich verwendeten Einheiten. Wir werden in diesem Buch daher fast ausschließlich von ihnen Gebrauch machen.

Basisgrößen und abgeleitete Größen

Physikalische Größen lassen sich in zwei Kategorien einteilen: *Basisgrößen* und *abgeleitete Größen*. Die dazu korrespondierenden Einheiten heißen *Basiseinheiten* und *abgeleitete Einheiten*. Eine **Basisgröße** muss als Standard definiert werden. Wissenschaftler, stets an Einfachheit interessiert, wünschen die kleinste mögliche Anzahl an Basisgrößen, die konsistent mit einer vollständigen Beschreibung der physikalischen Welt ist. Es werden sieben Basisgrößen benötigt, und die im SI benutzten Größen zeigt [Tabelle 1.1](#). Alle anderen Größen können durch Kombination dieser Basisgrößen ausgedrückt werden und werden demnach als **abgeleitete Größen** bezeichnet. Ein Beispiel für eine abgeleitete Größe ist die Geschwindigkeit, die definiert ist als zurückgelegte Wegstrecke dividiert durch die Zeit, die während der Bewegung verstrichen ist.

Länge

Im Internationalen Einheitensystem, dem sogenannten SI-Einheitensystem, (abgekürzt SI von frz. *Système international d'unités*), ist die Längeneinheit Meter mit dem Kurzzeichen m. Es wurde als erster internationaler Standard schon 1790 von der französischen Akademie der Wissenschaften eingeführt als Basiseinheit für die Länge. Im Geiste der Rationalität wurde der Meter

Tabelle 1.1

Basisgrößen im SI

Größe	Einheit	Kurzzeichen der Einheit
Länge	Meter	m
Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg
Elektrischer Strom	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

Tabelle 1.2

Einige typische Längen (Größenordnung)

Körper	Länge (oder Abstand)
Neutron oder Proton (Radius)	10^{-15} m
Atom	10^{-10} m
Virus (► Abbildung 1.3)	10^{-7} m
Blatt Papier (Dicke)	10^{-4} m
Fingerdicke	10^{-2} m
Fußballfeldlänge	10^2 m
Höhe des Mount Everest (► Abbildung 1.3)	10^4 m
Erddurchmesser	10^7 m
Erde – Sonne	10^{11} m
Nächster Fixstern	10^{16} m
Nächste Galaxie	10^{22} m
Fernste sichtbare Galaxie	10^{26} m

Tabelle 1.3

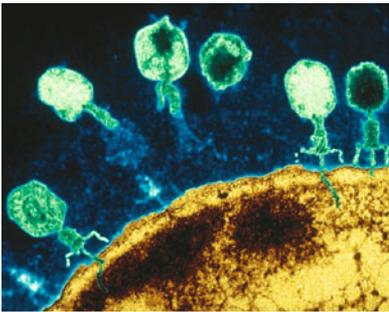
Einige Massen

Körper	Masse (Näherungswerte)
Elektron	10^{-30} kg
Proton, Neutron	10^{-27} kg
DNA-Molekül	10^{-17} kg
Bakterium	10^{-15} kg
Mücke	10^{-5} kg
Pflaume	10^{-1} kg
Person	10^2 kg
Schiff	10^8 kg
Erde	$6 \cdot 10^{24}$ kg
Sonne	$2 \cdot 10^{30}$ kg
Galaxis	10^{41} kg

Tabelle 1.4

Einige typische
Zeitintervalle

Vorgang	Zeit (Näherungswerte)
Lebensdauer extrem instabiler subatomarer Teilchen	10^{-23} s
Lebensdauer radioaktiver Elemente	10^{-22} bis 10^{28} s
Lebensdauer eines Muon	10^{-6} s
Zeit zwischen Herzschlägen beim Menschen	10^0 s (= 1 s)
Ein Tag	10^5 s
Ein Jahr	$3 \cdot 10^7$ s
Menschliche Lebensspanne	$2 \cdot 10^9$ s
Aufgezeichnete Geschichte	10^{11} s
Menschen auf der Erde	10^{14} s
Alter der Erde	10^{17} s
Alter des Universums	10^{18} s



a



b

Abbildung 1.3 Einige Längen: (a) Viren (etwa 10^{-7} m lang) attackieren eine Zelle; (b) Die Höhe des Mount Everest liegt in der Größenordnung von 10^4 m (genauer: je nach Messung zwischen 8844 m und 8850 m).

ursprünglich festgelegt als der zehnmillionste Teil der Entfernung zwischen Äquator und Nordpol¹. Ein Platinstab dieser Länge wurde angefertigt. 1889 wurde das Meter etwas genauer definiert als der Abstand zwischen zwei fein eingravierten Markierungen auf einem Platin-Iridium-Stab. 1960 wurde die Definition des Meters auf eine vollkommen neue, wesentlich genauere Grundlage gestellt: Ein Meter ist das 1 650 763,73-fache einer Wellenlänge im orangefarbenen Bereich des sichtbaren Spektrums des Lichts, emittiert von dem Gas Krypton 86. 1983 schließlich wurde das Meter erneut definiert, dieses Mal mithilfe der Lichtgeschwindigkeit (deren bester gemessener Wert in der alten Meterdefinition 299 792 458 m/s war, mit einem Messfehler von 1 m/s). Die neue Definition lautet: „Der Meter ist die Wegstrecke, die das Licht im Vakuum während einer Zeit von 1/299 792 458 Sekunde zurücklegt.“

► **Abbildung 1.3.** Tabelle 1.2 gibt einige charakteristische Längen an. Beachten Sie auch

Zeit

Die Basiseinheit für die **Zeit** im Internationalen Einheitensystem ist die **Sekunde** (s). Viele Jahre lang war die Sekunde definiert als 1/86 400 eines mittleren Sonnentages. Die Standardsekunde ist heute genauer definiert mithilfe der Frequenz bzw. Periode der Strahlung von Cäsium-Atomen, die sie beim Übergang zwischen zwei bestimmten Elektronen-Zuständen aussenden. Ge-

¹ Die damals angenommene Länge weicht nur um rund ein Fünfzigstel eines Prozents von modernen Messungen des Erdumfangs ab. Nicht schlecht!

nauer: Eine Sekunde ist definiert als die Zeit von 9 192 631,770 Perioden der elektromagnetischen Strahlung beim Übergang zwischen zwei Elektronenzuständen des Cäsium 133. Es gibt per Definition 60 s in einer Minute (min) und 60 Minuten in einer Stunde (h, von lateinisch *hora*). In **Tabelle 1.4** sind einige typische Zeitintervalle angegeben.

Masse

Die Basiseinheit für die **Masse** im SI-Einheitensystem ist das **Kilogramm** (kg). Es wird verkörpert durch einen besonderen Platin-Iridium-Zylinder (► **Abbildung 1.4**), der im Internationalen Büro für Maß und Gewicht in Sèvres bei Paris steht. Seine Masse ist definiert als 1 kg. Einige typische Massen sind in **Tabelle 1.3** angegeben.

Wenn man Atom- und Molekülmassen ausdrücken will, wird gewöhnlich die **atomare Masseneinheit** (u) verwendet. In Kilogramm ausgedrückt ist

$$1 \text{ u} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg} .$$

Die Definitionen anderer Einheiten folgen in den entsprechenden Kapiteln.

Dezimalvorsätze

Im Internationalen Einheitensystem sind die größeren und kleineren Einheiten in Vielfachen von 10 in Bezug auf die Grundeinheit definiert. Das macht Berechnungen besonders einfach. Somit ist 1 Kilometer (km) 1000 m, 1 Zentimeter (cm) ist 1/100 m und 1 Millimeter (mm) ist 1/1000 m oder 1/10 cm, und so weiter. Die Vorsilben „Zenti-“, „Kilo-“ und weitere sind in **Tabelle 1.5** aufgelistet. Sie können nicht nur auf die Längeneinheit, sondern auch auf die Einheiten Rauminhalt, Masse und jede weitere metrische Einheit bezogen werden. Beispielsweise ist ein Zentiliter (cl) 1/100 Liter (l), und ein Kilogramm (kg) sind 1000 Gramm (g).

1.5 Größenordnung: Schnelle Abschätzung

Manchmal sind wir lediglich an einer groben Abschätzung für den Wert einer Größe interessiert. Der Grund dafür könnte sein, dass eine genaue Berechnung zu viel Zeit beanspruchen oder zusätzliche Daten erfordern würde, die aber nicht verfügbar sind. In anderen Fällen könnten wir eine Grobabschätzung dazu nutzen, das Ergebnis einer genauen Rechnung mit dem Taschenrechner zu überprüfen, um sicher zu gehen, dass keine Fehler bei der Zahleneingabe passiert sind.

Bei einer Grobabschätzung werden alle Zahlen bis auf eine signifikante Stelle gerundet und als Zehnerpotenzen aufgeschrieben. Nach der Berechnung wird wiederum nur eine signifikante Stelle behalten. Solch eine Schätzung heißt **Abschätzung der Größenordnung** und ist innerhalb des Faktors 10 genau, oftmals sogar besser. Tatsächlich bezieht sich der Ausdruck „Abschätzung der Größenordnung“ manchmal nur auf die Zehnerpotenz.

Wie sinnvoll und nützlich Grobabschätzungen sein können, wollen wir anhand eines Beispiels aufzeigen.



Abbildung 1.4 Das Urkilogramm.

Tabelle 1.5

Dezimalvorsätze

Vorsilbe	Abkürzung	Wert
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hekto	h	10^2
deka	da	10^1
dezi	d	10^{-1}
zenti	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

PROBLEMLÖSUNG

Wie man eine Grobabschätzung macht

Beispiel 1.2 · Abschätzung

Volumen eines Sees

Schätzen Sie, wie viel Wasser der See aus ► [Abbildung 1.5a](#) enthält. Er ist näherungsweise kreisrund, hat etwa 1 km Durchmesser und eine durchschnittliche Tiefe von 10 m.

Lösung

Kein See ist vollkommen kreisrund und hat einen perfekt flachen Grund. Wir schätzen lediglich ab. Um das Volumen abzuschätzen, legen wir ein Zylindermodell des Sees zugrunde: Wir multiplizieren die durchschnittliche Tiefe des Sees mit der näherungsweise kreisrunden Oberfläche, als wäre der See ein Zylinder (► [Abbildung 1.5b](#)).

Das Volumen V eines Zylinders ist das Produkt seiner Höhe h mit seiner Grundfläche: $V = h \cdot \pi \cdot r^2$, wobei r der Radius der kreisrunden Grundfläche ist. Der Radius r ist $\frac{1}{2}$ km = 500 m, damit wird das Volumen näherungsweise

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2 \approx 10 \text{ m} \cdot 3 \cdot (5 \cdot 10^2 \text{ m})^2 \\ \approx 8 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \approx 10^7 \text{ m}^3,$$

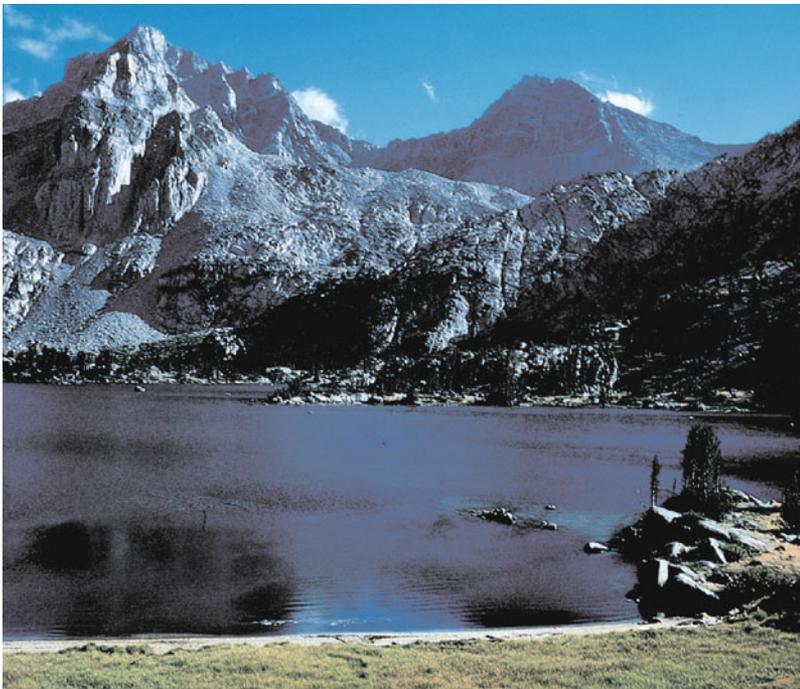
wobei π auf 3 abgerundet wurde. Somit liegt das Seevolumen in der Größenordnung von 10^7 m^3 , zehn Millionen Kubikmeter. Wegen all der Schätzungen in der Rechnung sollte man besser die Größenordnung (10^7 m^3) als die Zahl $8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ notieren.

Fermi-Fragen

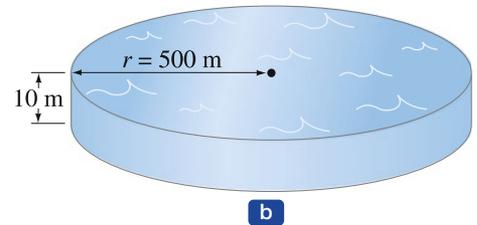
Eine andere Technik für das Abschätzen wurde von Enrico Fermi bekannt gemacht, der seinen Studenten zeigte, wie man ohne nähere Informationen nur durch plausible Abschätzungen zu einem richtigen Ergebnis kommt. Ein Beispiel: Wie schätzt man die Anzahl der Klavierstimmer in einer Stadt? Um die Größenordnung der Anzahl der Klavierstimmer in San Francisco, einer Stadt mit 700 000 Einwohnern, zu bestimmen, schätzen wir die Anzahl der funktionstüchtigen Klaviere, wie oft jedes Klavier gestimmt wird und wie viele Klaviere jeder Klavierstimmer stimmen kann. Zur Abschätzung der An-

ANGEWANDTE PHYSIK

Schätzung der Wassermasse eines Sees
(siehe ► [Abbildung 1.5](#))



a



b



Beispiel

Abbildung 1.5 (a) Wie viel Wasser enthält der See? (Die Abbildung zeigt einen der Rae-Seen in der Sierra Nevada in Kalifornien.) (b) Modell des Sees als Zylinder. (Wir könnten einen Schritt weitergehen und die Masse oder das Gewicht des Sees abschätzen. Später werden wir sehen, dass Wasser eine Dichte von circa 1000 kg/m^3 hat, womit dieser See eine Masse von ungefähr $(10^3 \text{ kg/m}^3)(10^7 \text{ m}^3) \approx 10^{10} \text{ kg}$ hat, also 10 Milliarden kg.)

zahl der Klaviere bemerken wir zunächst, dass sicher nicht jeder ein Klavier besitzt. Die Annahme, dass eine von drei Familien ein Klavier besitzt, bedeutet, dass auf zwölf Personen ein Klavier kommt, wenn durchschnittlich vier Personen in einem Haushalt leben. Als Angabe für die Größenordnung können wir der einfacheren Rechnung halber von einem Klavier pro zehn Personen ausgehen. So gelangen wir dann zu dem Schätzwert, dass es 70 000 Klaviere in San Francisco gibt. Ein Klavierstimmer braucht eine oder zwei Stunden, um ein Klavier zu stimmen; er kann somit vier bis fünf Klaviere am Tag stimmen. Ein Klavier muss ein- oder zweimal im Jahr gestimmt werden, einigen wir uns auf einmal im Jahr. Ein Klavierstimmer, der vier Klaviere am Tag stimmt, fünf Tage in der Woche und 50 Wochen im Jahr arbeitet, kann 1000 Klaviere im Jahr stimmen. Damit benötigt San Francisco mit seinen 70 000 Klavieren grob geschätzt 70 Klavierstimmer. Das ist natürlich nur eine sehr grobe Schätzung. Sie sagt uns aber, dass es viel mehr als zehn Klavierstimmer und sicher bedeutend weniger als 1000 geben muss.²

1.6 Einheiten und Einheitentest

Wenn wir von der Dimension einer Größe sprechen, beziehen wir uns auf die physikalische Einheit. Die Dimension einer Fläche beispielsweise ist immer das Längenquadrat, abgekürzt $[m^2]$ und in eckige Klammern gesetzt. Die Geschwindigkeit kann in Einheiten von km/h, m/s oder anderen Einheiten gemessen werden, doch die Dimension ist immer Länge $[m]$ geteilt durch Zeit $[s]$; also $[m/s]$. Die Formel für eine Größe kann je nach Fall verschieden sein, doch die Dimension bleibt unverändert. Beispielsweise ist die Fläche eines Dreiecks mit der Grundlinie b und der Höhe h gegeben durch $A = \frac{1}{2}bh$, wohingegen die Fläche eines Kreises mit dem Radius r durch $A = \pi r^2$ gegeben ist. Die Formeln sind in beiden Fällen unterschiedlich, doch die physikalische Einheit ist in beiden Fällen gleich: $[m^2]$.

Einheiten können beim Herausfinden von Beziehungen zwischen physikalischen Größen nützlich sein; so einen Vorgang nennen wir **Einheitentest**.³ Einheiten erweisen sich als sehr hilfreich, wenn man eine Gleichung oder Beziehung auf Richtigkeit überprüfen will. Hier gilt eine einfache Regel: Wir addieren oder subtrahieren Größen nur dann, wenn sie dieselben Einheiten haben (wir addieren nicht Zentimeter und Gramm). Das impliziert, dass die Größen auf beiden Seiten einer Gleichung dieselben physikalischen Einheiten haben müssen.

² Ein Blick in die Gelben Seiten von San Francisco zeigt ungefähr 50 Einträge. Hinter jedem dieser Einträge mag sich mehr als ein Klavierstimmer verbergen. Auf der anderen Seite stimmen sie nicht nur Klaviere, sie führen auch Reparaturarbeiten aus. Jedenfalls ist unser Schätzwert realistisch.

³ Die in den nächsten Absätzen beschriebene Technik erschließt sich besser, nachdem man ein paar Kapitel des Buchs gelesen hat. Dieser Abschnitt soll zunächst einen Überblick über das Thema verschaffen, später kann man dann bei Bedarf darauf zurückgreifen.

ZUSAMMENFASSUNG

Wissenschaftler ersinnen oft Modellvorstellungen für physikalische Phänomene. Ein **Modell** ist eine Art von Bild oder Analogie, womit man das Phänomen veranschaulichen kann. Eine **Theorie** erwächst häufig aus Modellvorstellungen und ist gewöhnlich tiefer und komplexer als das einfache Modell.

Ein wissenschaftliches **Gesetz** ist eine prägnante Formulierung, oft in der Form einer Gleichung ausgedrückt, die einen bestimmten Bereich von Phänomenen, der sich über ein breites Spektrum von Anwendungsfällen erstreckt, beschreibt.

Messungen spielen eine entscheidende Rolle in der Physik, können jedoch niemals absolut präzise sein. Es ist wichtig, den **Messfehler** eines Experiments anzugeben, entweder direkt durch die \pm Angabe und/oder durch Einhaltung der korrekten Anzahl **signifikanter Stellen**.

Physikalische Größen werden immer relativ zu einer besonderen **Einheit** spezifiziert. Die benutzte Einheit sollte immer angegeben werden. Das allgemein akzeptierte Einheitensystem ist das **Système International (SI)**. In ihm sind die Basiseinheiten von Länge, Masse und Zeit **Meter, Kilogramm** und **Sekunde**.

Die Grobabschätzung, vor allem die **Abschätzung der Größenordnung**, ist eine sehr nützliche Methode in der Wissenschaft wie auch im alltäglichen Leben.

Die **Einheit** einer physikalischen Größe bezieht sich auf die Kombination der Basisgrößen, die sie bilden. Zum Beispiel hat die Geschwindigkeit die Dimension [Länge/Zeit] und damit die Einheit [m/s]. Indem man nur die Einheiten der verschiedenen Terme in einer gegebenen Beziehung betrachtet, kann man die Beziehung auf korrekte Form überprüfen. Dieser Test heißt auch **Einheitentest**.

Verständnisfragen

- 1 Es ist vorteilhaft, dass die Basiseinheiten für Länge und Zeit leicht zugänglich (leicht vergleichbar), unveränderlich (sie bleiben gleich), unzerstörbar und reproduzierbar sind. Diskutieren Sie, warum diese Vorteile sind und ob ein oder mehrere dieser Kriterien unvereinbar mit anderen sein können.
- 2 Was sind die Vor- und Nachteile, wenn man die Länge eines Menschenfußes als Längeneinheit verwendet? Diskutieren Sie das Problem im Hinblick auf die unter 1. erwähnten Kriterien. Betrachten Sie für das Problem sowohl (a) den Fuß einer bestimmten Person als auch (b) für den Fuß einer beliebigen Person.
- 3 Schlagen Sie eine Möglichkeit vor, die Distanz zwischen Erde und Sonne zu messen.
- 4 Schreiben Sie die Annahmen auf, die nützlich sind für eine Abschätzung der Anzahl der Automechaniker in (a) San Francisco und (b) Ihrer Heimatstadt und geben Sie anschließend den Schätzwert an.
- 5 Schätzen Sie die Anzahl der Stunden, die Sie bis jetzt insgesamt in der Schule verbracht haben.
- 6 Diskutieren Sie, wie die Symmetrie dazu genutzt werden kann, die Anzahl der Murmeln in einem Ein-Liter-Glas zu schätzen.
- 7 Sie messen den Radius eines Rades und erhalten 4,16 cm. Wenn Sie, um den Durchmesser zu erhalten, mit 2 multiplizieren, sollte dann das Ergebnis eher als 8 cm oder als 8,32 cm aufgeschrieben werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

Kapitel 2

Beschreibung von Bewegungen – Kinematik in einer Raumrichtung

Ein Dragster (ein Rennwagen, der auf maximale Beschleunigung ausgelegt ist) hat einen Fallschirm ausgelöst, um seine Geschwindigkeit schnell zu reduzieren. Die Richtungen der Geschwindigkeit und der Beschleunigung des Fahrzeugs werden durch den grünen (v) bzw. durch den orangefarbenen (a) Pfeil dargestellt. Beachten Sie, dass v und a in unterschiedliche Richtungen zeigen. Bewegung wird mithilfe der Begriffe Geschwindigkeit und Beschleunigung beschrieben. Wir sehen hier, dass die Beschleunigung a manchmal in die entgegengesetzte Richtung wie die Geschwindigkeit v verlaufen kann. Wir werden auch Bewegung mit konstanter Beschleunigung genau untersuchen, einschließlich der vertikalen Bewegung von Körpern, die unter dem Einfluss der Schwerkraft fallen.



Die Bewegung von Körpern – Bälle, Kraftfahrzeuge, Jogger und selbst Sonne und Mond – gehört zum alltäglichen Leben. Erst im 16. und 17. Jahrhundert etablierte sich unser modernes Verständnis von Bewegung. Viele trugen zu diesem Verständnis bei, insbesondere Galileo Galilei (1564–1642) und Isaac Newton (1642–1727).

Die Untersuchung der Bewegung von Körpern sowie der verwandten Begriffe Kraft und Energie bilden den Bereich der **Mechanik**. Die Mechanik wird normalerweise in zwei Bereiche unterteilt: die **Kinematik**, die die Bewegungen von Körpern beschreibt, und die **Dynamik**, die sich mit der Kraft und mit der Frage beschäftigt, warum sich Körper in einer bestimmten Art und Weise bewegen. Dieses und das nächste Kapitel befassen sich mit der Kinematik.

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit der Beschreibung eines Körpers, der sich entlang einer geraden Linie bewegt. Hierbei handelt es sich um eine eindimensionale Bewegung; man nennt sie auch Translationsbewegung (nach dem lateinischen Wort für Verschiebung). In **Kapitel 3** untersuchen wir, wie Translationsbewegungen in zwei (oder drei) Raumrichtungen zu beschreiben sind.

Wir werden häufig von dem Begriff oder Modell eines sogenannten **Massenpunktes** Gebrauch machen, der als mathematischer Punkt betrachtet wird und keine räumliche Ausdehnung (keine Größe) hat. Ein Massenpunkt kann ausschließlich eine Translationsbewegung ausführen. Die Abstraktion eines Körpers auf einen Massenpunkt ist für viele reale Situationen nützlich, bei denen uns nur die Translationsbewegung interessiert und die Größe des Körpers keine Rolle spielt. Wir könnten z. B. eine Billardkugel oder auch ein Raumfahrzeug, das zum Mond fliegt, für viele Anwendungen als Massenpunkt betrachten.

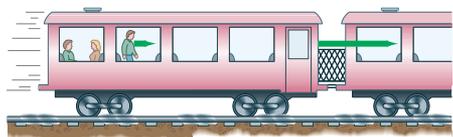


Abbildung 2.1 Eine Person bewegt sich in einem Zug mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h in Richtung des Zugesanfangs. Der Zug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h in Bezug auf die Erde, so dass die Geschwindigkeit der gehenden Person in Bezug auf den Erdboden 85 km/h beträgt.

Alle Messungen werden in Bezug auf ein Bezugssystem durchgeführt.

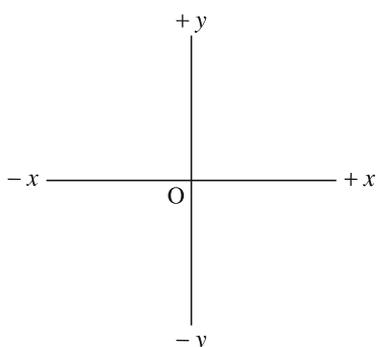


Abbildung 2.2 Eine Standarddarstellung mit x- und y-Koordinatenachsen.

