

Band 1

Christoph Bruns

Frieder Meyer-Bullerdiek

PROFESSIONELLES PORTFOLIO- MANAGEMENT

Aufbau, Umsetzung und Erfolgskontrolle von Anlagestrategien

7. Auflage

SCHÄFFER
POESCHEL

Hinweis zum Urheberrecht:

Alle Inhalte dieses eBooks sind urheberrechtlich geschützt.

Bitte respektieren Sie die Rechte der Autorinnen und Autoren, indem Sie keine ungenehmigten Kopien in Umlauf bringen.

Dafür vielen Dank!

Professionelles Portfoliomanagement (Band 1)

Christoph Bruns/Frieder Meyer-Bullerdiek

Professionelles Portfoliomanagement (Band 1)

Aufbau, Umsetzung und Erfolgskontrolle von Anlagestrategien

7., aktualisierte und überarbeitete Auflage

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de/> abrufbar.

Print:	ISBN 978-3-7910-6783-4	Bestell-Nr. 12249-0001
ePub:	ISBN 978-3-7910-6784-1	Bestell-Nr. 12249-0100
ePDF:	ISBN 978-3-7910-6785-8	Bestell-Nr. 12249-0150

Christoph Bruns/Frieder Meyer-Bullerdiel

Professionelles Portfoliomanagement (Band 1)

7., aktualisierte und überarbeitete Auflage, Juni 2026

© 2026 Schäffer-Poeschel Verlag für Wirtschaft · Steuern · Recht GmbH
Breitscheidstr. 10, 70174 Stuttgart
www.schaeffer-poeschel.de | service@schaeffer-poeschel.de

Bildnachweis (Cover): © Umschlag: Starkekonzepte, Christina Peter, Wörthsee

Produktmanagement: Anna Pietras

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung, des auszugsweisen Nachdrucks, der Übersetzung und der Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen, vorbehalten. Der Verlag behält sich auch eine Nutzung des Werks für Text und Data Mining im Sinne von § 44b UrhG vor. Alle Angaben/Daten nach bestem Wissen, jedoch ohne Gewähr für Vollständigkeit und Richtigkeit.

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart
Ein Unternehmen der Haufe Group SE

Sofern diese Publikation ein ergänzendes Online-Angebot beinhaltet, stehen die Inhalte für 12 Monate nach Einstellen bzw. Abverkauf des Buches, mindestens aber für zwei Jahre nach Erscheinen des Buches, online zur Verfügung. Ein Anspruch auf Nutzung darüber hinaus besteht nicht.

Sollte dieses Buch bzw. das Online-Angebot Links auf Webseiten Dritter enthalten, so übernehmen wir für deren Inhalte und die Verfügbarkeit keine Haftung. Wir machen uns diese Inhalte nicht zu eigen und verweisen lediglich auf deren Stand zum Zeitpunkt der Erstveröffentlichung.

Vorwort zur 7. Auflage

Portfoliomanagement gehört zu jenen Dienstleistungen, die seit Jahrzehnten ein starkes Wachstum verzeichnen. Angetrieben wird die Entwicklung durch exponentiell gesteigerte Vermögen, Verfügbarkeit neuer Informationsverarbeitungstechniken und Regulatorik weltweit. Innerhalb des Portfoliomanagements lautet das Hauptthema Professionalisierung. Die rasante Entwicklung wird sich in den nächsten Jahren fortsetzen. Mit der ubiquitären Verfügbarkeit Künstlicher Intelligenz und der voranschreitenden Verbreitung kapitalmarkttheoretischer Erkenntnisse in der Portfoliomanagementpraxis etablieren sich weitere Entwicklungsschritte.

Der intensivere Wettbewerb um das Management wachsender Vermögen erweitert den Blick um quantitative Steuerungsmethoden, neue Finanzmarktinstrumente (z.B. Digital Assets) und -segmente (z.B. ESG).