2.1 Bezugssystem und Weg

Jede Messung eines Ortes, eines Weges oder einer Geschwindigkeit muss mittels eines **Bezugssystems** durchgeführt werden. Wenn Sie z. B. mit dem Zug mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h reisen, könnten Sie eine Person bemerken, die mit einer Geschwindigkeit von z. B. 5 km/h in Richtung der Spitze des Zuges an Ihnen vorbeigeht (► **Abbildung 2.1**). Natürlich ist dies die Geschwindigkeit der Person in Bezug auf den Zug als Bezugssystem. In Bezug auf den Erdboden bewegt sich diese Person mit einer Geschwindigkeit von $80 \text{ km/h} + 5 \text{ km/h} = 85 \text{ km/h}$. Bei der Angabe einer Geschwindigkeit ist die Angabe des Bezugssystems immer wichtig. Im Alltag meinen wir „in Bezug auf die Erde“, ohne überhaupt darüber nachzudenken. Dort, wo Unklarheiten bestehen könnten, muss jedoch das Bezugssystem angegeben werden.

Wenn wir die Bewegung eines Körpers angeben, ist nicht nur die Angabe der Geschwindigkeit, sondern auch die Angabe der Bewegungsrichtung wichtig. Wir können häufig eine Richtung mithilfe der Himmelsrichtungen Nord, Süd, Ost und West und durch „aufwärts“ und „abwärts“ angeben. In der Physik zeichnen wir zur Darstellung eines Bezugssystems ein **Koordinatensystem**, wie in ► **Abbildung 2.2** veranschaulicht. Wir können den

Ursprung 0 und die Richtungen der x - und y -Achse beliebig wählen. Die x - und die y -Achse stehen immer senkrecht zueinander. Für Körper, die rechts vom Koordinatenursprung (0) an der x -Achse positioniert sind, wählen wir normalerweise eine positive x -Koordinate. Dann haben Punkte links von 0 eine negative x -Koordinate. Die y -Koordinate ist positiv, wenn sich der Massenpunkt oberhalb von 0 befindet, und negativ, wenn er sich unterhalb von 0 befindet. Jeder Punkt in der Ebene kann durch Angabe seiner x - und y -Koordinate genau angegeben werden. Bei drei Raumrichtungen wird eine z -Achse, die senkrecht zur x - und y -Achse verläuft, hinzugefügt.

Bei einer Bewegung entlang nur einer Raumrichtung, einer eindimensionalen Bewegung, wählen wir häufig die x -Achse als die Gerade, entlang der die Bewegung stattfindet. Dann ist der **Ort** eines Massenpunktes in jedem beliebigen Moment durch seine x -Koordinate gegeben.

Der **Weg** ist eine Größe, die sowohl einen Betrag als auch eine Richtung hat. Solche Größen werden **Vektoren** genannt und in Diagrammen durch Pfeile dargestellt. In ► **Abbildung 2.3** stellt der blaue Pfeil z. B. den Weg dar, der einen Betrag von 40 m besitzt und dessen Richtung nach rechts verläuft. Der Betrag eines Vektors ist seine Länge, also eine Zahl. Eine Größe, die nur durch ihren Betrag charakterisiert ist, bezeichnet man auch als **Skalar**.

Wenn wir einen Vektor kennzeichnen, benutzen wir meist einen Pfeil über dem Buchstaben (beispielsweise für die Geschwindigkeit \vec{v}), manchmal aber auch Fettdruck (z. B. \mathbf{v}). Wenn wir es nur mit dem Betrag von Vektoren zu tun haben, schreiben wir das Formelzeichen v in kursiver Schrift (z. B. v für Geschwindigkeit).

In **Kapitel 3** werden wir uns ausführlicher mit Vektoren befassen. Hier beschäftigen wir uns nur mit eindimensionaler Bewegung entlang einer Geraden, und in diesem Fall haben Vektoren, die in eine Richtung zeigen, ein positives Vorzeichen, während Vektoren, die in die entgegengesetzte Richtung zeigen, ein negatives Vorzeichen haben.

Betrachten wir die Bewegung eines Körpers über einen bestimmten Zeitraum. Nehmen wir an, dass sich ein Massenpunkt zu einem beliebigen Anfangszeitpunkt t_1 am Punkt x_1 auf der x -Achse in dem in ► **Abbildung 2.4** dargestellten Koordinatensystem befindet. Nehmen wir weiter an, dass sich der Massenpunkt zu einem späteren Zeitpunkt t_2 am Punkt x_2 befindet. Der Weg unseres Massenpunktes beträgt $x_2 - x_1$ und wird durch den Pfeil, der in **Abbildung 2.4** nach rechts zeigt, dargestellt. Die folgende Schreibweise ist üblich:

$$s = x_2 - x_1 = \Delta x,$$

wobei das Symbol Δ (der griechische Buchstabe Delta) „Änderung in“ bedeutet. Dann bedeutet Δx „die Änderung in x “, die als Weg s bezeichnet wird. Beachten Sie, dass die „Änderung in“ einer Größe den Endwert dieser Größe minus dem Anfangswert bedeutet.

Nehmen wir als konkretes Beispiel $x_1 = 10,0$ m und $x_2 = 30,0$ m. Dann gilt

$$s = x_2 - x_1 = 30,0 \text{ m} - 10,0 \text{ m} = 20,0 \text{ m}.$$

Siehe **Abbildung 2.4**.

Jetzt betrachten wir einen Massenpunkt, der sich, wie in ► **Abbildung 2.5** dargestellt, nach links bewegt. Hier ist der Ausgangspunkt eines Massen-

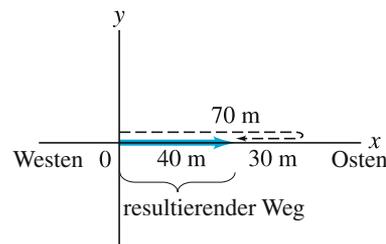


Abbildung 2.3 Eine Person geht 70 m nach Osten, dann 30 m nach Westen. Der gesamte Weg beträgt 100 m (schwarzer Pfeil), die Verschiebung (blauer Pfeil) beträgt 40 m in östlicher Richtung.

Weg

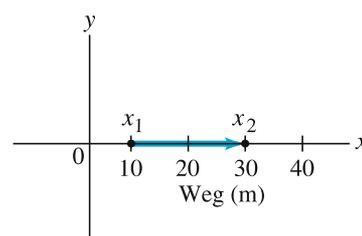


Abbildung 2.4 Der Pfeil stellt die Verschiebung $x_2 - x_1$ dar. Wege sind in m angegeben.

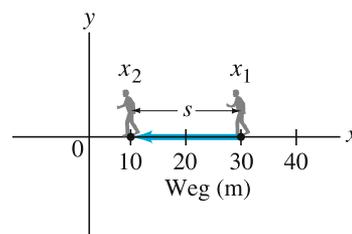


Abbildung 2.5 Bei dem Weg $s = x_2 - x_1 = 10,0 \text{ m} - 30,0 \text{ m}$ zeigt der Wegvektor nach links.

punktes, z. B. das Fußende einer Person, bei $x_1 = 30,0 \text{ m}$. Die Person bewegt sich nach links bis zum Punkt $x_2 = 10,0 \text{ m}$. In diesem Fall gilt

$$s = x_2 - x_1 = 10,0 \text{ m} - 30,0 \text{ m} = -20,0 \text{ m} ,$$

und der blaue Pfeil, der den Weg darstellt, zeigt nach links. Dieses Beispiel veranschaulicht, dass bei der Betrachtung einer eindimensionalen Bewegung ein Vektor, der nach rechts zeigt, einen positiven Wert hat, während ein Vektor, der nach links zeigt, einen negativen Wert besitzt.

2.2 Mittlere oder Durchschnittsgeschwindigkeit

Bewegte Körper unterscheiden sich von ruhenden durch eine von null verschiedene Geschwindigkeit. Wie der Weg auch, ist die Geschwindigkeit eine vektorielle Größe, jedoch wird im Deutschen für die Geschwindigkeit als Vektor und die Geschwindigkeit als Skalar (Zahl), die den Betrag des Vektors ausdrückt, *ein* Begriff, nämlich „Geschwindigkeit“, verwendet.

Im Englischen drückt „velocity“ die vektorielle Größe und „speed“ die skalare Größe aus. Im Unterschied zum Deutschen weiß man also durch die Wortwahl, ob die vektorielle oder skalare Größe gemeint ist.

Der Betrag der Geschwindigkeit bringt zum Ausdruck, wie schnell sich ein Körper in einem gegebenen Zeitraum unabhängig von der Richtung bewegt. Wenn ein Auto in 3 Stunden 240 Kilometer (km) zurücklegt, sprechen wir von einer mittleren oder Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h. Im Allgemeinen wird die **Durchschnittsgeschwindigkeit** eines Massenpunktes als *Quotient aus dem zurückgelegten Gesamtweg und der Zeit, die für diesen Weg benötigt wird*, definiert:

$$\begin{aligned} \text{Durchschnittsgeschwindigkeit} &= \frac{\text{gesamter Weg}}{\text{benötigte Zeit}} \\ &= \frac{\text{Endposition} - \text{Anfangsposition}}{\text{verstrichene Zeit}} . \end{aligned} \quad (2.1)$$

Für die Betrachtung der eindimensionalen Bewegung eines Körpers im Allgemeinen nehmen wir an, dass sich ein Massenpunkt zu einem bestimmten Zeitpunkt t_1 am Punkt x_1 auf der x -Achse in einem Koordinatensystem befindet und zu einem späteren Zeitpunkt t_2 am Punkt x_2 . Die verstrichene Zeit ist $t_2 - t_1$, und während dieses Zeitintervalls betrug der Weg unseres Massenpunktes $\Delta s = x_2 - x_1$. Dann kann die Mittlere Geschwindigkeit, die als *Quotient aus dem Wegelement (Weg) und dem verstrichenen Zeitintervall* definiert ist, geschrieben werden als

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} , \quad (2.2)$$

wobei v für Geschwindigkeit (velocity) steht und der Strich über dem v das Standardsymbol für „Durchschnitt“ bzw. Mittelwert ist.

Gewöhnlich wählt man die Koordinatenachsen so, dass die positive x -Achse nach rechts verläuft. Wenn nun x_2 kleiner als x_1 ist, sich der Massenpunkt also nach links bewegt, dann ist $\Delta s = x_2 - x_1$ kleiner als null. Das

PROBLEMLÖSUNG

Das Zeichen + oder – kann die Richtung für eine lineare Bewegung anzeigen.

Beispiel 2.1 Durchschnittsgeschwindigkeit eines Läufers

Der Ort eines Läufers in Abhängigkeit von der Zeit wird als Bewegung entlang der x -Achse eines Koordinatensystems aufgezeichnet. Während eines Zeitintervalls von 3,00 s verändert sich der Ort des Läufers von $x_1 = 50,0$ m zu $x_2 = 30,5$ m, wie in ► [Abbildung 2.6](#) dargestellt. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit lief der Läufer?

Lösung

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist der Quotient aus dem Weg und dem verstrichenen Zeitintervall. Der Weg ist $\Delta s = x_2 - x_1 = 30,5 \text{ m} - 50,0 \text{ m} = -19,5 \text{ m}$. Das Zeit-

intervall beträgt $\Delta t = 3,00 \text{ s}$. Somit beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-19,5 \text{ m}}{3,00 \text{ s}} = -6,50 \text{ m/s} .$$

Der Weg und die Durchschnittsgeschwindigkeit sind negativ. Diese Tatsache sagt uns (falls wir es nicht bereits wissen), dass sich der Läufer entlang der x -Achse nach links bewegt, wie der Pfeil in [Abbildung 2.6](#) anzeigt. So können wir sagen, dass der Läufer mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 6,50 m/s nach links lief.

Beispiel 2.2 Weg, den eine Radfahrerin zurücklegt

Wie weit kann eine Radfahrerin in 2,5 h auf einer geraden Straße fahren, wenn sie mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 18 km/h fährt?

Lösung

Wir möchten den zurückgelegten Weg berechnen, deshalb verwenden wir die [Gleichung 2.2](#). Dabei ist Δs der Weg und \bar{v} die Durchschnittsgeschwindigkeit. Dies können wir schreiben als

$$\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t = 18 \text{ km/h} \cdot 2,5 \text{ h} = 45 \text{ km} .$$

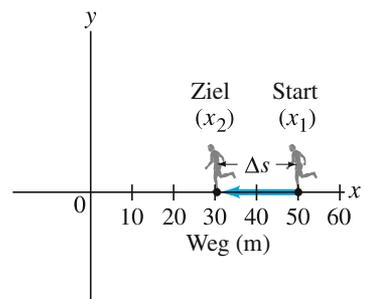


Abbildung 2.6 [Beispiel 2.1](#). Eine Person läuft von $x_1 = 50,0$ m nach $x_2 = 30,5$ m. Der Weg beträgt $-19,5$ m.

Vorzeichen des Weges und somit das Vorzeichen der Geschwindigkeit zeigt die Richtung an: bei einem Massenpunkt, der sich entlang der positiven x -Achse nach rechts bewegt, ist die Durchschnittsgeschwindigkeit positiv, bei einem Massenpunkt, der sich nach links bewegt, negativ. Die Richtung der Mittleren Geschwindigkeit ist immer dieselbe wie die Richtung des Weges.

2.3 Momentangeschwindigkeit

Wenn man mit einem Auto auf einer geraden Straße in 2,0 h 150 km fährt, dann ist der Betrag der Durchschnittsgeschwindigkeit 75 km/h. Es ist allerdings unwahrscheinlich, dass man jederzeit genau 75 km/h gefahren ist. Zur Beschreibung dieser Situation benötigen wir den Begriff der *Momentangeschwindigkeit*, der die Geschwindigkeit in jedem beliebigen Moment bezeichnet. Hierbei handelt es sich um den Betrag, den ein Tacho normalerweise anzeigt. Genauer gesagt, ist die **Momentangeschwindigkeit** in jedem beliebigen Moment definiert als *die Durchschnittsgeschwindigkeit in einem unendlich kleinen Zeitintervall*. Das bedeutet, dass die [Gleichung 2.2](#) unter Berücksichtigung der Tatsache, dass der Grenzwert von Δt extrem

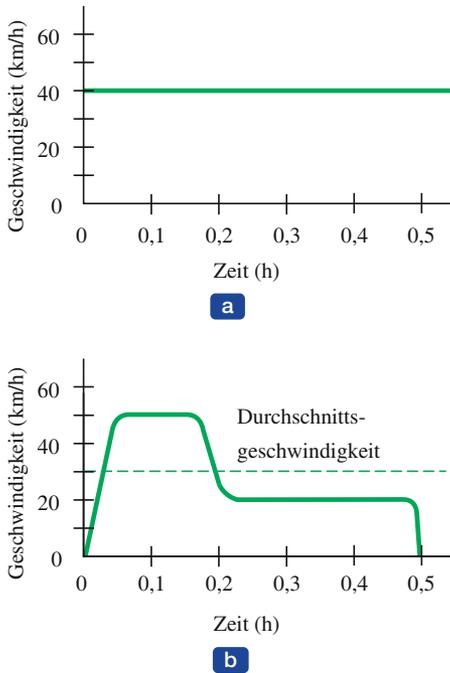


Abbildung 2.7 Geschwindigkeit eines Autos in Abhängigkeit von der Zeit:
 (a) bei konstanter Geschwindigkeit;
 (b) bei variierender Geschwindigkeit.

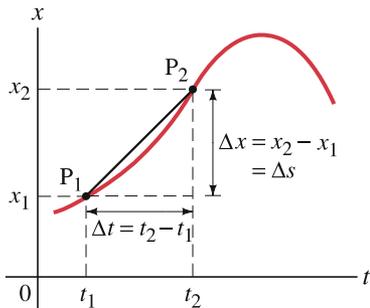


Abbildung 2.8 Zeit-Weg-Kurve eines Massenpunktes. Die Steigung der Geraden P_1P_2 stellt die Durchschnittsgeschwindigkeit des Massenpunktes während des Zeitintervalls $\Delta t = t_2 - t_1$ dar.

Die Steigung der Sehne, die zwei Punkte auf einer Weg-Zeit-Kurve miteinander verbindet, entspricht der Durchschnittsgeschwindigkeit

klein wird und gegen null geht, berechnet werden muss. Wir können die Definition der Momentangeschwindigkeit v für eine eindimensionale Bewegung schreiben als

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} . \quad (2.3)$$

Die Schreibweise $\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$ bedeutet, dass der Quotient $\Delta s/\Delta t$ unter Berücksichtigung der Tatsache, dass der Grenzwert von Δt gegen null geht, berechnet werden muss. Wir setzen in dieser Definition allerdings nicht einfach $\Delta t = 0$, denn dann wäre Δs ebenfalls null und wir hätten eine nicht definierte Zahl. Wir betrachten vielmehr den *Quotienten* $\Delta s/\Delta t$ als Ganzes. Wenn wir Δt gegen null gehen lassen, geht Δs ebenfalls gegen null. Der Quotient $\Delta s/\Delta t$ nähert sich jedoch einem definierten Wert, der die Momentangeschwindigkeit in einem gegebenen Moment angibt.

Für die Momentangeschwindigkeit wird das Symbol v , für die Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} mit einem Strich verwendet. Im weiteren Verlauf dieses Buches beziehen wir uns bei Verwendung des Begriffes „Geschwindigkeit“ auf die Momentangeschwindigkeit. Wenn die Durchschnittsgeschwindigkeit gemeint ist, werden wir dies durch Hinzufügen des Wortes „Durchschnitt“ deutlich machen.

Wenn sich ein Massenpunkt mit konstanter Geschwindigkeit über ein bestimmtes Zeitintervall bewegt, dann ist seine Momentangeschwindigkeit in jedem beliebigen Moment dieselbe wie seine Durchschnittsgeschwindigkeit (siehe ► **Abbildung 2.7a**). In vielen Situationen ist dies jedoch nicht der Fall. Ein Auto kann z. B. aus dem Stillstand starten, auf 50 km/h beschleunigen, für eine bestimmte Zeit mit dieser Geschwindigkeit weiterfahren, dann in einem Verkehrsstau auf 20 km/h abbremsen und schließlich an seinem Zielort anhalten, nachdem es insgesamt 15 km in 30 Minuten zurückgelegt hat. Diese Fahrt ist in der Kurve in ► **Abbildung 2.7b** aufgezeichnet. Die Durchschnittsgeschwindigkeit (gestrichelte Linie), die $\bar{v} = \Delta s/\Delta t = 15 \text{ km}/0,50 \text{ h} = 30 \text{ km/h}$ beträgt, ist ebenfalls in der Abbildung dargestellt.

Zum besseren Verständnis der Momentangeschwindigkeit betrachten wir eine Zeit-Weg-Kurve, in der der Ort eines Massenpunktes im Verhältnis zur Zeit (x im Verhältnis zu t), wie in ► **Abbildung 2.8** veranschaulicht, dargestellt wird. (Beachten Sie, dass diese Darstellung sich von der Darstellung der „Bahn“ eines Massenpunktes in einer x - y -Kurve unterscheidet.) Zum Zeitpunkt t_1 befindet sich der Massenpunkt im Ort x_1 und zum Zeitpunkt t_2 im Ort x_2 . In der Kurve stellen P_1 und P_2 diese beiden Punkte dar. Eine vom Punkt P_1 t_1, x_1 zum Punkt P_2 t_2, x_2 gezogene Gerade bildet die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Seiten Δs und Δt sind. Der Quotient $\Delta s/\Delta t$ ist die **Steigung** der Geraden P_1P_2 . Aber $\Delta s/\Delta t$ ist auch die Durchschnittsgeschwindigkeit des Massenpunktes während des Zeitintervalls $\Delta t = t_2 - t_1$. Daher folgern wir, dass die Durchschnittsgeschwindigkeit eines Massenpunktes während eines beliebigen Zeitintervalls $\Delta t = t_2 - t_1$ gleich der Steigung der Geraden (oder *Sehne*) ist, die die beiden Punkte (t_1, x_1) und (t_2, x_2) auf einer Zeit-Weg-Kurve verbindet.

Betrachten wir nun einen Zeitpunkt t_i in der Mitte zwischen t_1 und t_2 , zu dem sich der Massenpunkt am Ort x_i befindet (► **Abbildung 2.9**). In

diesem Fall ist die Steigung der Geraden P_1P_i kleiner als die Steigung von P_1P_2 . Somit ist die Durchschnittsgeschwindigkeit während des Zeitintervalls t_i-t_1 kleiner als die Durchschnittsgeschwindigkeit während des Zeitintervalls t_2-t_1 .

Stellen wir uns nun vor, dass der Punkt P_i in [Abbildung 2.9](#) immer näher an den Punkt P_1 heranrückt. Das bedeutet, dass wir das Zeitintervall t_i-t_1 , das wir jetzt Δt nennen, immer kleiner werden lassen. Die Steigung der Geraden, die die beiden Punkte verbindet, nähert sich immer mehr der Steigung einer Tangente an die Kurve im Punkt P_1 an. Da wir Δt als immer kleiner annehmen, nähert sich die Durchschnittsgeschwindigkeit (gleich der Steigung der Sehne) der Steigung der Tangente im Punkt P_1 an. Die Definition der Momentangeschwindigkeit ([Gleichung 2.3](#)) ist der Grenzwert der Durchschnittsgeschwindigkeit, wenn Δt gegen null geht. Somit ist die *Momentangeschwindigkeit gleich der Steigung der Tangente an die Kurve* in diesem Punkt (die wir einfach als „Steigung der Kurve“ in diesem Punkt bezeichnen können).

Da die Geschwindigkeit in jedem beliebigen Moment gleich der Steigung der Tangente an die Weg-Zeit-Kurve in diesem Moment ist, ist die Geschwindigkeit in jedem beliebigen Zeitpunkt aus einer solchen Kurve ersichtlich. So nimmt z. B. in [Abbildung 2.10](#) (in der dieselbe Kurve wie in [Abbildung 2.8](#) und [Abbildung 2.9](#) dargestellt ist) die Steigung kontinuierlich zu, wenn unser Massenpunkt sich von x_1 nach x_2 bewegt. Somit nimmt auch die Geschwindigkeit zu. Für Zeiten nach t_2 nimmt die Steigung allerdings langsam ab und erreicht im Punkt P_3 in [Abbildung 2.10](#), wenn x sein Maximum erreicht, null (d. h. $v = 0$). Nach diesem Punkt, z. B. im Punkt P_4 , ist die Steigung negativ. Folglich ist die Geschwindigkeit negativ, was Sinn macht, da x jetzt abnimmt – der Massenpunkt bewegt sich auf abnehmende x -Werte zu, d. h. er bewegt sich in einer xy -Weg-Kurve nach links.

Wenn sich ein Massenpunkt mit konstanter Geschwindigkeit über ein bestimmtes Zeitintervall bewegt, ist seine Momentangeschwindigkeit gleich seiner Durchschnittsgeschwindigkeit. In diesem Fall ist die Weg-Zeit-Kurve eine Gerade, deren Steigung gleich der Geschwindigkeit ist. Die Kurve in [Abbildung 2.8](#) hat keine geraden Abschnitte, d. h. es gibt keine Zeitintervalle, in denen die Geschwindigkeit konstant ist.

2.4 Beschleunigung

Wenn ein Massenpunkt seine Geschwindigkeit ändert, spricht man von Beschleunigung. Ein Auto, dessen Geschwindigkeit betragsmäßig von null auf 80 km/h ansteigt, beschleunigt. Das bedeutet, dass die Beschleunigung anzeigt, wie schnell sich die Geschwindigkeit eines Massenpunktes ändert.

Durchschnittsbeschleunigung

Die Durchschnitts- bzw. mittlere Beschleunigung ist definiert als Quotient aus der Geschwindigkeitsänderung und der für diese Änderung benötigten

Die Steigung der Tangente an die Weg-Zeit-Kurve ist gleich der Momentangeschwindigkeit

In [Gleichung 2.3](#) wird der Grenzwert als $\Delta t \rightarrow 0$ in Differential Schreibweise als ds/dt geschrieben und als *Ableitung von x nach t* bezeichnet. So können wir die [Gleichung 2.3](#) in Differential-Schreibweise schreiben als:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dt} \quad (2.4)$$

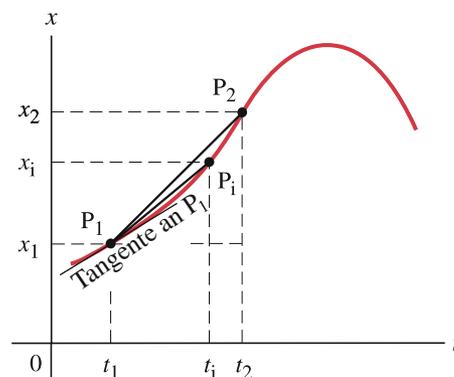


Abbildung 2.9 Dieselbe Weg-Zeit-Kurve wie in [Abbildung 2.8](#). Beachten Sie aber, dass die Durchschnittsgeschwindigkeit im Zeitintervall $t_1 - t_1$ (Steigung von P_1P_i) kleiner ist als die Durchschnittsgeschwindigkeit im Zeitintervall $t_2 - t_1$. Die Steigung der dünn eingezeichneten Tangente an der Kurve im Punkt P_1 ist identisch mit der Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t_1 .

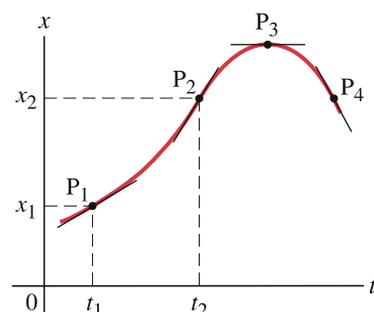


Abbildung 2.10 Dieselbe Weg-Zeit-Kurve wie in [Abbildung 2.8](#) und [Abbildung 2.9](#). Hier wird die Steigung allerdings in vier verschiedenen Punkten gezeigt: in P_3 ist die Steigung gleich null, d. h. $v = 0$. In P_4 ist die Steigung negativ, d. h. $v < 0$.

Beispiel 2.3 Mittlere Beschleunigung

Ein Auto beschleunigt auf einer geraden Straße in 5,0 s aus dem Stillstand auf 75 km/h, ► [Abbildung 2.11](#). Welchen Betrag hat seine mittlere Beschleunigung?

Lösung

Das Auto startet aus dem Stillstand, also gilt $v_1 = 0$. Die Endgeschwindigkeit beträgt $v_2 = 75$ km/h. Ausgehend von der [Gleichung 2.5](#) ist die mittlere Beschleunigung

$$\bar{a} = \frac{75 \text{ km/h} - 0 \text{ km/h}}{5,0 \text{ s}} = 15 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = 4,17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Dies liest man als „fünfzehn Kilometer pro Stunde in der Sekunde“ und bedeutet, dass die Geschwindigkeit sich im Mittel um 15 km/h während jeder Sekunde geändert hat. Unter der Annahme, dass die Beschleunigung konstant war, heißt das, dass die Geschwindigkeit des Autos in der ersten Sekunde von null auf 15 km/h zunahm. Während der nächsten Sekunde erhöhte sich die Geschwindigkeit um weitere 15 km/h auf 30 km/h usw., [Abbildung 2.11](#). (Natürlich könnten diese Zahlen anders aussehen, wenn die Momentanbeschleunigung nicht konstant war.)

Durchschnittsbeschleunigung

$$\text{Durchschnittsbeschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{verstrichene Zeit}}.$$

In Symbolen ist die Durchschnittsbeschleunigung \bar{a} über ein Zeitintervall $\Delta t = t_2 - t_1$, in dem sich die Geschwindigkeit um $\Delta v = v_2 - v_1$ ändert, definiert als

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (2.5)$$

Bei der Beschleunigung handelt es sich auch um einen Vektor.

Bitte beachten Sie, dass die *Beschleunigung* anzeigt, wie schnell die *Geschwindigkeit* sich ändert, während die *Geschwindigkeit* anzeigt, wie schnell sich der *Ort* ändert. In diesem letzten Beispiel enthielt die berechnete Beschleunigung zwei verschiedene Zeiteinheiten: Stunden und Sekunden. Normalerweise verwenden wir eher nur Sekunden. Dafür können wir km/h in m/s umrechnen (siehe [Abschnitt 2.5](#) und [Beispiel 2.3](#)):

$$75 \text{ km/h} = \left(75 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}}\right) \left(\frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}}\right) = 20,8 \text{ m/s}.$$

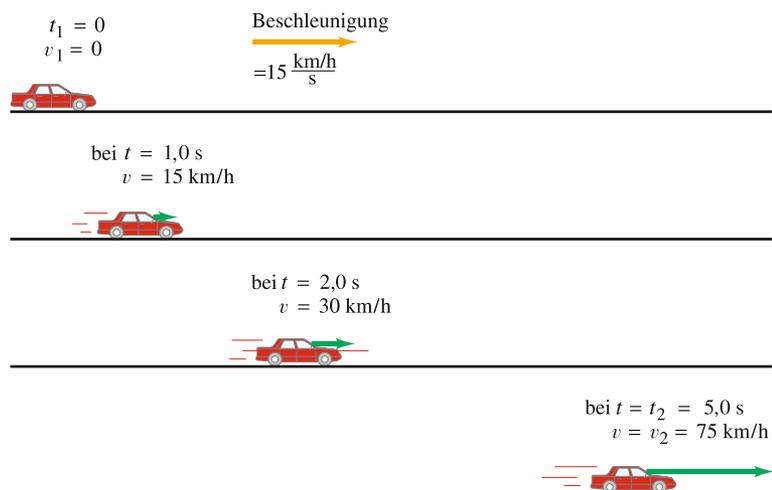


Abbildung 2.11 [Beispiel 2.3](#). Das Auto wird am Start bei $v_1 = 0$ zum Zeitpunkt $t_1 = 0$ gezeigt. Es wird weitere drei Male gezeigt, bei $t = 1,0$ s, bei $t = 2,0$ s und bei $t = t_2 = 5,00$ s. Wir nehmen an, dass die Beschleunigung konstant und gleich 15 km/h/s ($= 4,17 \text{ m/s}^2$) ist. Die grünen Pfeile stellen die Geschwindigkeitsvektoren dar. Ihre jeweilige Länge zeigt den Betrag der Geschwindigkeit in dem Zeitpunkt an. Der Beschleunigungsvektor ist der orangefarbene Pfeil. Wege können aus dieser Darstellung nicht direkt bestimmt werden.

Dann ergibt sich

$$\bar{a} = \frac{20,8 \text{ m/s} - 0,0 \text{ m/s}}{5,0 \text{ s}} = 4,16 \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 4,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Wir schreiben diese Einheiten immer als m/s^2 (Meter pro Sekunde zum Quadrat). Entsprechend der obigen Berechnung änderte sich die Geschwindigkeit in [Beispiel 2.3 \(Abbildung 2.11\)](#) im Mittel um $4,16 \text{ m/s}$ während jeder Sekunde bei einer Gesamtänderung von $20,8 \text{ m/s}$ über $5,0 \text{ s}$.

Wenn ein Massenpunkt langsamer wird, sprechen wir im Alltag normalerweise davon, dass er gebremst wird.

Beispiel 2.4 · Begriffsbildung

Geschwindigkeit und Beschleunigung

- (a) Wenn die Geschwindigkeit eines Massenpunktes null ist, bedeutet dies, dass auch die Beschleunigung null ist?
 (b) Wenn die Beschleunigung null ist, bedeutet dies, dass auch die Geschwindigkeit null ist?

Lösung

Eine Geschwindigkeit von null bedeutet nicht zwangsläufig, dass auch die Beschleunigung null ist, und eine Beschleunigung von null bedeutet nicht, dass die Geschwindigkeit null ist.

- a** Wenn Sie z. B. mit dem Fuß das Gaspedal Ihres Autos, das sich im Stillstand befindet, betätigen, beginnt die Geschwindigkeit bei null, die Beschleunigung ist aber ungleich null, da sich die Geschwindigkeit des Autos verändert. (Wie sonst könnte sich Ihr Auto in Bewegung setzen, wenn sich seine Geschwindigkeit nicht verändern würde?)
- b** Wenn Sie mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 km/h auf einer geraden Straße fahren, ist Ihre Beschleunigung null.

Beispiel 2.5

Ein Auto wird langsamer

Ein Kraftfahrzeug bewegt sich auf einer geraden Straße nach rechts, die wir als positive x -Achse annehmen ([▶ Abbildung 2.12](#)), und der Fahrer betätigt die Bremse. Welche Durchschnittsbeschleunigung hatte das Auto bei einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_1 = 15,0 \text{ m/s}$, wenn das Auto $5,0 \text{ s}$ benötigt, um auf $v_2 = 5,0 \text{ m/s}$ abzubremsten?

Lösung

Die Durchschnittsbeschleunigung ist gleich dem Quotienten aus der Geschwindigkeitsänderung und der verstrichenen Zeit, [Gleichung 2.5](#). Nennen wir den Anfangszeitpunkt $t_1 = 0$. Dann ist $t_2 = 5,0 \text{ s}$. (Beachten Sie, dass unsere Wahl von $t_1 = 0$ die Berechnung von \bar{a} nicht beeinflusst, da in der [Gleichung 2.5](#) nur $\Delta t = t_2 - t_1$ erscheint.) Dann gilt

$$\bar{a} = \frac{5,0 \text{ m/s} - 15,0 \text{ m/s}}{5,0 \text{ s}} = -2,0 \text{ m/s}^2.$$

Das negative Vorzeichen ist dadurch begründet, dass die Endgeschwindigkeit kleiner als die Anfangsgeschwindigkeit ist. In diesem Fall verläuft die Richtung der Beschleunigung nach links (in negativer x -Richtung) – obwohl die Geschwindigkeit immer nach rechts gerichtet ist. Wir sagen, dass die Beschleunigung $2,0 \text{ m/s}^2$ nach links beträgt. In [Abbildung 2.12](#) ist sie als orangefarbener Pfeil dargestellt.

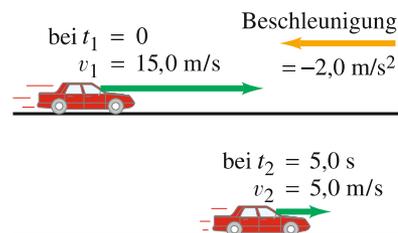


Abbildung 2.12 [Beispiel 2.5](#), das den Ort des Autos zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 sowie die Geschwindigkeit des Autos zeigt, die durch die grünen Pfeile dargestellt ist. Der Beschleunigungsvektor (orange) zeigt nach links.

2.5 Bewegung bei konstanter Beschleunigung

Es gibt viele Anwendungen, in denen die Beschleunigung konstant oder nahezu konstant ist. Die Fallbeschleunigung nahe der Erdoberfläche ist ein solches Beispiel. Wir sprechen hier vom „freien Fall“ und nehmen an, dass der Betrag der Beschleunigung konstant ist und die Bewegung in einer geraden Linie verläuft.

Wir nehmen $a = \text{konstant an.}$

$$\mathbf{x}(t = 0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{v}(t = 0) = \mathbf{v}_0$$

Zur Vereinfachung unserer Schreibweise nehmen wir an, dass die Anfangszeit null ist: $t_0 = 0$. (Bei t_0 beginnt praktisch eine Stoppuhr zu laufen.) Dann können wir $\Delta t = t$ als verstrichene Zeit annehmen. Der Anfangsort (x_1) und die Anfangsgeschwindigkeit (v_1) eines Körpers werden jetzt durch x_0 und v_0 bezeichnet. Zu einem beliebigen Zeitpunkt t werden der Ort und die Geschwindigkeit mit x und v bezeichnet (und nicht mit x_2 und v_2). Die Durchschnittsgeschwindigkeit während der Zeit Δt beträgt (siehe Gleichung 2.2)

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{t}$$

da $t_0 = 0$ ist. Und die Beschleunigung, die als konstant angenommen wird, beträgt (siehe Gleichung 2.5)

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$$

Eine allgemeine Aufgabenstellung ist die Bestimmung der Geschwindigkeit eines Massenpunktes nach einer bestimmten Zeit, wenn die Beschleunigung gegeben ist. Wir können solche Aufgaben lösen, indem wir die letzte Gleichung nach v auflösen, und erhalten:

**v im Verhältnis zu a und t
($a = \text{konstant}$)**

$$v = v_0 + at \quad [\text{konstante Beschleunigung}] \quad (2.6)$$

Die Beschleunigung eines bestimmten Motorrades beträgt $4,0 \text{ m/s}^2$ (Abbildung 2.13). Wie schnell fährt es z. B. nach $6,0 \text{ s}$? Nehmen wir an, dass es von dem Ort ($v_0 = 0$) startet. Nach $6,0 \text{ s}$ beträgt die Geschwindigkeit $v = at = 4,2 \text{ m/s}^2 \cdot 6,0 \text{ s} = 25,2 \text{ m/s}$.

Nun untersuchen wir als nächstes, wie der Ort eines Massenpunktes nach einer Zeit t bei konstanter Beschleunigung zu berechnen ist. Die Definition

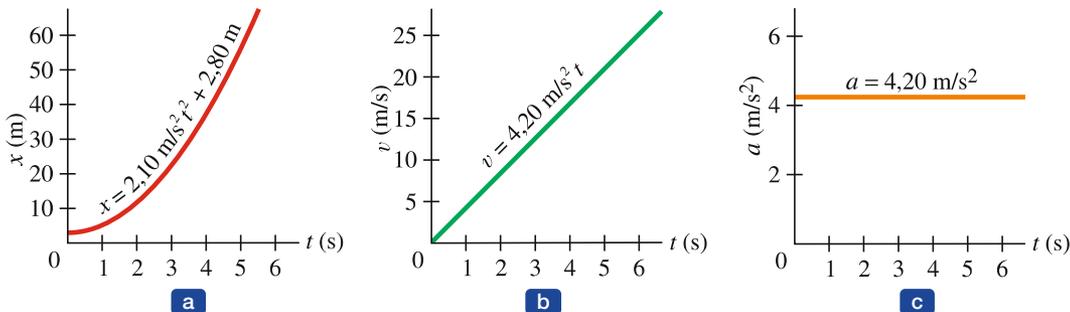


Abbildung 2.13 Graphen, die folgendes darstellen: (a) Weg-Zeit-Kurve, (b) Geschwindigkeit-Zeit-Kurve und (c) Beschleunigung-Zeit-Kurve für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

der Durchschnittsgeschwindigkeit (Gleichung 2.2) ist $\bar{v} = (x - x_0)/t$. Dies können wir umschreiben als

$$x = x_0 + \bar{v}t. \quad (2.7)$$

Da die Geschwindigkeit mit der Zeit gleichmäßig (linear) ansteigt, liegt die Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} in der Mitte zwischen der Anfangs- und der Endgeschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}. \quad [\text{konstante Beschleunigung}] \quad (2.8)$$

**Durchschnittsgeschwindigkeit
(bei konstanter Beschleunigung)**

(Achtung: Die Gleichung 2.8 ist nicht zwangsläufig gültig, wenn die Beschleunigung nicht konstant ist.) Wir fügen die beiden letzten Gleichungen mit Gleichung 2.6 zusammen und erhalten

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \bar{v}t \\ &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t = x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t \end{aligned}$$

oder

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2. \quad [\text{konstante Beschleunigung}] \quad (2.9)$$

**x in Abhängigkeit von a und t
(a = konstant)**

Die Gleichungen 2.6, 2.8 und 2.9 sind drei der vier nützlichsten Gleichungen für Bewegungen mit konstanter Beschleunigung. Wir leiten jetzt die vierte Gleichung her, die in Situationen nützlich ist, in denen die Zeit t nicht bekannt ist. Wir beginnen mit Gleichung 2.7 und ersetzen in v aus Gleichung 2.8:

$$x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t.$$

Dann lösen wir Gleichung 2.6 nach t auf und erhalten

$$t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Wenn wir dies in die obige Gleichung einsetzen, ergibt sich

$$x = x_0 + \frac{v + v_0}{2} \cdot \frac{v - v_0}{a} = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Wir lösen diese Gleichung nach v^2 auf und erhalten

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0). \quad [\text{konstante Beschleunigung}] \quad (2.10)$$

**v im Verhältnis zu a und x
(a = konstant)**

Dies ist die brauchbare Gleichung, die wir gesucht haben.

Jetzt haben wir vier Gleichungen bezüglich Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit, wenn die Beschleunigung a konstant ist. Wir haben sie hier für die weitere Verwendung zusammengestellt:

$$v = v_0 + at \quad a = [\text{konstant}] \quad (2.11a)$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad a = [\text{konstant}] \quad (2.11b)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad a = [\text{konstant}] \quad (2.11c)$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \quad a = [\text{konstant}] \quad (2.11d)$$

**Kinematische Gleichungen für
konstante Beschleunigung
(die wir häufig benutzen werden)**

Diese Gleichungen sind nur gültig, wenn a konstant ist. In vielen Fällen können wir $x_0 = 0$ setzen, was die obigen Gleichungen vereinfacht. Beachten Sie, dass x den Ort, nicht den Weg, angibt und $x - x_0$ den Weg darstellt.

2.6 Problemlösungen

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit einigen weiter ausgearbeiteten Beispielen von Massenpunkten, die sich mit konstanter Beschleunigung bewegen. Zunächst wollen wir erörtern, wie man generell an eine Problemlösung herangeht. Wichtig ist festzustellen, dass die Physik *keine* Sammlung von Gleichungen ist, die man auswendig lernen muss. Anstatt die sehr nützlichen Gleichungen 2.11a–2.11d auswendig zu lernen, ist es in der Tat besser zu verstehen, wie man sie aus den Definitionen von Geschwindigkeit und Beschleunigung herleitet, wie wir dies oben getan haben. Die einfache Suche nach einer Gleichung, die passen könnte, kann verheerend sein und zu einem falschen Ergebnis führen. Ganz sicher hilft sie nicht dabei, Physik zu verstehen. Eine bessere Herangehensweise an das Lösen von Problemen ist die Verwendung des folgenden (grob umrissenen) Verfahrens, das wir in einem speziellen „Kasten“ aufgeführt haben:



Beispiel 2.6 Beschleunigung eines Autos

Wie lange braucht ein Auto, um über eine 30,0 m breite Kreuzung zu fahren, nachdem die Ampel auf Grün geschaltet hat, wenn das Auto aus dem Stillstand mit konstanten $2,00 \text{ m/s}^2$ beschleunigt?

Lösung

Zunächst fertigen wir eine Skizze an, ► [Abbildung 2.14](#). Dann machen wir eine Tabelle, die am Rand abgebildet ist und wählen $x_0 = 0$. Wir nehmen an, dass sich das Auto an der positiven x -Achse nach rechts bewegt, und beachten, dass „Starten bei Stillstand“ bedeutet, dass $v = 0$ bei $t = 0$ ist. Das bedeutet, dass $v_0 = 0$ ist. Da a konstant ist, können wir die Gleichungen 2.11a bis 2.11d benutzen. Die Gleichung 2.11b passt perfekt, da die einzige unbekannte Größe t ist und wir diese Größe suchen. Wenn wir $v_0 = 0$ und $x_0 = 0$ setzen, können wir die Gleichung 2.11b, $s = \frac{1}{2}at^2$, nach t auflösen:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30,0 \text{ m}}{2,00 \text{ m/s}^2}} = 5,48 \text{ s}.$$

Wir können die Plausibilität unserer Antwort durch Berechnen der Endgeschwindigkeit v überprüfen: $v = at = 2,00 \text{ m/s}^2 \cdot 5,48 \text{ s} = 10,96 \text{ m/s}$, dann erhalten wir $x = x_0 + \bar{v}t = 0 + \frac{1}{2}(10,96 \text{ m/s} + 0) \cdot 5,48 \text{ s} = 30,0 \text{ m}$ heraus und das ist der zurückgelegte Weg s .

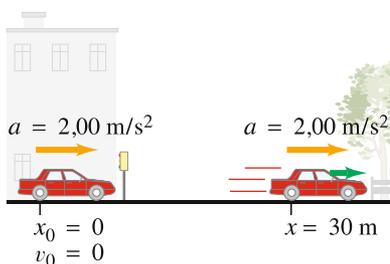


Abbildung 2.14 Beispiel 2.6.

Bekannt	Gesucht
$x_0 = 0$	t
$s = x = 30,0 \text{ m}$	
$a = 2,00 \text{ m/s}^2$	
$v_0 = 0$	

Problemlösung

- 1 **Lesen** Sie die gesamte Aufgabenstellung *zweimal* sorgfältig durch, bevor Sie versuchen, die Lösung zu finden.
- 2 **Zeichnen** Sie eine **Kurve** oder eine Skizze von der Aufgabenstellung, wenn möglich, mit Koordinatenachsen. [Sie können den Koordinatenursprung und die Achsen nach Belieben so positionieren, dass ihre Berechnungen einfacher werden. Sie wählen auch, welche Richtung positiv und welche negativ ist. Normalerweise wählen wir die x-Achse nach rechts als positiv, aber Sie könnten positiv auch nach links wählen.]
- 3 **Schreiben** Sie **auf**, welche Größen „bekannt“ oder „gegeben“ sind und was Sie wissen *wollen*.
- 4 Denken Sie darüber nach, welche Grundsätze der Physik auf diese Aufgabenstellung zutreffen. Planen Sie dann die Herangehensweise:
- 5 Überlegen Sie, welche Gleichungen (und/oder Definitionen) sich auf die jeweiligen Größen beziehen. Stellen Sie vor der Anwendung von Gleichungen sicher, dass ihr **Gültigkeitsbereich** Ihre Aufgabenstellung mit einschließt (die **Gleichungen 2.11** sind z. B. nur gültig, wenn die Beschleunigung konstant ist). Wenn Sie eine passende Gleichung finden, die nur bekannte Größen und eine gewünschte unbekannte Größe enthält, **lösen** Sie die Gleichung algebraisch nach der unbekanntem Größe **auf**. In vielen Beispielen sind möglicherweise mehrere aufeinanderfolgende Rechenvorgänge oder eine Kombination von Gleichungen erforderlich. Häufig ist es von Vorteil, nach der gewünschten unbekanntem Größe algebraisch aufzulösen, bevor numerische Werte eingesetzt werden.
- 6 Führen Sie die **Berechnung** durch, wenn es sich um eine numerische Aufgabenstellung handelt. Behalten Sie während der Rechenvorgänge eine oder zwei Extraziffern, aber runden Sie die endgültigen Antworten auf die richtige Anzahl signifikanter Zahlen auf oder ab (**Abschnitt 1.3**).
- 7 Denken Sie sorgfältig über das erhaltene Ergebnis nach: Ist es **plausibel**? Macht es nach Ihrem eigenen Empfinden und Ihrer eigenen Erfahrung Sinn? Ein gutes Prüfungsverfahren ist eine grobe Abschätzung, bei der nur Zehnerpotenzen verwendet werden, wie in **Abschnitt 1.5** erörtert. Häufig ist es besser, zu *Beginn* einer Rechenaufgabe eine grobe Abschätzung durchzuführen, da dies helfen kann, die Aufmerksamkeit auf das Finden eines Lösungsweges zu lenken.
- 8 Ein sehr wichtiger Aspekt bei der Bearbeitung von Aufgaben ist, auf die **Einheiten** zu achten. Ein Gleichheitszeichen bedeutet, dass die Einheiten, wie auch die Zahlen, auf beiden Seiten gleich sein müssen. Wenn die Einheiten sich nicht ausgleichen, wurde ein Fehler gemacht. Dies kann zur **Überprüfung** Ihrer Lösung dienen (es zeigt Ihnen allerdings nur an, dass Sie einen Fehler gemacht haben, nicht, dass Sie richtig gerechnet haben). Und: benutzen Sie immer einen einheitlichen Satz Einheiten, möglichst die SI-Einheiten.

2.7 Der freie Fall

Eine der häufigsten Anwendungen für die gleichförmig beschleunigte Bewegung ist das Beispiel eines Massenpunktes, der nahe dem Erdboden im freien Fall fällt. Zunächst erscheint es nicht offensichtlich, dass ein fallender Massenpunkt eine Beschleunigung erfährt. Bis zu Galilei (► **Abbildung 2.15**) Zeit wurde angenommen, dass schwere Körper schneller fallen als leichte und dass die Fallgeschwindigkeit proportional zum Gewicht des Körpers ist. Dies ist aber falsch!

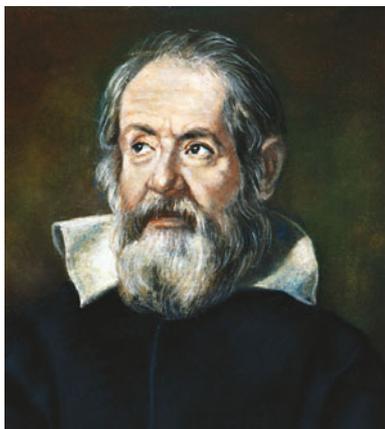


Abbildung 2.15 Galileo Galilei (1564–1642).

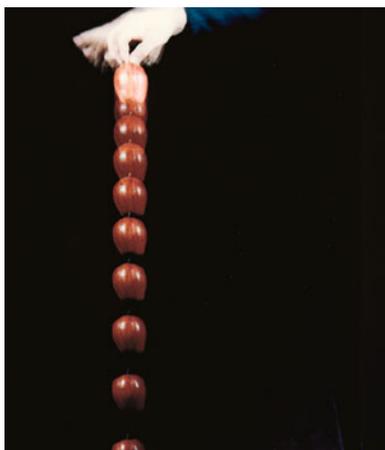


Abbildung 2.16 Mehrfach belichtete Blitzlichtaufnahme eines fallenden Apfels, der in gleichen Zeitintervallen fotografiert wurde. Beachten Sie, dass der Apfel in jedem folgenden Zeitintervall weiter fällt, was bedeutet, dass er eine Beschleunigung erfährt.



Abbildung 2.17 (a) Ein Ball und ein leichtes Stück Papier werden gleichzeitig fallen gelassen. (b) Wiederholung mit zusammengeknülltem Papier.

Galileis Analyse machte Gebrauch von seiner neuen und kreativen Methode, sich vorzustellen, was in idealisierten (vereinfachten) Fällen passieren würde. Für den freien Fall vertrat er die These, dass alle Körper ohne Luft- oder anderen Widerstand mit *derselben konstanten Beschleunigung* fallen würden. Er zeigte, dass diese These vorhersagt, dass bei einem Körper, der aus dem Stillstand fällt, der zurückgelegte Weg y proportional zum Quadrat der Zeit sein wird (► [Abbildung 2.16](#)), d. h. y proportional t^2 .