Die genannten Triebkräfte im Portfoliomanagement bewogen uns vor vielen Jahren, die erste Auflage des Buches »Professionelles Portfoliomanagement« mit dem Ziel der Darstellung eines professionellen Investmentprozesses inklusive der ausführlichen Erläuterung der wichtigsten Portfoliomanagementinstrumente, vorzulegen. Jedoch machte die Geschwindigkeit der aufgezeigten Entwicklungen im Laufe der Zeit Neuauflagen erforderlich. Zudem belegte die große Resonanz der bisherigen Auflagen des »Professionelles Portfoliomanagement« den hohen Bedarf an praxisrelevanter und zugleich theoriefundierter Literatur auf diesem Fachgebiet. Demgemäß richtet sich das Werk an Anleger, Vermögensverwalter, Portfoliomanager, Börsenprofis und vor allem auch an Studierende im Bereich Bank- und Finanzwirtschaft.

Seit der im Jahr 2020 erschienenen 6. Auflage sind weitere Entwicklungsfortschritte auf dem Gebiet des Portfoliomanagements hinzugekommen. Nicht zuletzt die Finanzmarktkrisen der letzten Jahrzehnte haben die Notwendigkeit und Verbesserungspotentiale der Portfoliomanagement-Industrie gefördert. Gleichwohl zeitigten die vergangenen Jahre deutliche Verschiebungen im Finanzmarktgefüge. Auffällig ist etwa die zwischenzeitlich relativ hohe Volatilität bei festverzinslichen Wertpapieren, die eine Neueinschätzung des Chance-Risiko-Profiles dieser Assetklasse nahelegt. Zusätzlich erbrachten zwei große Leitzinswenden eine neue Sensibilisierung für professionelles Währungsmanagement.

Demgegenüber verzeichnen alternative Kapitalanlagen nicht zuletzt durch die Verwertpapierlichung als Exchange Traded Funds (ETFs) eine zunehmende Nachfrage. Innerhalb der alternativen Anlagen ist von einem Anstieg der Bedeutung digitaler Assets (nicht nur Kryptowährungen) für das Portfoliomanagement auszugehen. Darüber hinaus scheint sich über den Aktiensektor hinaus der Trend zum passiven Portfoliomanagement zu beschleunigen. Des Weiteren darf von einer raschen und ubiquitären Verbreitung Künstlicher Intelligenz in Research, Portfoliomanagement und Handel ausgegangen werden, nicht zuletzt aus Kostengründen. Dies gilt auch für sog. nachhaltige Geldanlagen, die allerdings etwas von der Euphorie der ersten Jahre eingebüßt haben. Obendrein darf nicht außer Acht gelassen werden, dass nicht nur im Aktienportfoliomanagement die Digitalisierungs-, Regulierungs- und Governance-Bemühungen weiterhin maßgeblichen Einfluss entfalten.

Aufgrund dieser Entwicklungen und der Erfahrungen in der Portfoliomanagement-Praxis wurden in der Neuauflage zahlreiche Änderungen und Ergänzungen erforderlich, die jedoch den Umfang der bisherigen 6. Auflage in einer solchen Weise erweitert hätten, dass die Dar-

stellung in einem einzelnen Werk nicht mehr sinnvoll gewesen wäre. Aus diesem Grund haben wir uns für eine Aufteilung des Gesamtwerkes in zwei Bände entschieden, die dann jeweils als 7. Auflage erscheinen. In dem vorliegenden ersten Band geht es um den Aufbau, die Umsetzung und die Erfolgskontrolle strukturierter Anlagestrategien, während die Analyse von Aktien, Anleihen, Derivaten und – neu aufgenommen – digitalen Assets in den zweiten Band ausgelagert wurden.

Neben zahlreichen Aktualisierungen wurden in dem vorliegenden Buch im Vergleich zur 6. Auflage viele Änderungen vorgenommen, von denen die wichtigsten im Folgenden kurz aufgezeigt werden.

Im ersten Kapitel wurden – aufgrund der besonderen Bedeutung in der Praxis – die Ausführungen zu dem Risikomaß »Value-at-Risk (VaR)« um weitere Varianten (Marginal VaR, Incremental VaR und Component VaR) sowie um das Backtesting des VaR-Modells ergänzt. Außerdem wird nunmehr im Unterabschnitt »Volatilität« auch eine Betrachtung von Schwankungsprognosen mit Hilfe impliziter Volatilitäten vorgenommen.