Um seine Behauptung, dass die Geschwindigkeit von fallenden Körpern während des Falls zunimmt, zu unterstützen, benutzte Galilei ein kluges Argument: ein schwerer Stein, der aus einer Höhe von 2 m fallen gelassen wird, drückt einen Pfahl wesentlich weiter in den Erdboden als derselbe Stein, der nur aus einer Höhe von 0,2 m fallen gelassen wird. Offensichtlich muss sich der Stein schneller bewegt haben, als er aus einer größeren Höhe fiel.

Wie wir sehen, hat Galilei auch behauptet, dass *alle* Körper, leicht oder schwer, mit *derselben* Beschleunigung fallen, zumindest beim Nichtvorhandensein von Luft. Wenn man ein Stück Papier waagrecht in einer Hand hält und ein schwererer Körper – z. B. einen Baseball – in der anderen und beide gleichzeitig loslässt, wie in ► [Abbildung 2.17a](#), erreicht der schwerere Körper zuerst den Boden. Wenn man aber das Experiment wiederholt, jetzt aber das Papier zu einem kleinen Papierknäuel zusammenknüllt (siehe ► [Abbildung 2.17b](#)), sieht man, dass die beiden Körper fast gleichzeitig den Boden erreichen.

Galilei war sicher, dass Luft bei sehr leichten Körpern mit großer Oberfläche wie ein Widerstand wirkt. Unter vielen normalen Bedingungen kann dieser Luftwiderstand allerdings vernachlässigt werden. In einer Kammer, aus der die Luft abgepumpt wurde, fallen auch leichte Körper wie eine Feder oder ein waagrecht gehaltenes Stück Papier mit derselben Beschleunigung wie jeder andere Körper (siehe ► [Abbildung 2.18](#)). Eine solche Demonstration in einem Vakuum war zu Galileis Zeit natürlich nicht möglich, was Galileis Leistung nur größer macht. Galilei wird häufig als der „Vater der modernen Wissenschaft“ bezeichnet, und zwar nicht nur bezüglich des Inhalts seiner Wissenschaft (astronomische Entdeckungen, Trägheit, freier Fall), sondern auch wegen seiner Herangehensweise an die Wissenschaft (Idealisierung und Vereinfachung, Mathematisierung der Theorie, Theorien, die prüfbare Auswirkungen haben, Experimente, um theoretische Vorhersagen zu prüfen).

Galileis spezieller Beitrag zu unserem Verständnis der Bewegung von fallenden Körpern kann wie folgt zusammengefasst werden:

An einem festen Ort auf der Erde und ohne Vorhandensein von Luftwiderstand fallen alle Körper mit derselben konstanten Beschleunigung.

Wir nennen diese Beschleunigung **Fallbeschleunigung** (Erdbeschleunigung, Gravitationsbeschleunigung) und geben ihr das Symbol g . Sie beträgt ungefähr

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 .$$

Tatsächlich schwankt g leicht je nach Breitengrad und Höhe über dem Meeresspiegel, aber diese Schwankungen sind so minimal, dass wir sie in den meisten Fällen ignorieren werden. Die Auswirkungen des Luftwiderstandes sind häufig gering, so dass wir sie zunächst vernachlässigen werden.

Der Luftwiderstand wird allerdings selbst bei einem recht schweren Körper wahrnehmbar, wenn die Geschwindigkeit groß wird.¹ Die Fallbeschleunigung ist ein Vektor, wie jede Beschleunigung, und sie ist nach unten auf den Erdmittelpunkt hin gerichtet.

Bei der Behandlung von frei fallenden Körpern können wir die Gleichungen 2.11 verwenden, in denen wir für a den oben angegebenen Wert von g verwenden. Da die Bewegung vertikal ist, werden wir außerdem x durch y und x_0 durch y_0 ersetzen. Wenn nichts anderes angegeben ist, nehmen wir $y_0 = 0$ an. *Es spielt zunächst keine Rolle, ob wir y als positiv nach oben oder nach unten wählen. Wir müssen die getroffene Wahl aber während einer Problemlösung konsequent anwenden.*

Beispiel 2.7 Freier Fall von einem Turm

Nehmen wir an, dass ein Ball von einem 70,0 m hohen Turm fallen gelassen wird. Wie weit wird er nach 1,00 s, 2,00 s und 3,00 s gefallen sein? Nehmen wir an, dass y positiv nach unten verläuft. Den Luftwiderstand vernachlässigen wir.

Lösung

Die Beschleunigung ist gegeben, $a = g = +9,81 \text{ m/s}^2$. Sie ist positiv, da wir abwärts als positiv gewählt haben. Da wir den Fallweg bei gegebener Zeit t bestimmen möchten, ist die Gleichung 2.11b die richtige mit $v_0 = 0$ und $y_0 = 0$. Dann ist der Weg des Balls nach 1,00 s

$$y_1 = s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,00 \text{ s}^2 = 4,91 \text{ m},$$

so dass der Ball nach 1,00 s einen Weg von 4,91 m gefallen ist. Ebenso nach 2,00 s

$$y_2 = s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,00 \text{ s}^2 = 19,62 \text{ m},$$

und nach 3,00 s

$$y_3 = s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 3,00 \text{ s}^2 = 44,15 \text{ m}.$$

Beispiel 2.8 Ein hochgeworfener Ball

Eine Person wirft einen Ball mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 15,0 m/s nach oben in die Luft. Berechnen Sie, (a) wie hoch der Ball fliegt, und (b) wie lange der Ball in der Luft ist, bevor er in die Hand zurückfällt. Das Werfen als solches interessiert hier nicht, wir befassen uns nur mit der Bewegung des Balls, nachdem er die Hand des Werfers verlassen hat (► Abbildung 2.20).

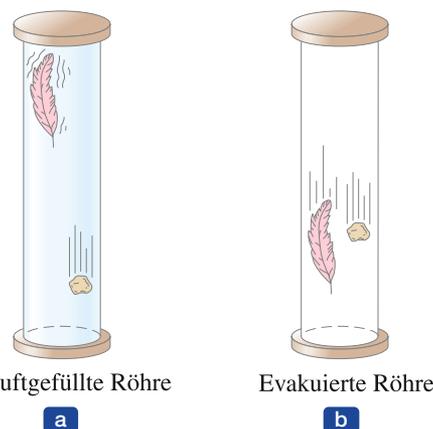


Abbildung 2.18 Ein Stein und eine Feder werden gleichzeitig fallen gelassen (a) in Luft, (b) in einem Vakuum.

Fallbeschleunigung

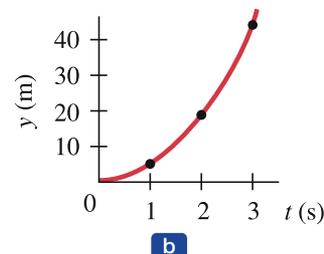
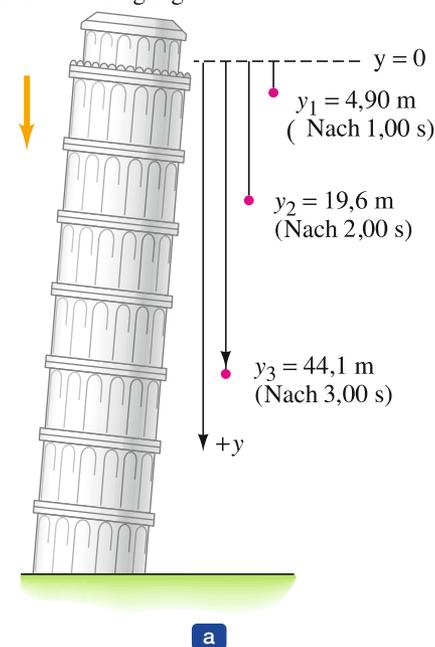


Abbildung 2.19 Beispiel 2.7. (a) Ein Körper (Massenpunkt), der von einem Turm fallen gelassen wird, fällt mit linear ansteigender Geschwindigkeit und legt in jeder aufeinanderfolgenden Sekunde einen größeren Weg zurück. (siehe auch Abbildung 2.16). (b) Zeit-Weg-Kurve.

¹ Die Geschwindigkeit eines in Luft fallenden Körpers nimmt nicht unbegrenzt zu. Wenn der Körper weit genug fällt, erreicht er eine maximale Geschwindigkeit, die die **Endgeschwindigkeit** genannt wird.

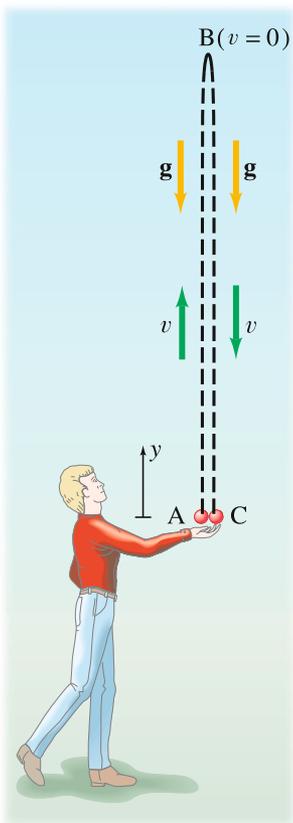


Abbildung 2.20 Ein Ball (Massenpunkt), der in die Luft geworfen wird, verlässt bei A die Hand der Werfers, erreicht bei B seine maximale Höhe und kehrt bei C zu seiner Ausgangshöhe zurück (vgl. Beispiele 2.8 und 2.9).

Lösung

Wählen wir y als positiv aufwärts und negativ abwärts. (Achtung: Es gibt hier einen Definitionsunterschied zu Beispiel 2.7.) Dann hat die Fallbeschleunigung ein negatives Vorzeichen, $a = -9,81 \text{ m/s}^2$. Beachten Sie, dass die Geschwindigkeit des Balls, wenn er hochfliegt, abnimmt, bis der Ball den höchsten Punkt erreicht (B in Abbildung 2.20), an dem seine Geschwindigkeit für einen Moment null ist. Dann fällt er mit zunehmender Geschwindigkeit nach unten.

- a** Zur Bestimmung der maximalen Höhe berechnen wir den Ort des Balls, wenn seine Geschwindigkeit null ist ($v = 0$ am höchsten Punkt). Bei $t = 0$ (Punkt A in Abbildung 2.20) ist $y_0 = 0$, $v_0 = 15,0 \text{ m/s}$ und $a = -9,81 \text{ m/s}^2$. Zum Zeitpunkt t (maximale Höhe) ist $v = 0$, $a = -9,81 \text{ m/s}^2$, und wir möchten y ermitteln. Wir wenden die Gleichung 2.11c an (und ersetzen x durch y) und lösen nach y auf:

$$v^2 = v_0^2 + 2ay$$

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (15,0 \text{ m/s})^2}{2(-9,81 \text{ m/s}^2)} = 11,5 \text{ m}.$$

Der Ball erreicht eine Höhe von 11,5 m über der Hand.

- b** Jetzt müssen wir berechnen, wie lange der Ball in der Luft ist, bevor er in die Hand zurückfällt. Wir könnten diese Rechnung in zwei Teilen durchführen und zuerst die Zeit ermitteln, die der Ball benötigt, bis er seinen höchsten Punkt erreicht hat, und dann die Zeit berechnen, die er braucht, um wieder zurückzufallen. Es ist allerdings einfacher, die Bewegung von A nach B nach C (Abbildung 2.20) in einem Schritt zu betrachten und die Gleichung 2.11b zu benutzen. Dies können wir tun, da y (oder x) den Ort darstellt und nicht den zurückgelegten Gesamtweg. So ist an den beiden Punkten A und C jeweils $y = 0$. Wir verwenden die Gleichung 2.11b mit $a = -9,81 \text{ m/s}^2$ und erhalten

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$0 = 15,0 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} (-9,81 \text{ m/s}^2) \cdot t^2.$$

In dieser Gleichung können wir ein t ausklammern und erhalten dann

$$(15,0 \text{ m/s} - 4,91 \text{ m/s}^2 \cdot t) t = 0.$$

Es gibt zwei Lösungen:

$$t = 0 \text{ s} \quad \text{und} \quad t = \frac{15,0 \text{ m/s}}{4,91 \text{ m/s}^2} = 3,06 \text{ s}.$$

Die erste Lösung ($t = 0 \text{ s}$) entspricht dem Anfangspunkt A in Abbildung 2.20, an dem der Ball zuerst geworfen wurde und $y = 0 \text{ m}$ war. Die zweite Lösung, $t = 3,06 \text{ s}$, entspricht dem Punkt C, an dem der Ball zu $y = 0 \text{ m}$ zurückgekehrt ist. Somit ist der Ball 3,06 s lang in der Luft.

Beispiel 2.9 · Begriffsbildung**Zwei weitverbreitete falsche Annahmen**

Erklären Sie den Fehler in diesen beiden weitverbreiteten falschen Annahmen: (1) Beschleunigung und Geschwindigkeit verlaufen immer in derselben Richtung und (2) ein in die Höhe geworfener Körper hat im höchsten Punkt (B in [Abbildung 2.20](#)) die Beschleunigung null.

Lösung

Beide sind falsch. (1) Geschwindigkeit und Beschleunigung verlaufen *nicht* zwangsläufig in derselben Richtung. Wenn ein Ball nach unten fällt, haben seine Geschwindigkeit und seine Beschleunigung dieselbe Richtung. Aber wenn ein Ball nach oben geworfen wird, wie in [Beispiel 2.8](#), ist seine Geschwindigkeit aufwärts gerichtet, während seine Beschleunigung abwärts in die entgegengesetzte Richtung verläuft. (2) Im höchsten Punkt (B in [Abbildung 2.20](#)) hat der Ball für einen Moment die Geschwindigkeit null. Ist die Beschleunigung in diesem Punkt ebenfalls null? Nein. Die Schwerkraft wirkt auch hier, deshalb ist $a = -g = -9,81 \text{ m/s}^2$. Der Gedanke, dass $a = 0$ im Punkt B ist, würde zu der Schlussfolgerung führen, dass der Ball bei Erreichen von Punkt B schweben würde. Denn wenn die Beschleunigung (= die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit) null wäre, würde die Geschwindigkeit null bleiben und der Ball könnte dort oben bleiben, ohne herunterzufallen.

Achtung: Geschwindigkeit und Beschleunigung haben nicht immer dieselbe Richtung.

Achtung: $a \neq 0$ selbst im höchsten Punkt einer Flugbahn

Die Beschleunigung eines Körpers, insbesondere von Raketen und schnellen Flugzeugen, wird häufig als ein Vielfaches von $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ angegeben. Ein Flugzeug z. B., das aus einem Sturzflug herauskommt und mit $3,00 g$ fliegt, hätte eine Beschleunigung von $3,00 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 29,4 \text{ m/s}^2$.



Beispiel

ZUSAMMENFASSUNG

Die Zusammenfassung, die am Ende jedes Kapitels in diesem Buch erscheint, gibt einen kurzen Überblick über die Hauptthemen des Kapitels. Die Zusammenfassung *kann nicht* zum Verstehen des Stoffes dienen. Dafür ist ein genaues Durchlesen des Kapitels unerlässlich.

Die **Kinematik** befasst sich mit der Beschreibung der Bewegung von Körpern. Die Beschreibung der Bewegung von Körpern muss stets in Bezug auf ein spezielles **Bezugssystem** erfolgen.

Der **Weg** eines Körpers ist die Änderung im Ort des Körpers.

Die **Mittlere Geschwindigkeit** (Durchschnittsgeschwindigkeit) ist der Quotient aus dem zurückgelegten Weg und der verstrichenen Zeit. Die **Durchschnitts-**

geschwindigkeit eines Körpers über ein bestimmtes Zeitintervall Δt ist der Quotient aus dem Weg Δs und Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Die **Momentangeschwindigkeit** ist die Durchschnittsgeschwindigkeit eines unendlich kurzen Zeitintervalls (Δt darf gegen null gehen):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dt}$$

wobei dx/dt die Ableitung von x nach t ist.

Die Steigung in einem Punkt einer Zeit-Weg-Kurve ist gleich der Momentangeschwindigkeit.

Beschleunigung ist die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit. Die **Durchschnittsbeschleunigung** eines Körpers über ein Zeitintervall Δt beträgt

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

wobei Δv die Änderung der Geschwindigkeit während des Zeitintervalls Δt ist.

Die **Momentanbeschleunigung** ist die durchschnittliche Beschleunigung über ein unendlich kurzes Zeitintervall:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Wenn ein Körper sich mit konstanter Geschwindigkeit auf

einer Geraden bewegt, stehen die Geschwindigkeit v und der Ort x in Beziehung zu der Beschleunigung a , der verstrichenen Zeit t , dem Ausgangsort x_0 und der Anfangsgeschwindigkeit v_0 , siehe **Gleichungen 2.11a–2.11d**:

$$v = v_0 + at, \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0), \quad \bar{v} = \frac{v + v_0}{2}.$$

Körper, die sich nahe der Erdoberfläche vertikal bewegen, sei es, dass sie frei fallen oder senkrecht nach oben oder unten geworfen werden, bewegen sich mit konstanter nach unten gerichteter **Fallbeschleunigung** mit einem Betrag von ca. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann.

Verständnisfragen

- Misst der Tacho eines Autos die Geschwindigkeit als Vektor, als skalare Größe oder beides?
- Kann ein Körper eine variierende skalare Geschwindigkeit haben, wenn seine vektorielle Geschwindigkeit konstant ist? Wenn ja, führen Sie Beispiele an.
- Unterscheidet sich die Durchschnittsgeschwindigkeit eines Körpers während eines beliebigen Zeitintervalls von seiner Momentangeschwindigkeit, wenn sich dieser Körper mit konstanter Geschwindigkeit bewegt?
- Ist es bei einem Dragsterrennen möglich, dass das Auto mit der höchsten erreichten Geschwindigkeit das Rennen verliert? Erklären Sie warum.
- Wenn ein Körper eine höhere Geschwindigkeit als ein zweiter Körper hat, hat der erste Körper dann auch zwangsläufig eine größere Beschleunigung? Erklären Sie und geben Sie Beispiele.
- Vergleichen Sie die Beschleunigung eines Motorrades, das von 80 km/h auf 90 km/h beschleunigt, mit der Beschleunigung eines Fahrrades, das in derselben Zeit von null auf 10 km/h beschleunigt.
- Kann ein Körper eine nach Norden gerichtete Geschwindigkeit und eine nach Süden gerichtete Beschleunigung haben? Erklären Sie warum.
- Kann die Geschwindigkeit eines Körpers negativ sein, wenn seine Beschleunigung positiv ist? Gilt auch die Umkehrung?
- Geben Sie ein Beispiel, in dem sowohl die Geschwindigkeit, als auch die Beschleunigung negativ sind.
- Zwei Autos fahren nebeneinander aus einem Tunnel heraus. Auto A fährt mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h und hat eine Beschleunigung von 40 km/h/min. Auto B fährt mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h und einer Beschleunigung von 60 km/h/min. Welches Auto überholt das andere beim Herausfahren aus dem Tunnel? Erklären Sie Ihren Gedankengang.
- Kann die Geschwindigkeit eines Körpers zunehmen, während seine Beschleunigung abnimmt? Wenn ja, geben Sie ein Beispiel. Wenn nicht, erklären Sie dies.
- Ein Körper, der senkrecht nach oben geworfen wird, kehrt mit derselben Geschwindigkeit, die er zu Anfang hatte, in seine Ausgangsposition zurück, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann. Ändert sich das Ergebnis, wenn der Luftwiderstand berücksichtigt wird, und wenn ja, wie? [*Hinweis*: Die auf Luftwiderstand zurückzuführende Beschleunigung verläuft immer in der entgegengesetzten Richtung zur Bewegung.]

- 13** Wie verändert sich die Fallbeschleunigung eines frei fallenden Körpers, während der Körper schneller wird? Nimmt die Fallbeschleunigung zu, nimmt sie ab, oder bleibt sie gleich?
- 14** Wie würden Sie die maximale Höhe abschätzen, die Sie einen Ball senkrecht nach oben werfen könnten? Wie würden Sie die maximale Geschwindigkeit abschätzen, die Sie dem Ball geben könnten?
- 15** Ein Stein wird mit der Geschwindigkeit v vom Rand einer Klippe nach oben geworfen. Ein zweiter Stein wird mit derselben Anfangsgeschwindigkeit senkrecht nach unten geworfen. Welcher Stein hat bei Erreichen des unteren Endes der Klippe die größere Geschwindigkeit? Lassen Sie die Auswirkung des Luftwiderstandes außer Acht.
- 16** Sie fahren in einem Auto mit einer konstanten Geschwindigkeit von 70 km/h von Punkt A nach Punkt B. Dann fahren Sie dieselbe Entfernung nach Punkt C, und zwar mit einer konstanten Geschwindigkeit von 90 km/h. Beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Fahrt von A nach C 80 km/h? Erklären Sie, warum oder warum nicht.
- 17** Beschreiben Sie in Worten die Bewegung, die in ► [Abbildung 2.21](#) mit der Zeit-Weg- und Zeit-Geschwindigkeit-Kurve dargestellt ist. [*Hinweis*: Versu-

chen Sie zunächst, die aufgezeichnete Bewegung durch Abschreiten oder Handbewegung nachzuahmen.]

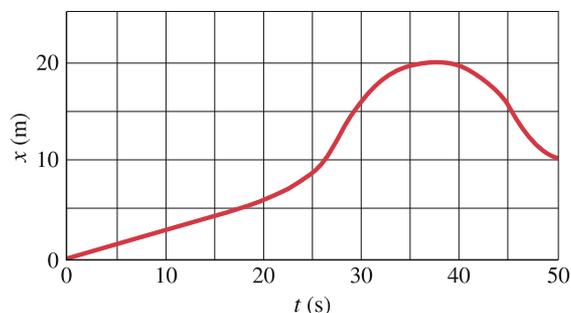


Abbildung 2.21 Frage 17, Aufgaben 8 und 9.

- 18** Beschreiben Sie in Worten die Bewegung des Körpers, dessen Kurve in ► [Abbildung 2.22](#) abgebildet ist.

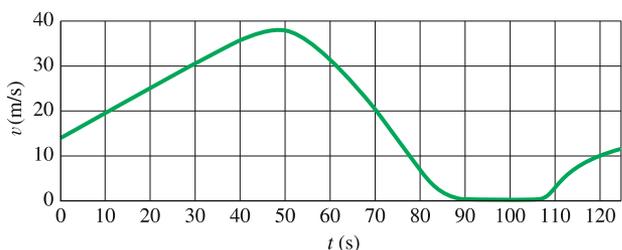
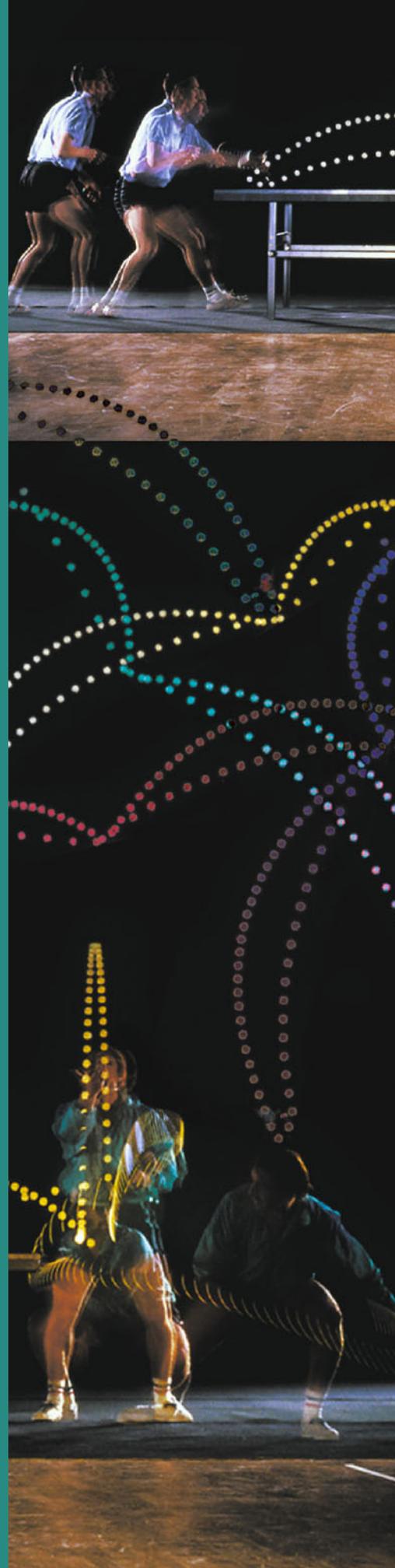


Abbildung 2.22 Frage 18 und Aufgabe 14.

Kapitel 3

Kinematik in zwei Raumrichtungen; Vektoren

Diese mehrfach belichtete Aufnahme eines Tischtennisballs zeigt eine Bewegung in zwei Raumrichtungen. Die Flugbahnen des Tischtennisballs sind Parabeln, die eine „Wurfbewegung“ darstellen. Galilei analysierte die Wurfbewegung in ihren horizontalen und vertikalen Komponenten unter der Einwirkung der Schwerkraft. Wir werden erörtern, wie Vektoren zu behandeln und zu addieren sind. Neben der Untersuchung von Wurfbewegungen werden wir außerdem gleichförmige Kreisbewegungen analysieren und untersuchen, wie man mit Relativgeschwindigkeiten arbeitet.