Im Kapitel »Theoretische Kernfundamente des Portfoliomanagements« wurde aufgrund der nach wie vor großen Bedeutung des Betafaktors das Unterkapitel »Single-Index-Modell« um Probleme bei der Beta-Schätzung und um die Beta-Adjustierung nach *Blume* und *Vasicek* ergänzt. Zudem wird zusätzlich die Verwendung eines Branchen-Betas anstelle des unternehmensindividuellen Betas diskutiert.

Im Kapitel »Ausrichtung des Portfoliomanagements« wurde vor dem Hintergrund der zunehmenden Bedeutung von ETFs im Markt (die besonders in den USA Indizes nur teilweise nachbilden) das Unterkapitel »Passives Management« um die Darstellung wichtiger Index Tracking-Verfahren ergänzt.

Im Kapitel »Ausgewählte Investmentstrategien« wurde ein neuer Abschnitt zur Asset Allocation auf Basis Künstlicher Intelligenz eingefügt. Außerdem wurde in diesem Kapitel der Abschnitt »Nachhaltigkeit-Integration in den Investmentprozess« um Abschnitte zu Sustainability-Linked Bonds, zur Quantifizierung von Carbon Risiken und von finanzierten Emissionen sowie zum Nachhaltigkeitsrating ergänzt.

Insgesamt haben wir bei der Überarbeitung wieder ein besonderes Augenmerk auf die hohe Praxisrelevanz und die Erläuterung anhand von Beispielen gelegt. Das Selbststudium bzw. Nachrechnen der in dem Buch aufgeführten Zahlenbeispiele kann erheblich zum Verständnis und zum Lernerfolg beitragen. Allen Leserinnen und Lesern, die uns Anregungen für die Überarbeitung gegeben haben, danken wir herzlich und hoffen, dass die Neuauflage des Werkes den Bedürfnissen der Portfoliomanagement-Praxis und der Ausbildung von Studierenden noch besser entsprechen kann.

Chicago und Wolfsburg, im September 2025

Dr. Christoph Bruns

Prof. Dr. Frieder Meyer-Bullerdiek

Hinweis: Alle in diesem Buch verwendeten Begriffe verstehen sich geschlechterneutral. Zur besseren Lesbarkeit wird das generische Maskulinum verwendet. Die genannten Personenbezeichnungen beziehen sich auf alle Geschlechter gleichermaßen. Die verkürzte Sprachform hat nur redaktionelle Gründe und beinhaltet keine Wertung.

Disclaimer

Die in diesem Buch präsentierte Information wurde aus Quellen zusammengetragen, die als korrekt und verlässlich angesehen werden können. Sie wurde aber nicht in allen Fällen verifiziert. Deshalb übernehmen weder die Autoren noch der Verlag irgendeine Gewährleistung in Bezug auf Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität der präsentierten Information. Die Modelle, Methoden und Beispiele in diesem Buch dienen nur dazu, die jeweiligen Konzepte allgemein darzustellen. Um sie für tatsächliche Geschäfte anzuwenden, müssen sie möglicherweise angepasst oder verändert werden.

Weiterhin ist die in diesem Buch präsentierte Information nicht als Finanzberatung oder als Empfehlung für irgendwelche finanziellen Transaktionen gedacht. Weder die Autoren noch der Verlag sind verantwortlich für irgendwelche Handlungen, die durch die in diesem Buch dargestellte Information motiviert oder veranlasst wurden.

Inhaltsübersicht

Vorwort zur 7. Auflage	5
Abkürzungsverzeichnis	17
1 Strategische Zielsetzung des Portfoliomanagements: Performance	21
2 Theoretische Kernfundamente des Portfoliomanagements	99
3 Ausrichtung des Portfoliomanagements	215
4 Ausgewählte Investmentstrategien	301
5 Ziel-Controlling: Performanceanalyse	429
Anhang: Flächeninhalt der Standardnormalverteilung ($z \geq 0$)	525
Anhang: Flächeninhalt der Standardnormalverteilung ($z \leq 0$)	527
Glossar	529
Literaturverzeichnis	565
Stichwortverzeichnis	605
Die Autoren	619