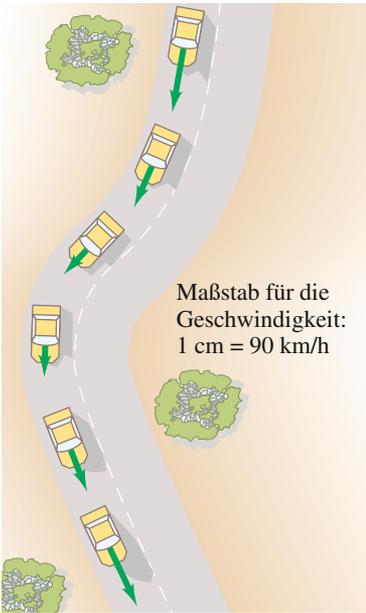


Abbildung 3.1 Ein Auto fährt auf einer Straße. Die grünen Pfeile stellen den Geschwindigkeitsvektor in jeder Position dar.

Vektorsymbole

In Kapitel 2 haben wir uns mit Bewegungen entlang einer Geraden befasst. Jetzt betrachten wir die Beschreibung der Bewegung von Körpern, die sich auf Bahnen in zwei (oder drei) Raumrichtungen bewegen. Dafür müssen wir uns zunächst mit Vektoren und ihrer Addition beschäftigen. Anschließend werden wir die Beschreibung von Bewegung im Allgemeinen untersuchen und uns danach mit einigen interessanten Anwendungen beschäftigen, einschließlich der Bewegung von Geschossen nahe der Erdoberfläche und von Körpern, die gezwungen sind, sich entlang eines Kreises zu bewegen.

3.1 Vektoren und Skalare

In Kapitel 2 haben wir darauf hingewiesen, dass sich der Begriff *Geschwindigkeit* nicht nur darauf bezieht, wie schnell sich etwas bewegt, sondern auch, in welche Richtung. Eine Größe wie die Geschwindigkeit, die sowohl *Richtung* als auch *Betrag* besitzt, ist eine **Vektorgröße**. Andere Größen, die auch Vektoren sind, sind Verschiebung, Kraft und Impuls. Viele Größen wie z. B. Masse, Zeit und Temperatur haben allerdings keine mit ihnen in Zusammenhang stehende Richtung. Sie sind allein durch zugewiesene Zahlen und Einheiten gekennzeichnet. Solche Größen heißen **Skalare**.

In der Physik ist es immer hilfreich, von einer bestimmten physikalischen Aufgabenstellung eine Zeichnung anzufertigen. Dies gilt insbesondere, wenn man es mit Vektoren zu tun hat. In einer Zeichnung wird jeder Vektor durch einen Pfeil dargestellt. Der Pfeil wird immer so gezeichnet, dass er in die Richtung der Vektorgröße zeigt, die er darstellt. Die Länge des Pfeils wird proportional zum Betrag der Vektorgröße gezeichnet. In ► **Abbildung 3.1** z. B. wurden Pfeile gezeichnet, die die Geschwindigkeit eines Autos an verschiedenen Punkten beim Durchfahren einer Kurve darstellen. Der Betrag der Geschwindigkeit in jedem Punkt kann aus dieser Abbildung abgelesen werden, indem man unter Verwendung des angegebenen Maßstabes ($1 \text{ cm} = 90 \text{ km/h}$) die Länge des jeweiligen Pfeils misst.

Wenn wir das Symbol für einen Vektor schreiben, benutzen wir einen Pfeil über dem Symbol (z. B. \vec{v} für Geschwindigkeit), manchmal aber auch Fettdruck (z. B. \mathbf{v}). Wenn wir uns nur mit dem Betrag des Vektors befassen, schreiben wir einfach v in Kursivschrift.

3.2 Vektoraddition – Grafische Methoden

Da Vektoren Größen sind, die sowohl eine Richtung als auch einen Betrag besitzen, müssen sie auf besondere Weise addiert werden. In diesem Kapitel werden wir uns hauptsächlich mit Ortsvektoren befassen, für die wir jetzt das Symbol \vec{s} benutzen, sowie mit Geschwindigkeitsvektoren \vec{v} . Die Ergebnisse gelten jedoch auch für andere Vektoren, die uns später begegnen werden.

Für das Addieren von Skalaren verwenden wir die einfache Arithmetik. Die einfache Arithmetik kann auch für die Addition von Vektoren benutzt werden, wenn sie dieselbe Richtung haben. Wenn eine Person z. B. an einem Tag 8 km nach Osten geht und am nächsten Tag 6 km nach Osten,

befindet sich die Person $8\text{ km} + 6\text{ km} = 14\text{ km}$ vom Ausgangspunkt entfernt. Wir sagen, dass der *resultierende Weg* 14 km nach Osten beträgt (► **Abbildung 3.2a**). Wenn andererseits die Person am ersten Tag 8 km nach Osten geht und am zweiten Tag 6 km nach Westen (in die entgegengesetzte Richtung), dann befindet sich die Person schließlich 2 km vom Ausgangspunkt entfernt (► **Abbildung 3.2b**), so dass der resultierende Weg 2 km nach Osten beträgt. In diesem Fall erhält man den resultierenden Weg durch Subtraktion: $8\text{ km} - 6\text{ km} = 2\text{ km}$.

Einfache Arithmetik kann jedoch nicht benutzt werden, wenn die beiden Vektoren *nicht* entlang derselben Geraden verlaufen. Nehmen wir z. B. an, eine Person geht 10 km nach Osten und dann 5 km nach Norden. Diese Wege können in einem Graphen dargestellt werden, in dem die positive y -Achse nach Norden und die positive x -Achse nach Osten zeigt (► **Abbildung 3.3**). In diesem Graphen zeichnen wir einen Pfeil, \vec{s}_1 , um den Ortsvektor des Weges von $10,0\text{ km}$ nach Osten darzustellen. Dann zeichnen wir einen zweiten Pfeil, \vec{s}_2 , um den Weg von $5,0\text{ km}$ nach Norden darzustellen. Beide Vektoren werden maßstabsgerecht gezeichnet, wie in **Abbildung 3.3**.

Nach diesem Spaziergang befindet sich die Person jetzt $10,0\text{ km}$ östlich und $5,0\text{ km}$ nördlich vom Ausgangspunkt entfernt. Der **resultierende Weg** ist durch den Pfeil mit der Bezeichnung \vec{s}_R in **Abbildung 3.3** dargestellt. Mit einem Lineal und einem Winkelmesser können Sie in dieser Zeichnung messen, dass die Person sich $11,2\text{ km}$ vom Ausgangspunkt in einem Winkel von 27° in nordöstlicher Richtung befindet. Mit anderen Worten, der resultierende Weg hat einen Betrag von $11,2\text{ km}$ und bildet mit der positiven x -Achse einen Winkel von $\theta = 27^\circ$. Der Betrag (die Länge) von \vec{s}_R kann in diesem Fall auch mithilfe des Satzes des Pythagoras ermittelt werden, da \vec{s}_1 , \vec{s}_2 und \vec{s}_R ein rechtwinkliges Dreieck mit \vec{s}_R als Hypotenuse bilden. Somit gilt

$$s_R = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{(10,0\text{ km})^2 + (5,0\text{ km})^2} = \sqrt{125\text{ km}^2} = 11,2\text{ km} .$$

Man kann den Satz des Pythagoras nur verwenden, wenn die Vektoren *senkrecht* zueinander stehen.

Der resultierende Weg \vec{s}_R ist die Summe der Vektoren \vec{s}_1 und \vec{s}_2 . Das heißt

$$\vec{s}_R = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 .$$

Dies ist eine *Vektorgleichung*. Ein wichtiges Merkmal bei der Addition zweier Vektoren, die nicht entlang derselben Geraden verlaufen, ist die Tatsache, dass der Betrag des resultierenden Vektors nicht mit der Summe der Beträge der beiden einzelnen Vektoren identisch, sondern kleiner ist als ihre Summe:

$$s_R < s_1 + s_2 . \text{ [Vektoren verlaufen nicht entlang derselben Geraden]}$$

In unserem Beispiel (**Abbildung 3.3**) ist $s_R = 11,2\text{ km}$, während $s_1 + s_2 = 15\text{ km}$ sind. In der Regel sind wir nicht an $s_1 + s_2$ interessiert. Uns interessiert vielmehr die *Vektorsumme* der beiden Vektoren und ihr Betrag s_R . Beachten Sie auch, dass wir \vec{s}_R nicht gleich $11,2\text{ km}$ setzen können, weil es sich um eine Vektorgleichung handelt und $11,2\text{ km}$ nur ein Teil des resultierenden Vektors, nämlich sein Betrag, ist. Wir könnten allerdings alternativ für \vec{s}_R schreiben: $\vec{s}_R = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 = (11,2\text{ km}, 27^\circ\text{ NO})$.

Abbildung 3.3 veranschaulicht die allgemeinen Regeln für die grafische Addition zweier Vektoren, um ihre Vektorsumme zu erhalten, unabhängig

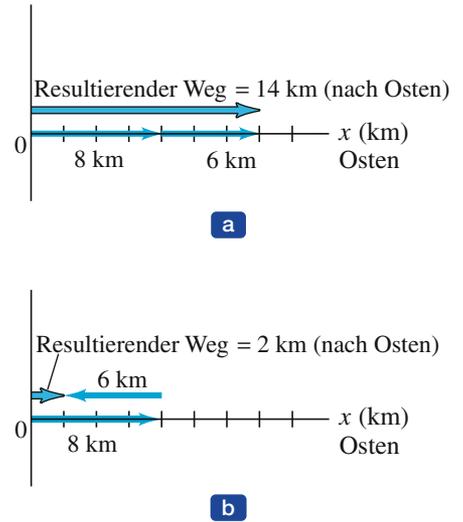


Abbildung 3.2 Kombination von Vektoren in einer Raumrichtung.

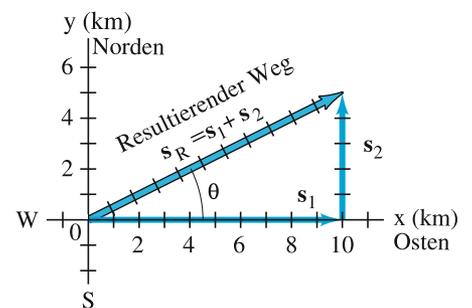


Abbildung 3.3 Eine Person geht $10,0\text{ km}$ nach Osten und dann $5,0\text{ km}$ nach Norden. Diese beiden Wege werden durch die Vektoren \vec{s}_1 und \vec{s}_2 dargestellt, die als Pfeile abgebildet sind. Der resultierende Weg \vec{s}_R , der die Vektorsumme aus \vec{s}_1 und \vec{s}_2 ist, ist ebenfalls abgebildet. Eine Messung in der Zeichnung mit Lineal und Winkelmesser zeigt, dass \vec{s}_R einen Betrag von $11,2\text{ km}$ hat und in einem Winkel von $\theta = 27^\circ$ nach Nordosten zeigt.

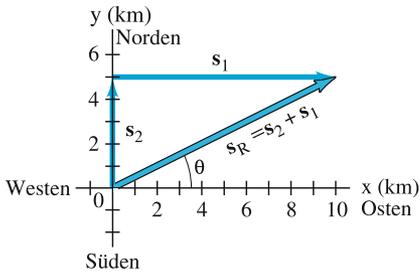


Abbildung 3.4 Wenn die Vektoren in umgekehrter Reihenfolge addiert werden, ist die Resultierende dieselbe (vgl. **Abbildung 3.3**).

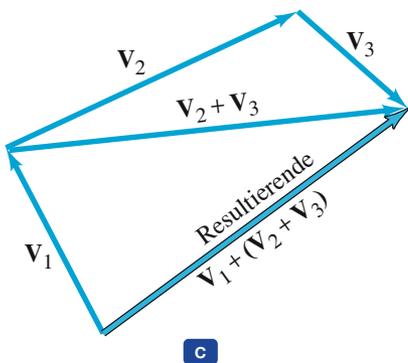
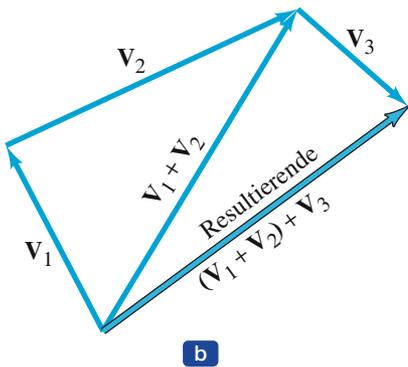
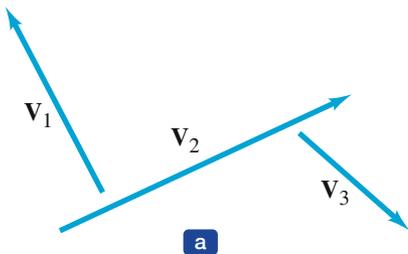


Abbildung 3.5 Die drei Vektoren in (a) können in beliebiger Reihenfolge addiert werden und liefern immer dasselbe Ergebnis, $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$. Es ist deutlich zu sehen, dass $\vec{v}_R = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) + \vec{v}_3$ in (b) dasselbe Ergebnis liefert wie $\vec{v}_R = \vec{v}_1 + (\vec{v}_2 + \vec{v}_3)$ in (c). Das schreiben wir jetzt in vereinfachter Form ohne Klammern als $\vec{v}_R = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$.

davon, welche Winkel sie bilden. Die Regeln lauten wie folgt:

- 1** Zeichnen Sie in einer Zeichnung einen der Vektoren – nennen Sie ihn \vec{s}_1 – maßstabsgerecht.
- 2** Zeichnen Sie dann den zweiten Vektor \vec{s}_2 maßstabsgerecht und setzen Sie dabei seinen Anfangspunkt an den Endpunkt des ersten Vektors. Stellen Sie sicher, dass seine Richtung korrekt ist.
- 3** Der Pfeil, der vom Anfangspunkt des ersten Vektors zum Endpunkt des zweiten Vektors gezeichnet wird, stellt die Summe oder **Resultierende** der beiden Vektoren dar.

Beachten Sie, dass Vektoren parallel zu sich selbst verschoben werden können, um diese Operationen durchzuführen. Die Länge der Resultierenden kann mit einem Lineal gemessen und mit dem Maßstab verglichen werden. Winkel können mit einem Winkelmesser gemessen werden. Dieses Verfahren bezeichnen wir als **Vektoraddition (Methode 1)**.

Beachten Sie, dass es unwichtig ist, in welcher Reihenfolge die Vektoren addiert werden. Ein Weg von 5,0 km in nördlicher Richtung, zu dem ein Weg von 10,0 km in östlicher Richtung addiert wird, ergibt z. B. eine Resultierende von 11,2 km und einen Winkel von $\theta = 27^\circ$ (siehe ► **Abbildung 3.4**), dasselbe Ergebnis, als wenn sie in umgekehrter Reihenfolge (**Abbildung 3.3**) addiert werden. Das heißt

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_2 + \vec{v}_1 . \quad [\text{Kommutativgesetz}] \quad (3.1a)$$

Die **Vektoraddition (Methode 1)** kann auf drei oder mehr Vektoren ausgedehnt werden (► **Abbildung 3.5**). Dabei gilt, wie in der Abbildung veranschaulicht,

$$\vec{v}_1 + (\vec{v}_2 + \vec{v}_3) = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) + \vec{v}_3 . \quad [\text{Assoziativgesetz}] \quad (3.1b)$$

Die linke Seite dieser Gleichung bedeutet, dass wir zunächst \vec{v}_2 und \vec{v}_3 und dann \vec{v}_1 zu dieser Summe addieren, um die Gesamtsumme zu ermitteln. Auf der rechten Seite wird \vec{v}_1 zu \vec{v}_2 addiert und diese Summe dann zu \vec{v}_3 . Wir sehen, dass die Reihenfolge, in der zwei oder mehr Vektoren addiert werden, keinen Einfluss auf das Ergebnis hat.

Es gibt eine **zweite Methode für die Addition zweier Vektoren**. Ihr Ergebnis entspricht voll und ganz der ersten Methode der Vektoraddition. Bei dieser Methode werden die beiden Vektoren von einem gemeinsamen

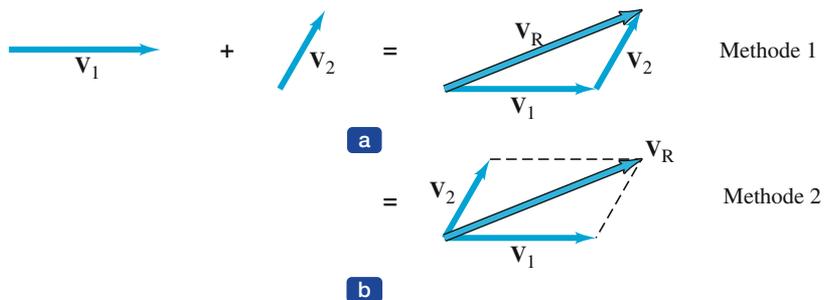


Abbildung 3.6 Vektoraddition mit zwei verschiedenen Methoden, (a) und (b).

Ursprung aus gezeichnet. Mit diesen beiden Vektoren als nebeneinander liegende Seiten wird ein **Parallelogramm** konstruiert, wie in ► **Abbildung 3.6b** dargestellt. Die Resultierende ist die Diagonale, die von dem gemeinsamen Ursprung aus gezeichnet wird. In ► **Abbildung 3.6a** wird die Vektoraddition Methode 1 veranschaulicht, und es ist klar, dass beide Methoden dasselbe Ergebnis liefern.

3.3 Wurfbewegung

In **Kapitel 2** haben wir die Bewegung von Körpern in einer Raumrichtung im Hinblick auf Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung untersucht, einschließlich der rein senkrechten Bewegung von fallenden Körpern, die eine Fallbeschleunigung erfahren. Jetzt beschäftigen wir uns mit der allgemeineren Bewegung von Körpern, die sich in zwei Raumrichtungen nahe der Erdoberfläche durch die Luft bewegen, wie z. B. ein Golfball, ein geworfener oder geschlagener Baseball, geschossene Fußbälle, durch die Luft sausende Kugeln und Athleten, die Weitsprung oder Hochsprung betreiben. Alle diese Beispiele sind Beispiele einer **Wurfbewegung** (siehe ► **Abbildung 3.7**), die wir als zweidimensional beschreiben können. Obwohl der Luftwiderstand häufig eine große Rolle spielt, kann seine Auswirkung in vielen Fällen vernachlässigt werden. In der folgenden Analyse werden wir ihn außer Acht lassen. Wir werden uns jetzt nicht mit dem Prozess, der für das Werfen oder Schießen des Körpers ausschlaggebend ist, befassen. Wir betrachten lediglich seine Bewegung, *nachdem* er geworfen wurde, sich frei durch die Luft bewegt und nur der Schwerkraft ausgesetzt ist. Somit ist die Beschleunigung des Körpers die Fallbeschleunigung, die mit dem Betrag $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ abwärtsgerichtet ist. Wir nehmen sie als konstant an.¹

Galilei hat als Erster Wurfbewegungen genau beschrieben. Er hat gezeigt, dass man sie durch die getrennte Analyse der horizontalen und vertikalen Komponenten der Bewegung verständlich machen konnte. Aus praktischen Gründen nehmen wir an, dass die Bewegung zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ am Ursprung eines xy -Koordinatensystems (d. h. $x_0 = y_0 = 0$) beginnt.

Schauen wir uns einen (kleinen) Ball an, der mit einer Anfangsgeschwindigkeit von v_{x0} in horizontaler (x) Richtung von einem Tisch hinunterrollt (► **Abbildung 3.8**). Der Geschwindigkeitsvektor \vec{v} in jedem Moment zeigt in die Richtung der Bewegung des Balls in dem Moment und ist immer Tangente an die Bahn. Entsprechend Galileis Vorstellung behandeln wir die horizontale und vertikale Komponente der Geschwindigkeit, v_x und v_y , getrennt. Für jede Komponente können wir die kinematischen Gleichungen (**Gleichungen 2.11**) anwenden.

Zuerst untersuchen wir die vertikale (y) Komponente der Bewegung. Wenn der Ball den Tisch verlässt (zum Zeitpunkt $t = 0$), erfährt er eine senkrecht nach unten gerichtete Beschleunigung, g , die Fallbeschleunigung. Somit ist v_y anfangs null ($v_{y0} = 0$), nimmt jedoch ständig in Abwärtsrichtung zu, bis der Ball auf dem Boden eintrifft. Nehmen wir y als positiv aufwärts-

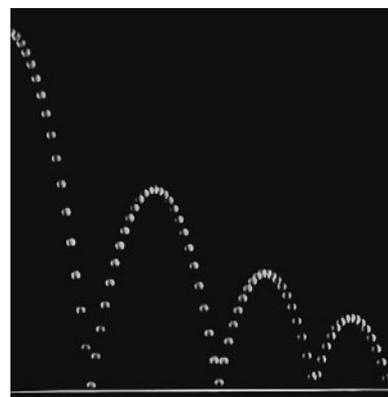


Abbildung 3.7 Dieses stroboskopische Foto eines Balls, der mehrmals aufprallt, zeigt die charakteristische „parabelförmige“ Bahn der Wurfbewegung.

Getrennte Analyse von horizontaler und vertikaler Bewegung

Vertikale Bewegung ($a_y = \text{konstant}$)

¹ Dies beschränkt uns auf Körper, deren zurückgelegter Weg und maximale Höhe über der Erde im Vergleich zum Erdradius (6400 km) klein sind.

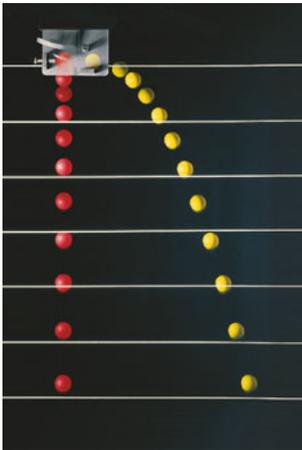


Abbildung 3.9 Mehrfach belichtete Aufnahme, die die Positionen von zwei Bällen in gleichen Zeitintervallen zeigt. Ein Ball fällt aus dem Stillstand frei, der andere wurde gleichzeitig horizontal geworfen. Man sieht, dass die vertikale Position jedes Balls die gleiche ist.

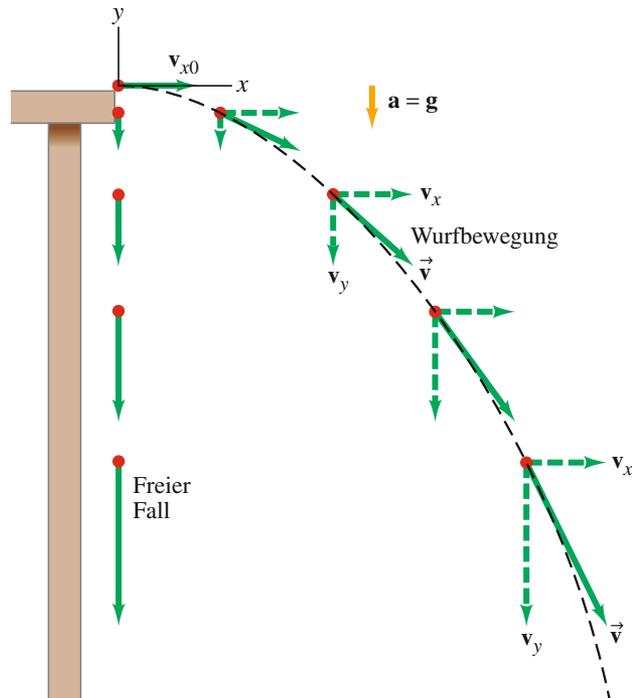


Abbildung 3.8 Wurfbewegung. (Zum Vergleich ist links ein Körper dargestellt, der senkrecht hinunterfällt.)

Horizontale Bewegung ($a_x = 0$, $v_x = \text{konstant}$)

gerichtet an. Dann gilt $a_y = -g$, und entsprechend der Gleichung 2.11a können wir $v_y = -gt$ schreiben, da wir $y_0 = 0$ gesetzt haben.

In der horizontalen Richtung gibt es andererseits keine Beschleunigung. So bleibt die horizontale Komponente der Geschwindigkeit v_x konstant und identisch mit ihrem Anfangswert v_{x0} und hat somit in jedem Punkt der Bahn denselben Betrag. Die beiden Vektorkomponenten \vec{v}_x und \vec{v}_y können vektoriell addiert werden, um für jeden Punkt auf der Bahn die Geschwindigkeit \vec{v} zu erhalten, wie in **Abbildung 3.8** dargestellt.

Galilei hat bereits vorausgesagt, dass ein Körper, der horizontal geworfen wird, den Boden in derselben Zeit erreicht wie ein Körper, der senkrecht frei fällt. Die vertikalen Bewegungen sind in beiden Fällen dieselben, wie in **Abbildung 3.9** dargestellt. **Abbildung 3.9** zeigt eine mehrfach belichtete Aufnahme eines Experimentes, das dies bestätigt.

Nach oben geworfener Körper

Wenn ein Körper in einem Winkel nach oben geworfen wird, wie in **Abbildung 3.10**, ist die Analyse ähnlich, allerdings gibt es jetzt eine anfängliche vertikale Komponente der Geschwindigkeit v_{y0} . Aufgrund der abwärtsgerichteten Fallbeschleunigung nimmt v_y ständig ab, bis der Körper den höchsten Punkt auf seiner Bahn in **Abbildung 3.10** erreicht. In diesem Punkt ist $v_y = 0$. Dann nimmt v_y in Abwärtsrichtung zu (d. h. wird negativ), wie gezeigt. v_x bleibt, wie zuvor, konstant.

Jetzt ist die konstante Beschleunigung nur die abwärtsgerichtete Fallbeschleunigung. Wie aus **Abbildung 3.10** ersichtlich ist, verläuft bei einem nach oben in einem Winkel θ geworfenen Körper die Beschleunigung in

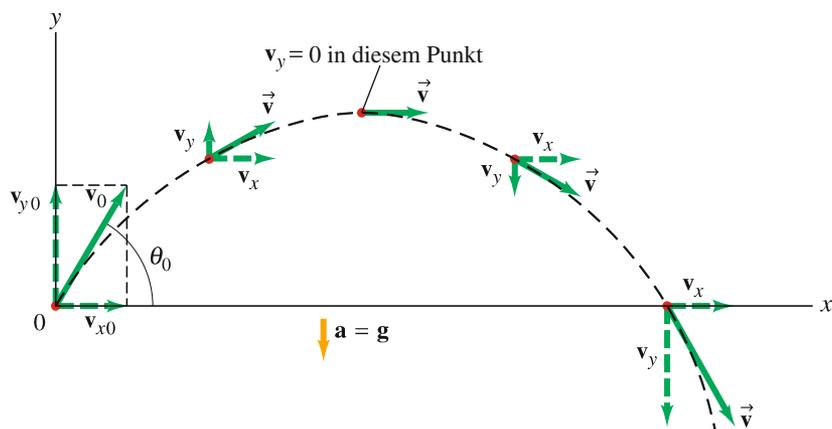


Abbildung 3.10 Bahn eines mit der Anfangsgeschwindigkeit \vec{v}_0 im Winkel θ zur Horizontalen abgefeuerten Geschosses. Die Flugbahn ist in schwarz dargestellt, die Geschwindigkeitsvektoren sind grüne Pfeile und die Geschwindigkeitskomponenten sind gestrichelt.

einer Richtung. Die Geschwindigkeit hat dagegen zwei Komponenten, von denen eine (v_y) sich ständig ändert, während die andere (v_x) konstant bleibt.

Wir können die [Gleichungen 2.11](#) zur Anwendung bei Wurfbewegungen vereinfachen, indem wir $a_x = 0$ setzen. Vergleichen Sie dazu [Tabelle 3.1](#), die annimmt, dass y positiv in Aufwärtsrichtung und somit $a_y = -g = -9,81 \text{ m/s}^2$ ist. Beachten Sie auch, dass, wenn θ wie in [Abbildung 3.10](#) gewählt wird, die Anfangsgeschwindigkeit folgende Komponenten hat:

$$v_x = v_0 \cos \theta ,$$

$$v_y = v_0 \sin \theta .$$

Tabelle 3.1

Kinematische Gleichungen für Wurfbewegungen

Horizontale Bewegung	Vertikale Bewegung
$(a_x = 0, v_x = \text{konstant})$	$(a_y = -g = \text{konstant})$

$v_x = v_{x0}$	$v_y = v_{y0} - gt$
----------------	---------------------

$x = x_0 + v_{x0}t$	$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$
---------------------	---------------------------------------

3.4 Lösung von Aufgaben mit Wurfbewegungen

Wir werden jetzt einige Beispiele von Wurfbewegungen durchrechnen. Zunächst fassen wir die Herangehensweise für diese Art von Aufgaben zusammen.

Problemlösung Wurfbewegung

Die Herangehensweise für die Lösung von Aufgaben, die wir in [Abschnitt 2.6](#) erörtert haben, gilt auch hier. Das Lösen von Aufgaben mit Wurfbewegungen kann jedoch etwas Kreativität erfordern und funktioniert nicht durch einfaches Befolgen einiger Regeln. Ganz sicher dürfen Sie nicht einfach Zahlen in Gleichungen einsetzen, die zu „funktionieren“ scheinen.

Lesen Sie wie immer sorgfältig und fertigen Sie eine genaue **Zeichnung** an.

- 1 Wählen Sie einen Ursprung und ein xy -Koordinatensystem.
- 2 Analysieren Sie die horizontale (x) Bewegung und die vertikale (y) Bewegung getrennt. Wenn die Anfangsgeschwindigkeit gegeben ist, möchten Sie sie vielleicht in ihre x - und y -Komponenten zerlegen.

3 Listen Sie die bekannten und unbekanntenen Größen auf und wählen Sie $a_x = 0$ und $a_y = -g$ oder $+g$, wobei $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, abhängig davon, ob Sie y positiv in Aufwärts- oder Abwärtsrichtung wählen. Denken Sie daran, dass v_x sich während der gesamten Flugbahn nicht ändert und dass $v_y = 0$ im höchsten Punkt jeder Flugbahn ist, die in Abwärtsrichtung zurückläuft. Die Geschwindigkeit direkt vor dem Auftreffen auf dem Boden ist im Allgemeinen nicht null.

4 Denken Sie eine Minute nach, bevor Sie die Gleichungen anwenden. Etwas Planung braucht ihre Zeit. Wenden Sie die entsprechenden Gleichungen ([Tabelle 3.1](#)) an und kombinieren Sie Gleichungen, falls erforderlich. Möglicherweise müssen Sie Komponenten eines Vektors kombinieren, um Betrag und Richtung zu erhalten.

Beispiel 3.1 Hinunterfahren von einer Klippe

Ein Stuntfahrer rast für einen Kinofilm auf einem Motorrad waagrecht von einer 50,0 m hohen Klippe. Wie schnell muss das Motorrad beim Verlassen des oberen Klippenendes sein, wenn es auf ebenem Boden 90,0 m vom Fuß der Klippe entfernt, wo die Kameras stehen, aufkommen soll ([► Abbildung 3.11](#))?

Lösung

Wir nehmen die y -Richtung als positiv aufwärtsgerichtet und das obere Ende der Klippe mit $y_0 = 0$ an, so dass das untere Ende bei $y = -50,0 \text{ m}$ liegt. Zunächst ermitteln wir, wie lange das Motorrad braucht, um den Boden unten zu erreichen. Wir wenden die [Gleichung 2.11b](#) für die vertikale (y) Richtung ([Tabelle 3.1](#)) mit $y_0 = 0$ und $v_{y0} = 0$ an:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2.$$

Das lösen wir nach t auf und setzen $y = -50,0 \text{ m}$:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{-g}} = \sqrt{\frac{2(-50,0 \text{ m})}{-9,81 \text{ m/s}^2}} = 3,19 \text{ s}.$$

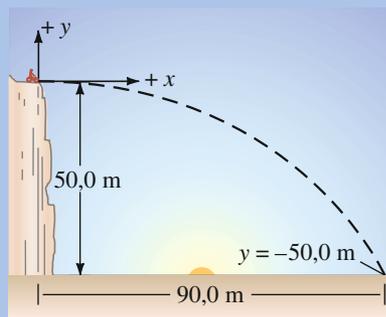


Abbildung 3.11 Beispiel 3.1.

Um die Anfangsgeschwindigkeit v_{x0} zu berechnen, verwenden wir wieder die [Gleichung 2.11b](#), dieses Mal aber für die horizontale (x) Richtung mit $a_x = 0$ und $x_0 = 0$:

$$x = v_{x0}t,$$

auflösen nach v_{x0} führt zu

$$v_{x0} = \frac{x}{t} = \frac{90,0 \text{ m}}{3,19 \text{ s}} = 28,2 \text{ m/s},$$

was 101 km/h entspricht.

Beispiel 3.2 Ein geschossener Fußball

Ein Fußball wird in einem Winkel von $\theta = 37,0^\circ$ mit einer Geschwindigkeit von $20,0 \text{ m/s}$, wie in ► [Abbildung 3.12](#) dargestellt, geschossen. Berechnen Sie (a) die maximale Höhe, (b) die Zeit für den Weg, den der Fußball zurücklegt, bevor er auf dem Boden aufkommt, (c) wie weit entfernt er auf dem Boden aufkommt, (d) den Geschwindigkeitsvektor bei der maximalen Höhe und (e) den Beschleunigungsvektor in maximaler Höhe. Nehmen Sie an, dass der Ball den Fuß auf Bodenhöhe verlässt und lassen Sie den Luftwiderstand außer Acht (obwohl dies nicht sehr realistisch ist).

Lösung

Wir nehmen die y -Richtung als positiv aufwärtsgerichtet an. Die Komponenten der Anfangsgeschwindigkeit sind ([Abbildung 3.12](#)):

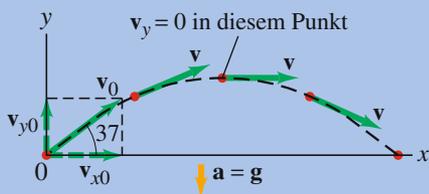


Abbildung 3.12 Beispiel 3.2 (siehe auch [Abbildung 3.10](#)).

$$v_{x0} = v_0 \cdot \cos 37,0^\circ = 20,0 \text{ m/s} \cdot 0,799 = 16,0 \text{ m/s} ,$$

$$v_{y0} = v_0 \cdot \sin 37,0^\circ = 20,0 \text{ m/s} \cdot 0,602 = 12,0 \text{ m/s} .$$

- a** In maximaler Höhe ist die Geschwindigkeit horizontal ([Abbildung 3.12](#)), so dass $v_{y0} = 0$ ist. Dies tritt ein zum Zeitpunkt

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{12,0 \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1,22 \text{ s} .$$

Aus der [Gleichung 2.11b](#) mit $y_0 = 0$ haben wir

$$\begin{aligned} y &= v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= 12,0 \text{ m/s} \cdot 1,22 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (1,22 \text{ s})^2 \\ &= 7,34 \text{ m} . \end{aligned}$$

- b** Um herauszufinden, wie lange der Ball braucht, um auf den Boden zurückzukehren, wenden wir die [Gleichung 2.11b](#) mit $y_0 = 0$ an und setzen $y = 0$ (Erdbodenhöhe):

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ 0 &= 0 + 12,0 \text{ m/s} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 . \end{aligned}$$

Dies ist eine Gleichung, die leicht in Faktoren zerlegt werden kann:

$$\left[\frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot t - 12,0 \text{ m/s} \right] t = 0 .$$

Es gibt zwei Lösungen, $t = 0$ (die dem Ausgangspunkt y_0 entspricht), und

$$t = \frac{2 \cdot 12,0 \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2,45 \text{ s} .$$

Das ist das Ergebnis, das wir gesucht haben. Beachten Sie, dass die Zeit $t = 2,45 \text{ s}$ genau die doppelte Zeit ist wie die Zeit, die wir für das Erreichen des höchsten Punktes in (a) berechnet haben. Das bedeutet, dass die Zeit für das Aufsteigen identisch ist mit der Zeit für das Herunterfallen bis auf dieselbe Höhe – Luftwiderstand außer gelassen.

- c** Der in x -Richtung zurückgelegte Gesamtweg wird durch Anwendung der [Gleichung 2.11b](#) mit $x_0 = 0$, $a_x = 0$, $v_{x0} = 16,0 \text{ m/s}$ ermittelt:

$$x = v_{x0}t = 16,0 \text{ m/s} \cdot 2,45 \text{ s} = 39,2 \text{ m} .$$

- d** Im höchsten Punkt ist die vertikale Geschwindigkeitskomponente gleich null. Es gibt nur die horizontale Komponente (die während des Fluges konstant bleibt), so dass $v = v_{x0} = v_0 \cos 37,0^\circ = 16,0 \text{ m/s}$.

- e** Der Beschleunigungsvektor ist im höchsten Punkt derselbe wie während des gesamten Fluges, und zwar $9,81 \text{ m/s}^2$ in Abwärtsrichtung.

Beispiel 3.3 · Begriffsbildung

Die falsche Strategie

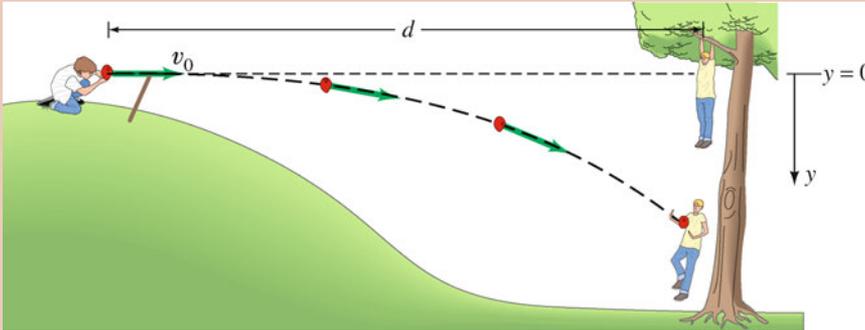


Abbildung 3.13 Beispiel 3.3.

Ein Junge auf einem kleinen Hügel richtet die Schleuder für seinen mit Wasser gefüllten Ballon waagrecht direkt auf einen zweiten Jungen, der in einer Entfernung d vom Ast eines Baumes herunterhängt, ► [Abbildung 3.13](#). In dem Moment, in dem der Wasserballon losgeschossen wird, lässt der zweite Junge los und fällt vom Baum herunter in der Hoffnung, nicht getroffen zu werden. Zeigen Sie, dass er die falsche Bewegung gemacht hat. (Er hat noch keinen Physikunterricht gehabt.)

Lösung

Sowohl der Wasserballon als auch der Junge im Baum fangen im selben Moment an zu fallen, und in einer Zeit t fallen beide denselben vertikalen Weg $y = \frac{1}{2}gt^2$ (siehe [Abbildung 3.9](#)). In der Zeit, die der Wasserballon braucht, um die horizontale Entfernung d zurückzulegen, hat der Ballon denselben y -Ort wie der fallende Junge. Klatsch. Wenn der Junge im Baum geblieben wäre, hätte er sich die Demütigung erspart.

Die Wurfbewegung erzeugt eine Parabelbahn



Wir zeigen jetzt, dass die Bahn, die ein Geschoss fliegt, eine *Parabel* beschreibt, wenn wir den Luftwiderstand vernachlässigen und annehmen können, dass \vec{g} konstant ist. Dafür müssen wir y als Funktion von s_x durch Eliminieren von t zwischen den beiden Gleichungen für horizontale und vertikale Bewegung ([Tabelle 3.1](#)) ermitteln. Außerdem setzen wir $x_0 = y_0 = 0$:

$$s_x = v_{x0}t$$

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Aus der ersten Gleichung haben wir $t = s_x/v_{x0}$. Dies setzen wir in die zweite Gleichung ein und erhalten

$$y = \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right)s_x - \left(\frac{g}{2v_{x0}^2}\right)s_x^2.$$

Wir sehen, dass y als Funktion von x die Form

$$y(s_x) = As_x - Bs_x^2$$

hat, wobei A und B Konstanten für eine bestimmte Wurfbewegung sind. Hierbei handelt es sich um die bekannte Gleichung für eine Parabel. Siehe [Abbildung 3.7](#) und ► [Abbildung 3.14](#).

Die Vorstellung, dass geworfene Körper sich auf parabelförmigen Bahnen bewegen, stand zu Zeiten Galileis an der Spitze der physikalischen Forschung. Heute erörtern wir sie in [Kapitel 3](#) der Einführung in die Physik!

Die Gleichung für die Wurfbewegung ist eine Parabel



Abbildung 3.14 Beispiele für Wurfbewegungen – Funken (kleine, heiß glühende Metallteilchen), Wasser und Feuerwerk. Alle zeigen die parabelartige Bahn, die für Wurfbewegungen charakteristisch ist, obwohl die Auswirkungen des Luftwiderstandes den Verlauf mancher Flugbahnen erheblich verändern können.

3.5 Gleichförmige Kreisbewegung

Ein Körper, der sich mit konstanter Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn bewegt, führt eine **gleichförmige Kreisbewegung** aus. Beispiele sind ein Schleuderball, den man um den Kopf schwingt, oder die nahezu gleichförmige Kreisbewegung des Mondes um die Erde. Der *Betrag* der Geschwindigkeit bleibt in diesem Fall konstant, aber die *Richtung* der Geschwindigkeit ändert sich ständig (► **Abbildung 3.15**). Da die Beschleunigung als Änderung in der Geschwindigkeit definiert ist, bedeutet eine Änderung in der Richtung der Geschwindigkeit ebenso wie eine Änderung im Betrag, dass eine Beschleunigung auftritt. Somit beschleunigt ein Körper, der eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, selbst wenn die Geschwindigkeit konstant bleibt ($v_1 = v_2$). Wir untersuchen jetzt diese Beschleunigung quantitativ.

Die Beschleunigung ist als Ableitung definiert

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt},$$

wobei $\Delta \vec{v}$ die Änderung in der Geschwindigkeit während des kurzen Zeitintervalls Δt darstellt. Wir werden schließlich den Fall Δt gegen null betrachten und so die Momentanbeschleunigung ermitteln. Damit eine geeignete Zeichnung angefertigt werden kann, betrachten wir jedoch ein Zeitintervall ungleich null (► **Abbildung 3.16**). Während der Zeit Δt bewegt sich der Massenpunkt in ► **Abbildung 3.16a** von Punkt A nach Punkt B und legt dabei einen kleinen Weg Δs auf dem Kreisbogen zurück, der einen kleinen Winkel $\Delta \theta$ abgrenzt. Die Änderung im Geschwindigkeitsvektor beträgt $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \Delta \vec{v}$ und ist in ► **Abbildung 3.16b** dargestellt.

Wenn Δt sehr klein ist (gegen null geht), dann sind Δs und $\Delta \theta$ auch sehr klein. In diesem Fall ist \vec{v}_2 fast parallel zu \vec{v}_1 , und $\Delta \vec{v}$ steht praktisch senkrecht zu ihnen (► **Abbildung 3.16c**). Somit ist $\Delta \vec{v}$ zum Kreismittelpunkt hin gerichtet. Da \vec{a} laut Definition in dieselbe Richtung zeigt wie $\Delta \vec{v}$, muss auch \vec{a} zum Kreismittelpunkt hin gerichtet sein. Deshalb wird diese Beschleunigung **Zentripetalbeschleunigung** („mittelpunktsuchende“ Beschleunigung) oder **Radialbeschleunigung** (da sie entlang des Radius zum Kreismittelpunkt hin gerichtet ist) genannt; wir bezeichnen sie mit \vec{a}_R .

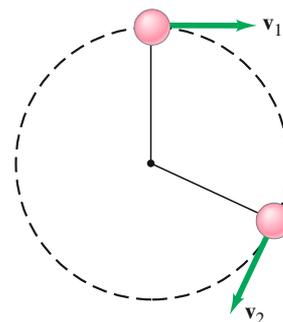


Abbildung 3.15 Ein Massenpunkt bewegt sich auf einer Kreisbahn und zeigt dabei, wie die Geschwindigkeit ihre Richtung ändert. Beachten Sie, dass in jedem Punkt die Momentangeschwindigkeit eine Richtungstangente an die Kreisbahn bildet.

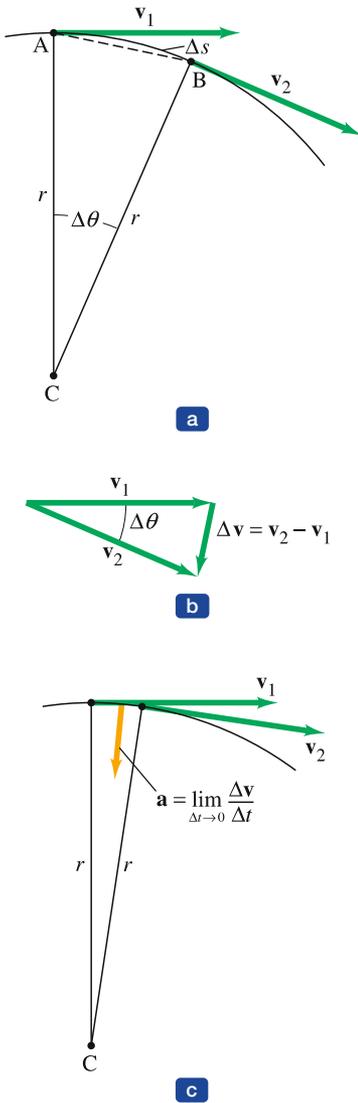


Abbildung 3.16 Bestimmung der Änderung in der Geschwindigkeit $\Delta \vec{v}$ bei einem Massenpunkt, der sich auf einer Kreisbahn bewegt.

Beschleunigung und Geschwindigkeit haben nicht dieselbe Richtung

Als Nächstes bestimmen wir den Betrag der Zentripetalbeschleunigung \vec{a}_R . Aus der Tatsache, dass CA senkrecht zu \vec{v}_1 und CB senkrecht zu \vec{v}_2 steht, folgt, dass der Winkel $\Delta\theta$, der als der Winkel zwischen CA und CB in [Abbildung 3.16a](#) definiert ist, auch der Winkel zwischen \vec{v}_1 und \vec{v}_2 ist. Folglich bilden die Vektoren \vec{v}_2 , \vec{v}_1 und $\Delta\vec{v}$ in [Abbildung 3.16b](#) ein Dreieck, das dem Dreieck CAB in [Abbildung 3.16a](#) ähnlich ist. Wenn wir $\Delta\theta$ klein annehmen (Δt ist dabei sehr klein) und $v = v_1 = v_2$ setzen, da wir voraussetzen, dass sich der Betrag der Geschwindigkeit nicht ändert, können wir schreiben:

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta s}{r}.$$

Exakte Gleichheit wird hier erreicht, wenn Δt gegen Null geht, denn die Bogenlänge Δl ist mit der Streckenlänge AB identisch. Da wir die Momentanbeschleunigung ermitteln wollen, bei der Δt gegen null geht, schreiben wir den obigen Ausdruck als Gleichung und lösen nach Δv auf:

$$\Delta v = \frac{v}{r} \Delta s.$$

Um die Zentripetalbeschleunigung a_R zu erhalten, dividieren wir Δv durch Δt :

$$a_R = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Und da

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

die Geschwindigkeit v des Körpers ist, erhalten wir

$$a_R = \frac{v^2}{r}. \quad (3.2)$$

Zusammenfassend sei gesagt, dass ein Körper, der sich auf einem Kreis mit dem Radius r mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt, zum Kreismittelpunkt hin mit dem Betrag $a_R = v^2/r$ beschleunigt wird. Es ist nicht überraschend, dass diese Beschleunigung von v und r abhängt. Denn je größer die Geschwindigkeit v ist, desto schneller ändert die Geschwindigkeit die Richtung, und je größer der Radius ist, desto langsamer ändert die Geschwindigkeit die Richtung.

Der Beschleunigungsvektor ist zum Kreismittelpunkt hin gerichtet. Der Geschwindigkeitsvektor zeigt jedoch immer in die Bewegungsrichtung, die tangential zur Kreisbahn verläuft. Somit verlaufen bei gleichförmigen Kreisbewegungen der Geschwindigkeitsvektor und der Beschleunigungsvektor in jedem Punkt der Bahn senkrecht zueinander (siehe [Abbildung 3.17](#)). Dies ist ein weiteres Beispiel, das den Denkfehler, dass Beschleunigung und Geschwindigkeit immer dieselbe Richtung haben, veranschaulicht. Bei einem Körper, der senkrecht fällt, verlaufen \vec{a} und \vec{v} tatsächlich parallel. Aber bei der Kreisbewegung sind \vec{a} und \vec{v} nicht parallel – und auch nicht bei der Wurfbewegung ([Abschnitt 3.3](#)), wo die Beschleunigung $\vec{a} = \vec{g}$ immer abwärtsgerichtet ist, der Geschwindigkeitsvektor jedoch verschiedene Richtungen haben kann ([Abbildung 3.8](#) und [3.10](#)).

Einer Kreisbewegung wird häufig eine **Frequenz** f mit einer bestimmten Anzahl von Umdrehungen pro Sekunde zugeschrieben. Die **Periode** T eines Körpers, der sich auf einer Kreisbahn dreht, ist die Zeit, die für eine komplette Umdrehung benötigt wird. Periode und Frequenz stehen zueinander in Beziehung:

$$T = \frac{1}{f} . \quad (3.3)$$

Wenn sich ein Körper z. B. mit einer Frequenz von 3 Umdrehungen pro Sekunde dreht, dauert jede Umdrehung $\frac{1}{3}$ s. Für einen Körper, der sich mit konstanter Geschwindigkeit v dreht, können wir schreiben:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

da der Körper bei einer Drehung den Kreisumfang ($= 2\pi r$) einmal zurücklegt.

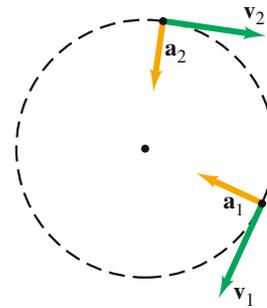


Abbildung 3.17 Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist \vec{a} immer senkrecht zu \vec{v} .

Beispiel 3.4 Beschleunigung eines Schleuderballs

Ein Schleuderball mit einer Masse von 150 g dreht sich gleichförmig auf einer horizontalen Kreisbahn mit einem Radius von 0,600 m. Der Ball macht 2,00 Umdrehungen in einer Sekunde. Wie groß ist seine Zentripetalbeschleunigung?

Lösung

Die Zentripetalbeschleunigung ist $a_R = v^2/r$. Zunächst bestimmen wir die Geschwindigkeit v des Balls. Der Ball macht zwei komplette Umdrehungen pro Sekunde, d. h.

seine Periode ist $T = 0,500$ s. In dieser Zeit legt er einmal den Umfang des Kreises, $2\pi r$, zurück. Somit hat der Ball die Geschwindigkeit

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,600 \text{ m}}{0,500 \text{ s}} = 7,54 \text{ m/s} .$$

Die Zentripetalbeschleunigung beträgt mit

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{7,54 \text{ m/s}^2}{0,600 \text{ m}} = 94,8 \text{ m/s}^2$$

etwa das Zehnfache der Erdbeschleunigung.

Beispiel 3.5 Die Zentripetalbeschleunigung des Mondes

Die Beschleunigung des Mondes zur Erde hin

Die nahezu kreisförmige Umlaufbahn des Mondes um die Erde hat einen Radius von ca. 384 000 km und eine Periode T von 27,3 Tagen. Bestimmen Sie die zur Erde gerichtete Beschleunigung des Mondes.

Lösung

Auf seiner Umlaufbahn um die Erde legt der Mond einen Weg von $2\pi r$ zurück, wobei $r = 3,84 \cdot 10^8$ m der Radius seiner kreisförmigen Bahn ist. Die Geschwindigkeit des Mondes auf seiner Umlaufbahn um die Erde be-

trägt $v = 2\pi r/T$. Die Periode T in Sekunden beträgt $T = 27,3 \text{ Tage} \cdot 24,0 \text{ h/Tag} \cdot 3600 \text{ s/h} = 2,36 \cdot 10^6$ s. Deshalb gilt

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{(2 \cdot 3,14 \cdot 3,84 \cdot 10^8 \text{ m})^2}{(2,36 \cdot 10^6 \text{ s})^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}} = 0,00272 \text{ m/s}^2 = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 .$$

Dies können wir mit $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche) schreiben als

$$a = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 \left(\frac{g}{9,81 \text{ m/s}^2} \right) = 2,78 \cdot 10^{-4} g .$$

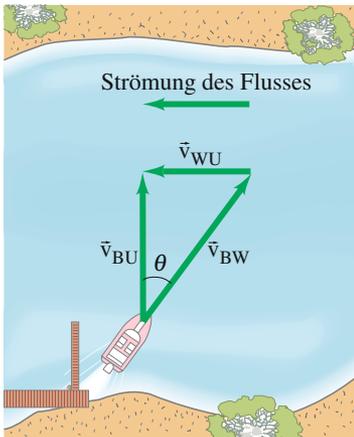


Abbildung 3.18 Das Boot muss in einem Winkel von θ stromaufwärts losfahren, um direkt über den Fluss übersetzen. Die Geschwindigkeitsvektoren sind als grüne Pfeile dargestellt:

- \vec{v}_{BU} = Geschwindigkeit des Bootes in Bezug auf das Ufer
- \vec{v}_{BW} = Geschwindigkeit des Bootes in Bezug auf das Wasser
- \vec{v}_{WU} = Geschwindigkeit des Wassers in Bezug auf das Ufer (Strömung des Flusses)

PROBLEMLÖSUNG

Tiefgestellte Indizes für die Addition von Geschwindigkeiten: erster Index für den Körper, zweiter Index für das Bezugssystem

3.6 Relativgeschwindigkeit

Wir untersuchen jetzt, wie Beobachtungen, die in verschiedenen Bezugssystemen gemacht werden, zueinander in Beziehung stehen. Wir betrachten z. B. zwei Züge, die sich jeweils mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h relativ (in Bezug) zur Erde einander nähern. Beobachter auf der Erde neben den Bahnstrecken messen für jeden der Züge eine Geschwindigkeit von 80 km/h. Beobachter in einem der Züge (ein anderes Bezugssystem) messen für den Zug, der sich ihnen nähert, eine Geschwindigkeit von 160 km/h. Genauso hat ein Auto, das mit 90 km/h ein zweites Auto, das mit einer Geschwindigkeit von 75 km/h in dieselbe Richtung fährt, überholt, eine Geschwindigkeit von 90 km/h – 75 km/h = 15 km/h relativ zu dem zweiten Auto.

Wenn die Geschwindigkeiten entlang derselben Geraden verlaufen, erhält man mittels einfacher Addition oder Subtraktion die Relativgeschwindigkeit. Verlaufen die Geschwindigkeiten aber nicht entlang derselben Geraden, müssen wir auf die Vektoraddition zurückgreifen. Wir weisen, wie in [Abschnitt 2.1](#) bereits erwähnt, nochmals darauf hin, dass bei Angabe einer Geschwindigkeit auch die Angabe des Bezugssystems wichtig ist.

Bei der Bestimmung der Relativgeschwindigkeit werden leicht dadurch Fehler gemacht, dass die falschen Geschwindigkeiten addiert oder subtrahiert werden. Deshalb ist es sinnvoll, eine genaue Beschriftung vorzunehmen, damit keine Unklarheiten bestehen. Jede Geschwindigkeit wird mit *zwei tiefgestellten Indizes* gekennzeichnet: *Der erste bezieht sich auf den Körper, der zweite auf das Bezugssystem, in dem er diese Geschwindigkeit besitzt.* Wir nehmen z. B. an, dass ein Boot über einen Fluss übersetzen soll, wie in [Abbildung 3.18](#) dargestellt. Die Geschwindigkeit des Bootes in Bezug auf das Wasser bezeichnen wir mit \vec{v}_{BW} . (Dies wäre auch die Geschwindigkeit des Bootes in Bezug auf das Ufer, wenn keine Bewegung im Wasser wäre.) Ebenso ist \vec{v}_{BU} die Geschwindigkeit des Bootes in Bezug auf das Ufer und \vec{v}_{WU} die Geschwindigkeit des Wassers in Bezug auf das Ufer (dies ist die Strömung des Flusses). Beachten Sie, dass \vec{v}_{BW} die Motorleistung des Bootes (gegen das Wasser) ist, während \vec{v}_{BU} gleich \vec{v}_{BW} plus der Strömungswirkung ist. Folglich ist die Geschwindigkeit des Bootes relativ zum Ufer (siehe Vektordiagramm, ► [Abbildung 3.18](#))

$$\vec{v}_{BU} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WU} . \quad (3.4)$$

Wir schreiben die tiefgestellten Indizes üblicherweise wie oben und sehen, dass die inneren Indizes (die beiden W) auf der rechten Seite der [Gleichung 3.4](#) dieselben sind, während die äußeren Indizes auf der rechten Seite der [Gleichung 3.4](#) (das B und das U) mit den beiden Indizes für den Summenvektor auf der linken Seite, \vec{v}_{BU} , identisch sind. Durch Befolgen dieser Schreibweise (erster Index für den Körper, zweiter für das Bezugssystem) kann man die korrekte Gleichung, die Geschwindigkeiten in verschiedenen Bezugssystemen in Beziehung setzt, schreiben. [Gleichung 3.4](#) kann auf drei oder mehr Geschwindigkeiten erweitert werden. Wenn z. B. ein Fischer auf einem Boot mit einer Geschwindigkeit von \vec{v}_{FB} relativ zum Boot geht, be-

trägt seine Geschwindigkeit relativ zum Ufer $\vec{v}_{FU} = \vec{v}_{FB} + \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WU}$. Die Gleichungen, die die Relativgeschwindigkeit betreffen, sind richtig, wenn benachbarte innere Indizes identisch sind und wenn die äußersten Indizes genau den beiden Indizes der Geschwindigkeit auf der linken Seite der Gleichung entsprechen. Das funktioniert allerdings nur mit Pluszeichen (auf der rechten Seite), nicht mit Minuszeichen.

Für zwei beliebige Körper oder Bezugssysteme A und B habe die Geschwindigkeit von A relativ zu B denselben Betrag, aber die entgegengesetzte Richtung wie die Geschwindigkeit von B relativ zu A. Dann gilt:

$$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB} . \quad (3.5)$$

Wenn z. B. ein Zug mit 100 km/h relativ zur Erdoberfläche in eine bestimmte Richtung fährt, dann sieht es für einen Beobachter in dem Zug so aus, als wenn sich Körper auf der Erde (wie Bäume) mit 100 km/h in die entgegengesetzte Richtung bewegen.

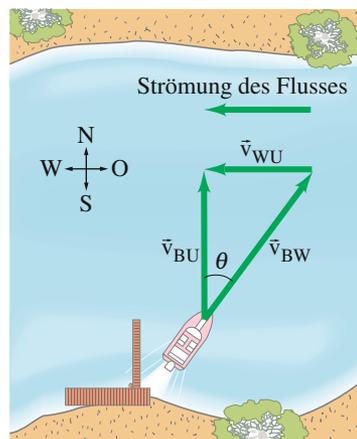


Abbildung 3.19 Beispiel 3.6.

Beispiel 3.6 Fahrt flussaufwärts

Die Geschwindigkeit eines Bootes in stehendem Wasser beträgt $v_{BW} = 1,85 \text{ m/s}$. In welchem Winkel muss das Boot losfahren, wenn es direkt in Richtung Norden über den Fluss übersetzen soll, dessen Strömung eine Geschwindigkeit von $v_{WU} = 1,20 \text{ m/s}$ in westlicher Richtung hat?

Lösung

Die Strömung wird das Boot nach Westen treiben. Um dieser Bewegung entgegenzuwirken, muss das Boot flussaufwärts in nordöstlicher Richtung losfahren,

wie in ► **Abbildung 3.19** dargestellt. In der **Abbildung 3.19** zeigt \vec{v}_{BU} , die Geschwindigkeit des Bootes relativ zum Ufer, direkt über den Fluss, da man annimmt, dass sich das Boot in diese Richtung bewegen wird. (Beachten Sie, dass $\vec{v}_{BU} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WU}$.) Somit zeigt \vec{v}_{BW} flussaufwärts in einem Winkel θ , wie abgebildet, wobei

$$\sin \theta = \frac{v_{WU}}{v_{BW}} = \frac{1,20 \text{ m/s}}{1,85 \text{ m/s}} = 0,6486 .$$

Das bedeutet, dass $\theta = 40,4^\circ$ ist, so dass das Boot in einem Winkel von $40,4^\circ$ flussaufwärts ablegen muss.

ZUSAMMENFASSUNG

Eine Größe, die sowohl einen Betrag als auch eine Richtung besitzt, nennt man **Vektor**. Eine Größe, die nur einen Betrag besitzt, heißt **Skalar**.

Vektoren können grafisch addiert werden, indem man den Anfangspunkt jedes aufeinanderfolgenden Pfeils (der jeweils einen Vektor darstellt) an den Endpunkt des vorhergehenden setzt. Die Summe oder der **resultierende Vektor** ist der Pfeil, der vom Anfangspunkt des ersten zum Endpunkt des letzten gezogen wird. Genauer kann man Vektoren addieren, indem man das analytische Ver-

fahren der Addition ihrer **Komponenten** entlang gewählter Achsen mithilfe trigonometrischer Funktionen anwendet.

Die allgemeinen Definitionen für die **Momentangeschwindigkeit v** und die **Beschleunigung a** eines Massenpunktes (in einer, zwei oder drei Raumrichtungen) können jeweils für die x-, y- und z-Komponenten der Bewegung geschrieben werden und haben dieselbe Form wie die Gleichungen für eindimensionale Bewegung (**Gleichungen 2.11a**).

Die **Wurfbewegung** eines Körpers, der sich nahe der Erdoberfläche in der Luft bewegt, kann als zwei separate Bewegungen aufgefasst werden, wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt. Die horizontale Komponente der Bewegung hat eine konstante Geschwindigkeit, während die vertikale Komponente eine konstante Beschleunigung g hat, wie ein Körper, der unter dem Einfluss der Schwerkraft senkrecht nach unten fällt.

Ein Körper, der sich mit konstanter Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit dem Radius r bewegt, führt eine **gleichförmige Kreisbewegung** aus und erfährt eine zum Kreismittelpunkt hin gerichtete **Radial-** oder **Zen-**

tripetalbeschleunigung \vec{a}_R mit dem Betrag

$$a_R = \frac{v^2}{r}.$$

Die Frequenz f ist die Anzahl der vollständigen Umdrehungen pro Sekunde. Die Periode T ist die Zeit, die für eine vollständige Umdrehung benötigt wird, und steht durch

$$T = \frac{1}{f}$$

in Beziehung zur Frequenz.

Verständnisfragen

- 1 Ein Auto fährt mit 40 km/h direkt nach Osten und ein zweites Auto fährt mit 40 km/h nach Norden. Sind ihre Geschwindigkeiten identisch? Erklären Sie.
- 2 Können Sie aus der Tatsache, dass der Tachometer eines Autos gleichbleibend 60 km/h anzeigt, schließen, dass das Auto nicht beschleunigt?
- 3 Können Sie mehrere Beispiele für die Bewegung eines Körpers angeben, in denen ein großer Weg zurückgelegt wird, die Verschiebung aber Null ist?
- 4 Kann der Verschiebungsvektor für einen Massenpunkt, der sich in zwei Raumrichtungen bewegt, jemals länger als die Länge des von dem Massenpunkt in demselben Zeitintervall zurückgelegten Weges sein? Kann er jemals kürzer sein? Erörtern Sie.
- 5 Beim Baseballtraining schlägt der Schlagmann einen sehr hohen Flugball und läuft dann in einer geraden Linie und fängt ihn. Hatte der Spieler oder der Ball den größeren Weg?
- 6 Kann der Betrag eines Vektors jemals (a) identisch mit einer seiner Komponenten oder (b) kleiner sein als sie?
- 7 Kann ein Körper mit konstanter skalarer Geschwindigkeit beschleunigen? Was gilt, wenn er eine konstante vektorielle Geschwindigkeit hat?
- 8 Kann ein Vektor mit dem Betrag Null eine Komponente ungleich Null haben?
- 9 Misst der Kilometerzähler eines Autos eine Skalar- oder Vektorgröße? Wie sieht es beim Tacho aus?
- 10 Ein Kind möchte herausfinden, wie groß die Geschwindigkeit ist, die eine Steinschleuder einem Stein verleiht. Wie kann das mithilfe eines Zollstocks, eines Steins und einer Steinschleuder geschehen?
- 11 Ist es bei einer Wurfbewegung erforderlich, die Bewegung in drei Raumrichtungen zu betrachten, wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt? Was, wenn der Luftwiderstand nicht vernachlässigt werden kann? Erörtern Sie.
- 12 Welche physikalischen Faktoren sind für einen Weitspringer wichtig? Wie sieht es beim Hochsprung aus?
- 13 In welchem Punkt seiner Flugbahn hat ein Geschoss die geringste Geschwindigkeit?
- 14 Es wurde berichtet, dass im Ersten Weltkrieg ein französischer Pilot, der in einer Höhe von 2 km flog, eine auf sein Flugzeug abgefeuerte Kugel mit bloßen Händen gefangen hat! Erklären Sie, wie dies geschehen konnte, und verwenden Sie dabei die Tatsache, dass eine Kugel aufgrund des Luftwiderstandes erheblich langsamer wird.
- 15 Ein Auto fährt mit konstanten 50 km/h durch eine Kurve. Hat es eine andere Beschleunigung, wenn es dieselbe Kurve mit konstanten 70 km/h durchfährt? Erklären Sie.

Kapitel 4

Dynamik: Die Newton'schen Axiome

Dieses Flugzeug startet gerade. Es beschleunigt, und seine Geschwindigkeit nimmt rasch zu. Dafür muss gemäß dem zweiten Newton'schen Axiom, $\vec{F} = m \vec{a}$, eine Kraft auf das Flugzeug ausgeübt werden. Was übt diese Kraft aus? Die aus den Düsentriebwerken nach hinten ausgestoßenen Gase üben eine Kraft auf die Düsentriebwerke aus, die starr mit dem Flugzeug verbunden sind. Nach dem dritten Newton'schen Axiom ist die Kraft, die auf die Gase wirkt, gleich groß, aber entgegengesetzt der Kraft, die auf das Düsentriebwerk und damit auf das Flugzeug wirkt. Die durch die Gase auf das Flugzeug wirkenden Kräfte \vec{F}_{FG} beschleunigen das Flugzeug.



Wir haben erörtert, wie eine Bewegung mithilfe von Geschwindigkeit und Beschleunigung beschrieben wird. Jetzt geht es um die Frage, *warum* sich Körper so bewegen, wie sie es tun: Was setzt einen ruhenden Körper in Bewegung? Warum beschleunigt oder bremst ein Körper ab? Welche Kräfte führen zu einer kreisförmigen Bewegung eines Körpers? In allen Fällen können wir antworten, dass eine Kraft erforderlich ist. In diesem Kapitel¹ untersuchen wir die Verbindung zwischen Kraft und Bewegung, ein Thema, das **Dynamik** genannt wird.

4.1 Kraft



Abbildung 4.1 Kraft, die auf einen Einkaufswagen ausgeübt wird – in diesem Fall von einem Kind.

Intuitiv erleben wir **Kraft** als eine Art von Zug oder Schub auf einen Körper. Schiebt man ein liegen gebliebenes Auto oder einen Einkaufswagen (► **Abbildung 4.1**), so übt man eine Kraft darauf aus. Wenn ein Motor einen Aufzug bewegt oder ein Hammer auf einen Nagel schlägt oder der Wind die Blätter an einem Baum bewegt, wirkt eine Kraft. Wir sagen, dass ein Körper aufgrund der *Schwerkraft* (gewöhnl. *Gravitationskraft* genannt) fällt. Kräfte bewirken nicht immer eine Bewegung. Man kann z. B. sehr stark gegen einen schweren Schreibtisch drücken, ohne dass er sich bewegt.

Wenn sich ein Körper im Stillstand befindet, bedarf es einer Kraft, um ihn in Bewegung zu setzen – d. h. um ihn von der Geschwindigkeit null auf eine Geschwindigkeit ungleich null zu beschleunigen. Bewegt sich ein Körper bereits, bedarf es zur Änderung seiner Geschwindigkeit – entweder in der Richtung oder im Betrag – wiederum einer Kraft. Mit anderen Worten, zur Beschleunigung eines Körpers wird eine Kraft benötigt. In **Abschnitt 4.4** erörtern wir die genaue Beziehung zwischen Kraft und Beschleunigung, das zweite Newton'sche Axiom.

Messen einer Kraft

Zur Messung des Betrages einer Kraft kann z. B. eine Federwaage (► **Abbildung 4.2**) verwendet werden. Man kann mit einer Federwaage auch das Gewicht eines Körpers messen. Mit Gewicht meinen wir die auf den Körper wirkende Gravitationskraft (**Abschnitt 4.6**). Die einmal kalibrierte Federwaage kann auch für die Messung anderer Kräfte eingesetzt werden, z. B. der in **Abbildung 4.2** dargestellten Zugkraft.

Eine Kraft hat sowohl eine Richtung als auch einen Betrag und ist ein Vektor, der den in **Kapitel 3** erörterten Regeln der Gesetze der Vektoraddition folgt. In einer Zeichnung können wir jede Kraft durch einen Vektorpfeil darstellen, ebenso wie die Geschwindigkeit. Die Richtung des Vektorpfeils ist die Richtung der Kraft, und seine Länge wird proportional zum Betrag der Kraft gezeichnet.

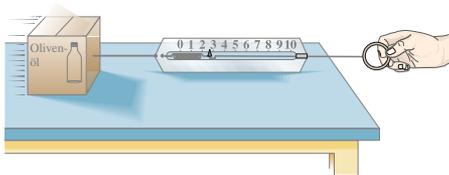


Abbildung 4.2 Eine zur Messung einer Kraft verwendete Federwaage.

¹ Wir behandeln hier jegliche Art von Körpern aus unserem alltäglichen Leben. Die submikroskopische Welt der Atome und Moleküle muss gesondert behandelt werden. Und sehr schnelle Körper, die nahezu Lichtgeschwindigkeit ($3,0 \cdot 10^8$ m/s) erreichen, müssen mithilfe der Relativitätstheorie (**Kapitel 24**) untersucht werden.

4.2 Das erste Newton'sche Axiom

Welcher Bezug besteht zwischen Kraft und Bewegung? Aristoteles (384–322 v. Chr.) glaubte, dass eine Kraft notwendig sei, um einen Körper entlang einer horizontalen Ebene (senkrecht zur Richtung der Fallbeschleunigung) in Bewegung zu halten. Laut Aristoteles wäre der natürliche Zustand eines Körpers die Ruhelage, und er glaubte, dass eine Kraft benötigt würde, um einen Körper in Bewegung zu halten. Außerdem behauptete Aristoteles, dass je größer die auf den Körper ausgeübte Kraft, desto größer seine Geschwindigkeit sei.

Rund 2000 Jahre später vertrat Galileo Galilei (1564–1642) eine andere Ansicht und behauptete, dass es für einen Körper ebenso natürlich sei, sich mit konstanter Geschwindigkeit in horizontaler Richtung (senkrecht zur Richtung der Fallbeschleunigung) zu bewegen wie sich in der Ruhelage zu befinden.

Um Galileis Idee zu verstehen, betrachten wir folgende Beobachtungen bezüglich der Bewegung entlang einer horizontalen Ebene: Um einen Körper mit einer rauen Oberfläche mit konstanter Geschwindigkeit über eine Tischplatte zu bewegen, bedarf es einer bestimmten Kraft. Um einen gleich schweren Körper mit einer sehr glatten Oberfläche mit derselben Geschwindigkeit über den Tisch zu schieben, wird weniger Kraft benötigt. Wenn eine Ölschicht oder ein anderes Schmiermittel zwischen der Oberfläche des Körpers und dem Tisch aufgetragen wird, wird fast keine Kraft benötigt, um den Körper zu bewegen. Beachten Sie, dass bei jedem weiteren Schritt weniger Kraft erforderlich ist. Als nächstes können wir uns eine Situation vorstellen, in der der Körper den Tisch gar nicht berührt – oder in der sich ein perfektes Schmiermittel zwischen dem Körper und dem Tisch befindet – und können die Theorie aufstellen, dass sich der Körper, wenn er einmal in Bewegung gesetzt wurde, mit konstanter Geschwindigkeit *ohne* Krafteinwirkung über den Tisch bewegen würde. Ein Stahlkugellager auf einer harten horizontalen Fläche kommt dieser Situation nahe. Aber auch ein Puck auf einem Luftkissentisch (► [Abbildung 4.3](#)), auf dem eine dünne Luftschicht die Reibung auf nahezu null reduziert, ist ein Beispiel.

Galileis Intelligenz verdanken wir die Vorstellung einer solchen idealisierten Welt – in diesem Fall einer Welt, in der keine Reibung existiert – und die Erkenntnis, dass diese idealisierte Welt eine praktischere Sicht der realen Welt bieten könnte. Diese Idealisierung führte ihn zu seiner bemerkenswerten Schlussfolgerung, dass, wenn keine Kraft auf einen sich bewegenden Körper einwirkt, dieser Körper sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer geraden Linie weiterbewegt. Ein Körper wird nur dann langsamer, wenn eine Kraft auf ihn ausgeübt wird. Galileo Galilei interpretierte daher die Reibung als Kraft, die der Zug- bzw. Schubkraft ähnelt.

Einen Körper mit konstanter Geschwindigkeit über einen Tisch zu schieben, erfordert eine Kraft von Ihrer Hand, nur um die Reibungskraft auszugleichen (► [Abbildung 4.4](#)). Wenn sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, ist der Betrag ihrer Schubkraft gleich dem Betrag der Reibungskraft. Diese beiden Kräfte haben allerdings entgegengesetzte Richtungen, so dass die auf den Gegenstand wirkende resultierende Kraft (die Vektorsumme der beiden Kräfte, oder auch Nettokraft genannt) null ist.

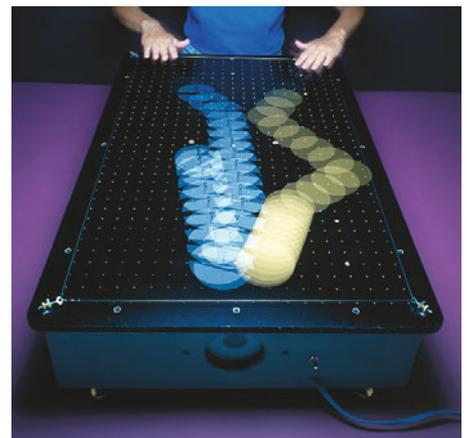


Abbildung 4.3 Foto eines Luftkissentisches. Luft, die aus vielen kleinen Öffnungen austritt, bildet eine dünne Schicht zwischen dem Tisch und einem Puck, der sich nach einem kleinen Anstoß mit nahezu konstanter Geschwindigkeit in einer geraden Linie bewegt (bis er auf eine Wand oder einen anderen Puck trifft).

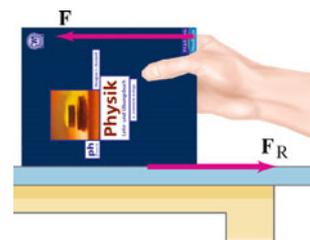


Abbildung 4.4 \vec{F} stellt die Kraft dar, die von der Person ausgeübt wird, und \vec{F}_R ist die Reibungskraft.



Abbildung 4.5 Sir Isaac Newton (1642–1727).

Diese Tatsache entspricht Galileis Ansicht, da sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit weiterbewegt, wenn keine Kraft auf ihn wirkt.

Auf dieser Grundlage baute Sir Isaac Newton (► [Abbildung 4.5](#)) seine berühmte Bewegungstheorie auf. Newtons Bewegungsanalyse wird in seinen berühmten drei Bewegungsgesetzen (den Newton'schen Axiomen) zusammengefasst. In seinem großen Werk *Principia* (1687) erkennt Newton seine Schuld gegenüber Galilei bereitwillig an. Tatsächlich ist das **erste Newton'sche Axiom** sehr nah an Galileis Schlussfolgerungen. Es besagt:

Jeder Körper beharrt so lange im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung, wie keine Kraft auf ihn einwirkt.

Trägheit

Die Tendenz eines Körpers, den Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung beizubehalten, nennt man **Trägheit**. Folglich wird das erste Newton'sche Axiom häufig als **Trägheitsgesetz** bezeichnet.

Inertialsysteme

Das erste Newton'sche Axiom gilt nicht in jedem Bezugssystem. Wenn sich Ihr Bezugssystem z. B. fest in einem Auto befindet und das Auto beschleunigt, beginnt ein Körper wie z. B. eine Flasche, die sich im Fahrzeug befindet, möglicherweise, in Ihre Richtung zu rollen (so lange die Geschwindigkeit des Autos konstant war, blieb sie in der Ruhelage). Die Flasche hat in Ihre Richtung beschleunigt, obwohl weder Sie noch irgendjemand eine Kraft auf sie in dieser Richtung ausgeübt hat. In einem solchen beschleunigten Bezugssystem gilt das erste Newton'sche Axiom nicht. Bezugssysteme, in denen das erste Newton'sche Axiom gilt, werden **Inertialsysteme** genannt – in ihnen gilt das Trägheitsgesetz. In den meisten Fällen können wir davon ausgehen, dass die fest auf der Erde befindlichen Bezugssysteme sich wie Inertialsysteme verhalten. Aufgrund der Erdrotation ist dies nicht exakt richtig, aber normalerweise eine gute Näherung. Jedes Bezugssystem (z. B. ein Auto oder ein Flugzeug), das sich mit konstanter Geschwindigkeit relativ zu einem Inertialsystem bewegt, ist ebenfalls ein Inertialsystem. Bezugssysteme, in denen das Trägheitsgesetz *nicht* gilt, wie z. B. das oben genannte beschleunigende Bezugssystem, werden **nichtinertiale Bezugssysteme** genannt. Wie können wir sicher sein, ob es sich um ein Inertialsystem oder um ein nichtinertiales System handelt? Durch eine Prüfung, ob das erste Newton'sche Axiom gilt. Somit dient das erste Newton'sche Axiom auch als Definition von Inertialsystemen.

4.3 Masse

Das zweite Newton'sche Axiom, das wir im nächsten Abschnitt erörtern, verwendet den Begriff Masse. Newton benutzte den Begriff *Masse* als Synonym für die *Stoffmenge*. Diese intuitive Vorstellung der Masse eines Körpers ist nicht sehr genau, da der Begriff „Stoffmenge“ nicht sehr gut definiert ist. Genauer formuliert können wir sagen, dass **Masse** ein *Maß für die Trägheit eines Körpers* ist. Je mehr Masse ein Körper hat, desto mehr Kraft ist

Masse als Trägheit

notwendig, um ihm eine bestimmte Beschleunigung zu geben. Es ist dann schwieriger, ihn aus der Ruhelage in Bewegung zu setzen, ihn während der Bewegung zum Anhalten zu bringen oder seine Geschwindigkeit zur Seite aus einer geradlinigen Bahn zu verändern. Ein Lastwagen (Lkw) hat eine wesentlich größere Trägheit als ein Fußball, der sich mit derselben Geschwindigkeit bewegt, und es bedarf wesentlich mehr Kraft, um die Geschwindigkeit des Lkw im gleichen Verhältnis zu verändern. Er hat folglich viel mehr Masse. Im nächsten Abschnitt wird erläutert, wie wir Masse in Bezug zur Trägheit definieren.

Um den Begriff Masse quantitativ zu messen, müssen wir einen Standard definieren. Die SI-Einheit der Masse ist **Kilogramm** (kg), wie wir in [Abschnitt 1.4](#) erläutert haben.

Die Begriffe *Masse* und *Gewicht* werden oft verwechselt. Dabei ist es wichtig, zwischen beiden zu unterscheiden. *Masse* ist eine Eigenschaft des Körpers selbst – sie ist ein Maß der Trägheit des Körpers oder seiner „Stoffmenge“. *Gewicht* ist dagegen *eine Kraft*, und zwar die auf den Körper wirkende Schwerkraft (Gravitationskraft). Um den Unterschied zu verdeutlichen, nehmen wir an, wir nehmen einen Körper mit auf den Mond. Der Körper wiegt nur dort etwa ein Sechstel von seinem Gewicht auf der Erde, da die Gravitationskraft am Mond schwächer ist. Seine Masse jedoch bleibt gleich. Er wird dieselbe Stoffmenge und ebenso viel Trägheit besitzen – denn bei Nichtvorhandensein von Reibung wird es genauso schwierig sein, ihn in Bewegung zu setzen bzw. ihn anzuhalten, wenn er erst in Bewegung ist. (Weitere Informationen zum Gewicht siehe [Abschnitt 4.6](#).)

Masse vs. Gewicht

4.4 Das zweite Newton'sche Axiom

Das erste Newton'sche Axiom besagt, dass, wenn keine Kraft auf einen Körper wirkt, der Körper in der Ruhelage verharrt, oder wenn der Körper sich bewegt, er mit konstanter Geschwindigkeit in einer geradlinigen Bewegung bleibt. Aber was passiert, wenn eine Kraft auf einen Körper ausgeübt wird? Newton fand heraus, dass sich die Geschwindigkeit ändert ([► Abbildung 4.6](#)). Eine auf einen Körper ausgeübte Kraft bewirkt, dass seine Geschwindigkeit zunimmt oder, wenn die Kraft in entgegengesetzter Richtung zur Bewegung ausgeübt wird, dass die Geschwindigkeit abnimmt. Wenn die resultierende Kraft seitlich auf einen sich bewegenden Körper wirkt, ändert sich die *Richtung* der Geschwindigkeit (und möglicherweise auch der Betrag). Da eine Änderung der Geschwindigkeit eine Beschleunigung darstellt ([Kapitel 2, Abschnitt 2.4](#)), können wir sagen, dass *eine resultierende Kraft eine Beschleunigung verursacht*.

Wie genau sieht die Beziehung zwischen Beschleunigung und Kraft aus? Alltägliche Erfahrungen können diese Frage beantworten. Betrachten Sie die Kraft, die erforderlich ist, einen Einkaufswagen zu schieben, dessen Reibung vernachlässigt werden kann. Betrachten Sie die Resultierende, d. h. die von Ihnen ausgeübte Kraft abzüglich der Reibungskraft, wenn Reibung vorhanden ist. Wenn Sie jetzt für eine bestimmte Zeit mit geringer, aber konstanter Kraft schieben, bewirken Sie, dass der Einkaufswagen aus dem Stillstand auf eine bestimmte Geschwindigkeit, z. B. 3 km/h, beschleunigt. Wenn Sie mit



Abbildung 4.6 Der Bob beschleunigt, weil das Team eine Kraft auf ihn ausübt.

der doppelten Kraft schieben, werden Sie sehen, dass der Wagen die Geschwindigkeit von 3 km/h in der halben Zeit erreicht. Das bedeutet, dass die Beschleunigung doppelt so groß ist. Wenn sie die Kraft verdoppeln, verdoppelt sich die Beschleunigung. Wenn Sie die Kraft verdreifachen, verdreifacht sich die Beschleunigung usw. Daher ist die Beschleunigung eines Körpers direkt proportional zur einwirkenden beschleunigenden Kraft.

Aber die Beschleunigung hängt auch von der Masse des Körpers ab. Wenn Sie einen leeren Einkaufswagen mit derselben Kraft wie einen vollen Einkaufswagen schieben, werden Sie feststellen, dass der Einkaufswagen mit der größeren Masse langsamer beschleunigt. Je größer die Masse, desto kleiner die Beschleunigung bei derselben beschleunigenden Kraft. Die mathematische Beziehung, so argumentierte Newton, besagt, dass die Beschleunigung eines Körpers umgekehrt proportional zu seiner Masse ist. Diese Beziehungen gelten im Allgemeinen und können wie folgt zusammengefasst werden:

Die Beschleunigung eines Körpers ist direkt proportional zu der auf ihn einwirkenden Kraft und umgekehrt proportional zu seiner Masse. Die Richtung der Beschleunigung ist die Richtung der auf den Körper wirkenden Kraft.

Dies ist das **zweite Newton'sche Axiom**. Als Gleichung können wir schreiben:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m},$$

wobei \vec{a} für die Beschleunigung steht, m für die Masse und $\sum \vec{F}$ für die Summe der auf den Körper wirkenden Kräfte. Das Symbol \sum (Griechisch „Sigma“) steht für „die Summe aus“. \vec{F} steht für Kraft, also bedeutet $\sum \vec{F}$ die *Vektorsumme aller auf den Körper einwirkenden Kräfte*, die wir als Resultierende oder Gesamtkraft definieren.

Wir stellen diese Gleichung um, um die vertraute Darstellung des zweiten Newton'schen Axioms zu erhalten:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \quad (4.1)$$

Das zweite Newton'sche Axiom setzt die Beschreibung von Bewegung mit der Ursache der Bewegung, der Kraft, in Beziehung. Hierbei handelt es sich um eine der grundlegenden Beziehungen in der Physik. Aus dem zweiten Newton'schen Axiom können wir die **Definition der Kraft** als einen *Prozess, der die Beschleunigung eines Körpers verursachen kann*, ableiten.

Jede Kraft \vec{F} ist ein Vektor mit Betrag und Richtung.

Beispiel 4.1 · Abschätzung**Kraft zur Beschleunigung eines schnellen Autos**

Schätzen Sie die resultierende Kraft ab, die erforderlich ist, um (a) ein Auto mit einer Masse von 1000 kg mit $\frac{1}{2}g$, (b) einen Apfel (Masse 200 g) mit derselben Beschleunigung zu beschleunigen.²

Lösung

a Die Beschleunigung des Autos ist $a = \frac{1}{2}g = \frac{1}{2}(9,81 \text{ m/s}^2) \approx 5 \text{ m/s}^2$. Um die resultierende Kraft zu berechnen, die erforderlich ist, um diese Beschleunigung zu erreichen, wenden wir das zweite Newton'sche Axiom an:

$$\sum F = ma \approx 1000 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s}^2 = 5000 \text{ N} .$$

b Für den Apfel gilt

$$\sum F = ma \approx 0,200 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N} .$$

Die SI-Einheit der Masse ist Kilogramm, die der Kraft ist **Newton** (N).

Ein Newton ist die Kraft, die erforderlich ist, um eine Beschleunigung von 1 m/s^2 auf eine Masse von 1 kg zu übertragen. Daher gilt $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

Wie bereits in [Abschnitt 4.3](#) erwähnt, können wir den Begriff Masse durch Verwendung seiner Definition als Maß der Trägheit quantitativ messen. Wie man das macht, ist aus der [Gleichung 4.1](#) ersichtlich. Dort wird deutlich, dass die Beschleunigung eines Körpers umgekehrt proportional zu seiner Masse ist. Wenn dieselbe Gesamtkraft $\sum F$ wirkt, um zwei Massen m_1 und m_2 zu beschleunigen, kann das Verhältnis ihrer Massen als das umgekehrte Verhältnis ihrer Beschleunigungen definiert werden:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} .$$

Wenn eine der Massen bekannt ist (dies könnte das Standardkilogramm sein) und die beiden Beschleunigungswerte genau gemessen werden, ergibt sich die unbekannte Masse aus dieser Gleichung. Wenn z. B. $m_1 = 1,00 \text{ kg}$ ist und für eine bestimmte Kraft $a_1 = 3,00 \text{ m/s}^2$ und $a_2 = 2,00 \text{ m/s}^2$ gilt, dann ist $m_2 = 1,50 \text{ kg}$.

Das zweite Newton'sche Axiom ist wie das erste nur in Inertialsystemen gültig. In den nichtinertialen Systemen eines beschleunigenden Autos z. B. beginnt sich eine Flasche zu bewegen – zu beschleunigen –, obwohl die auf sie wirkende resultierende Kraft null ist. Somit gilt $\sum F = ma$ in einem solchen beschleunigenden Bezugssystem nicht.

Definition der Masse

² Achtung: Verwechseln Sie die Bezeichnung g für Gramm nicht mit der Bezeichnung *g* für die Fallbeschleunigung. Letztere ist immer in Kursivschrift (oder als Vektor im Fettdruck) angegeben.

4.5 Das dritte Newton'sche Axiom

Eine Kraft wirkt auf einen Körper und wird von einem anderen Körper ausgeübt

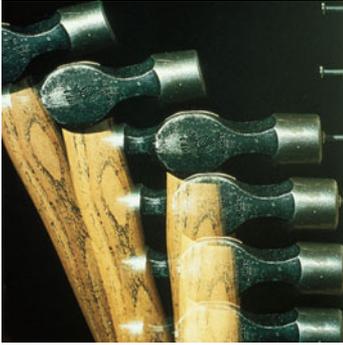


Abbildung 4.7 Mehrfach belichtete Aufnahme eines Hammers, der auf einen Nagel schlägt. Nach dem dritten Newton'schen Axiom übt der Hammer eine Kraft auf den Nagel aus, und der Nagel wiederum eine Kraft auf den Hammer. Letztere bremst den Hammer ab und bringt ihn zum Stillstand.

Aktion und Reaktion wirken auf verschiedene Körper



Abbildung 4.8 Wenn Ihre Hand gegen die Kante eines Tisches drückt (der Kraftvektor ist in rot dargestellt), drückt auch der Tisch wieder gegen Ihre Hand (dieser Kraftvektor ist in violett dargestellt, um zu verdeutlichen, dass diese Kraft auf einen anderen Körper wirkt).

Das zweite Newton'sche Axiom beschreibt quantitativ, wie Kräfte Bewegungen beeinflussen. Aber wo, können wir fragen, kommen die Kräfte her? Beobachtungen deuten darauf hin, dass eine auf einen Körper wirkende Kraft immer *von einem anderen Körper* ausgeübt wird. Ein Pferd zieht einen Wagen, eine Person schiebt einen Einkaufswagen, ein Hammer schlägt auf einen Nagel, ein Magnet zieht eine Büroklammer an. In jedem dieser Beispiele wirkt eine Kraft *auf* einen Körper, und diese Kraft wird *von* einem anderen Körper ausgeübt. Die *auf* den Nagel ausgeübte Kraft wird z. B. von dem Hammer ausgeübt.

Aber Newton erkannte, dass die Beziehung nicht nur in eine Richtung funktioniert. Sicherlich übt der Hammer eine Kraft auf den Nagel aus (► [Abbildung 4.7](#)). Aber offensichtlich übt auch der Nagel wiederum eine Kraft auf den Hammer aus, da die Geschwindigkeit des Hammers bei Kontakt schnell auf null sinkt. Nur eine starke Kraft könnte ein solch rapides Abbremsen des Hammers bewirken. Daher, so Newton, müssen beide Körper gleich behandelt werden. Der Hammer übt eine Kraft auf den Nagel aus und der Nagel übt wieder eine Kraft auf den Hammer aus. Dies ist der Inhalt des **dritten Newton'schen Axioms**:

Wenn ein Körper auf einen zweiten Körper eine Kraft ausübt, übt auch der zweite Körper eine gleich große, aber entgegengerichtete Kraft auf den ersten Körper aus.

Dieses Gesetz wird manchmal in etwas abgewandelter Form wiedergegeben: „Auf jede Aktion folgt eine gleich starke und entgegengerichtete Reaktion.“ Dies ist absolut richtig. Aber um Verwechslungen zu vermeiden, ist es wichtig, daran zu denken, dass die „Aktions“-Kraft und die „Reaktions“-Kraft auf *verschiedene* Körper wirken.

Als Beweis der Gültigkeit des dritten Newton'schen Axioms schauen Sie sich Ihre eigene Hand an, wenn Sie einen Einkaufswagen schieben oder gegen die Kante eines Tisches drücken, ► [Abbildung 4.8](#). Die Form Ihrer Hand ist verzerrt, ein klarer Beweis dafür, dass eine Kraft auf sie wirkt. Sie können *sehen*, wie die Kante des Tisches in Ihre Hand drückt. Sie können sogar *fühlen*, dass der Tisch eine Kraft auf Ihre Hand ausübt: Es tut weh! Je stärker Sie gegen den Tisch drücken, desto stärker drückt auch der Tisch gegen Ihre Hand. (Beachten Sie, dass Sie nur die Kräfte fühlen, die *auf* Sie selbst wirken, nicht die, die Sie auf andere Körper ausüben.)

Zur weiteren Veranschaulichung des dritten Newton'schen Axioms betrachten Sie die Schlittschuhläuferin in ► [Abbildung 4.9a](#). Da zwischen ihren Schlittschuhen und dem Eis nur eine sehr geringe Reibung vorhanden ist, wird sie sich frei bewegen, wenn eine Kraft auf sie einwirkt. *Sie* drückt sich an der Bande ab und beginnt dann *selbst*, sich rückwärts zu bewegen. Zweifellos muss eine Kraft auf sie wirken, damit sie sich bewegt. Die Kraft, die sie auf die Bande ausübt, kann *sie* nicht in Bewegung setzen, denn diese Kraft wirkt auf die Bande. Eine Kraft muss auf sie einwirken, die sie in Bewegung setzt, und diese Kraft kann nur von der Bande ausgeübt werden. Die Kraft, die die Bande auf sie ausübt, ist gemäß dem dritten Newton'schen Axiom gleich der Kraft, die sie auf die Bande ausübt, und dieser Kraft entgegengerichtet.

Wenn eine Person ein Paket aus einem Boot (das sich anfangs im Stillstand befindet) wirft, beginnt das Boot, sich in die entgegengesetzte Richtung zu bewegen. Die Person übt eine Kraft auf das Paket aus. Das Paket übt seinerseits wieder eine gleich große und entgegengerichtete Kraft auf die Person aus und diese Kraft treibt die Person (und das Boot) leicht rückwärts. Der Antrieb einer Rakete ist ebenfalls mithilfe des dritten Newton'schen Axioms zu erklären (► **Abbildung 4.9b**). Eine weit verbreitete falsche Annahme ist die Vorstellung, dass Raketen beschleunigen, weil die Gase, die aus dem Triebwerk austreten, gegen den Boden oder die Atmosphäre drücken. Falsch! Tatsächlich übt die Rakete eine starke Kraft auf die Gase aus und stößt sie auf diese Weise aus. Die Gase üben eine gleich große und entgegengerichtete Kraft *auf die Rakete* aus. Diese Kraft treibt die Rakete an. Daher wird ein Raumfahrzeug im luftleeren Raum gesteuert, indem man seine Raketen in die Richtung abfeuert, die der Richtung, in die das Raumfahrzeug beschleunigen soll, entgegengesetzt ist.

Betrachten wir, wie wir gehen. Eine Person beginnt zu gehen, indem sie mit ihrem Fuß gegen den Boden drückt. Der Boden übt dann eine gleich große und entgegengerichtete Kraft auf die Person aus (► **Abbildung 4.10**). Diese *auf* die Person wirkende Kraft bewegt die Person vorwärts. (Wenn Sie dies bezweifeln, versuchen Sie, auf sehr glattem, rutschigem Eis zu gehen.) In ähnlicher Weise fliegt ein Vogel vorwärts: Der Vogel übt auf die Luft eine Kraft aus, und die Luft drückt wiederum auf die Flügel des Vogels, der auf diese Weise vorwärts getrieben wird.

Beispiel 4.2 · Begriffsbildung

Was übt die Kraft auf ein Auto aus?

Was veranlasst ein Auto, sich vorwärts zu bewegen?

Lösung

Eine übliche Antwort ist, dass der Motor das Auto vorwärts bewegt. Aber so einfach ist es nicht. Der Motor sorgt dafür, dass die Räder sich drehen. Doch was nutzt das, wenn sie sich auf rutschigem Eis oder im Schlamm befinden? Sie drehen sich einfach nur. Ein Auto bewegt sich vorwärts aufgrund der Reibungskraft, die der Boden auf die Reifen ausübt. Diese Kraft ist wiederum eine Reaktion auf die Kraft, die die Reifen auf den Boden ausüben.

Aus den oben erörterten Beispielen ist klar, dass es sehr wichtig ist zu wissen, *auf* welchen Körper eine gegebene Kraft wirkt und *von* welchem Körper diese Kraft ausgeübt wird. Das bedeutet, dass eine Kraft die Bewegung eines Körpers nur beeinflusst, wenn sie *auf* diesen Körper wirkt. Eine *von* einem Körper ausgeübte Kraft beeinflusst diesen Körper nicht. Sie beeinflusst nur den anderen Körper, *auf* den sie einwirkt. Um Verwechslungen zu vermeiden, müssen daher die beiden Präpositionen *auf* und *von* immer – und zwar sorgfältig – benutzt werden.

Um die Übersicht darüber zu behalten, welche Kraft auf welchen Körper wirkt, verwenden wir doppelte tiefgestellte Indizes. Die Kraft, die in **Abbildung 4.10** von dem **B**oden auf die **P**erson ausgeübt wird, kann z. B. mit \vec{F}_{PB}

ANGEWANDTE PHYSIK

Wie beschleunigt eine Rakete?



a



b

Abbildung 4.9 Zwei Beispiele für das dritte Newton'sche Axiom. (a) Wenn eine Schlittschuhläuferin gegen die Bande drückt, drückt die Bande zurück und diese Kraft veranlasst die Läuferin, sich von der Bande weg zu bewegen. (b) Start einer Rakete. Das Triebwerk der Rakete stößt die Gase aus, und die Gase üben eine gleich große und entgegengerichtete Kraft zurück auf die Rakete aus und beschleunigen sie auf diese Weise.



Abbildung 4.10 Wir können vorwärts gehen, weil, wenn ein Fuß nach hinten gegen den Boden drückt, der Boden diesen Fuß nach vorn schiebt. Die beiden dargestellten Kräfte wirken auf verschiedene Körper.

DAS DRITTE NEWTON'SCHE AXIOM

$$\vec{F}_{BP} = -\vec{F}_{PB} . \quad (4.2)$$

\vec{F}_{BP} und \vec{F}_{PB} haben denselben Betrag. Das Minuszeichen erinnert uns daran, dass diese beiden Kräfte in entgegengesetzte Richtungen wirken.

Beachten Sie genau, dass die beiden in [Abbildung 4.10](#) oder [Abbildung 4.11](#) dargestellten Kräfte auf verschiedene Körper wirken. Deshalb haben wir für die Pfeile, die die Kräfte darstellen, unterschiedliche Farben verwendet. Diese beiden Kräfte würden nie gemeinsam in einer Kräfte-summe im zweiten Newton'schen Axiom, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, erscheinen. Warum nicht? Weil \vec{a} die Beschleunigung eines bestimmten Körpers ist und $\sum \vec{F}$ nur die Kräfte beinhalten darf, die auf diesen Körper wirken.

PROBLEMLÖSUNG

Seien Sie sich bei jeder Kraft darüber im Klaren, **auf** welchen Körper sie wirkt und **von** welchem Körper sie ausgeübt wird. $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ gilt nur für Kräfte, die **auf** einen Körper wirken.

4.6 Gewicht – Die Gravitationskraft

Galileo Galilei behauptete, dass Körper, die in der Nähe der Erdoberfläche frei fallen, alle mit derselben Beschleunigung \vec{g} fallen, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann. Die Kraft, die diese Beschleunigung verursacht, wird Gravitationskraft genannt. Wir wenden jetzt das zweite Newton'sche Axiom auf die Gravitationskraft an, und für die Beschleunigung \vec{a} verwenden wir die nach unten gerichtete Fallbeschleunigung \vec{g} . Somit kann die auf einen Körper wirkende Gravitationskraft \vec{F}_G , deren Betrag normalerweise als ihr **Gewicht** bezeichnet wird, geschrieben werden als

$$\vec{F}_G = m\vec{g} . \quad (4.3)$$

Diese Kraft ist nach unten auf den Erdmittelpunkt hin gerichtet.

In SI-Einheiten gilt³ $g = 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N/kg}$, so dass das Gewicht einer Masse von 1,00 kg auf der Erde $1,00 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N}$ beträgt. Wir werden uns hauptsächlich mit dem Gewicht von Körpern auf der Erde beschäftigen, aber wir nehmen zur Kenntnis, dass das Gewicht einer gegebenen Masse auf dem Mond, auf anderen Planeten oder im Weltraum unterschiedlich ist. Auf dem Mond beträgt die Fallbeschleunigung z. B. ungefähr ein Sechstel der Fallbeschleunigung auf der Erde, und eine Masse von 1,0 kg erfährt eine Gewichtskraft von nur 1,6 N.

Die Gravitationskraft wirkt auf einen Körper, wenn er frei fällt. Wenn sich ein Körper auf der Erde in der Ruhelage befindet, verschwindet die auf ihn wirkende Gravitationskraft nicht. Dies ist zu erkennen, wenn man den Körper mit einer Federwaage wiegt. Dieselbe Kraft, die durch die [Gleichung 4.3](#) gegeben ist, wirkt weiter. Warum bewegt sich der Körper dann nicht? Aus dem zweiten Newton'schen Axiom wissen wir, dass die resultierende Kraft, die auf einen Körper wirkt, der sich im Stillstand befindet, null ist. Es muss eine andere Kraft auf den Körper wirken, um die Gravitationskraft auszugleichen. Bei einem Körper, der auf einem Tisch ruht, übt der Tisch diese aufwärts gerichtete Kraft aus, siehe [Abbildung 4.12](#). Der Tisch wird unter



Abbildung 4.11 Das dritte Newton'sche Axiom. Tiefgestellte Indizes an den Vektorsymbolen der Kräfte zeigen uns, auf welchen Körper eine Kraft wirkt und von welchem Körper sie ausgeübt wird.

³ Da $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$ ([Abschnitt 4.4](#)), ist $1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N/kg}$.