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 7. Auflage	5
Abkürzungsverzeichnis	17
1 Strategische Zielsetzung des Portfoliomanagements: Performance	21
1.1 Marktabhängige Performance-Komponenten	23
1.1.1 Renditen	23
1.1.2 Risiken	28
1.1.2.1 Volatilität	30
1.1.2.1.1 Grundkonzept der Volatilität	30
1.1.2.1.2 GARCH-Modell zur Schätzung der Volatilität	35
1.1.2.1.3 Implizite Volatilität	36
1.1.2.2 Betafaktor	37
1.1.2.3 Tracking Error und Residualvolatilität	41
1.1.2.4 Semivarianz, Lower Partial Moments und Ausfallwahrscheinlichkeit ..	46
1.1.2.5 Value-at-Risk (VaR)	51
1.1.2.5.1 Grundkonzept des VaR	51
1.1.2.5.2 Marginal VaR, Incremental VaR und Component VaR	60
1.1.2.5.3 Conditional VaR	63
1.1.2.5.4 Modified VaR	66
1.1.2.5.5 Backtesting zur Überprüfung der Güte des VaR-Modells	67
1.1.2.6 Maximum Drawdown	72
1.1.2.7 Schiefe (Skewness) und Wölbung (Kurtosis)	75
1.1.2.8 Mean-Gini-Koeffizient und stochastische Dominanz	77
1.1.3 Liquidität	79
1.1.4 Zeithorizontaspekte der Performance	79
1.2 Investorspezifische Performancepräferenzen	83
1.2.1 Bestimmung des Anlegernutzens	83
1.2.2 Anlegerschutz	86
1.3 Benchmarks	87
1.3.1 Benchmarks als marktorientierte Performanceziele	87
1.3.2 Benchmarkanforderungen	88
1.3.3 Benchmarkselektion	90
1.3.3.1 Standardisierte Benchmarks	91
1.3.3.2 Investorspezifische Benchmarks	92
1.3.4 Benchmarkproblembereiche	93
1.4 Absolute Return als Performanceziel und Risikomanagementaspekte	94
2 Theoretische Kernfundamente des Portfoliomanagements	99
2.1 Portfolio- und Kapitalmarkttheorie	99
2.1.1 Kapitalaufteilung in risikobehaftete und risikolose Anlagen	99
2.1.2 Portfolio-Selection-Modell	109
2.1.3 Kapitalmarkttheorie	120
2.1.3.1 Kapitalmarktklinie	120
2.1.3.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)	123
2.1.3.3 Modellerweiterungen des CAPM	125
2.1.3.4 Arbitrage Pricing Theory (APT)	126

2.2	Faktormodelle	132
2.2.1	Grundlagen	132
2.2.2	Arten von Faktormodellen	134
2.2.2.1	Überblick	134
2.2.2.2	Beispiele zum ökonomischen und fundamentalen Faktormodell	137
2.2.3	Single-Index-Modell	139
2.2.3.1	Grundlagen	139
2.2.3.2	Nachweis des Diversifikationseffektes	144
2.2.3.3	Portfoliokonstruktion mit dem Single-Index-Modell	145
2.2.3.4	Fallbeispiel zur Portfoliokonstruktion	150
2.2.3.5	Aspekte der Betaschätzung mit dem Single-Index-Modell	159
2.2.3.5.1	Heteroskedastizität bei der Betaschätzung	160
2.2.3.5.2	Ausreißerproblematik bei der Betaschätzung	164
2.2.3.5.3	Betaadjustierung nach Blume und Vasicek	167
2.2.3.5.4	Unternehmensbeta versus Branchenbeta	171
2.2.4	Multi-Index-Modell	174
2.2.4.1	Grundlagen	174
2.2.4.2	Fallbeispiel 1 zum Multi-Index-Modell	176
2.2.4.3	Fallbeispiel 2 zum Multi-Index-Modell	183
2.2.5	Das Drei-Faktoren-Modell von Fama/French	189
2.2.6	Das Vier-Faktoren-Modell von Carhart	191
2.2.7	Das Fünf-Faktoren-Modell von Fama/French	192
2.3	Kapitalmarkteffizienz	194
2.3.1	Begriff der Kapitalmarkteffizienz	195
2.3.1.1	Kursorientierte Markteffizienz	195
2.3.1.2	Performanceorientierte Markteffizienz	197
2.3.2	Praktische Bedeutung von Kapitalmarkteffizienz	197
2.3.3	Markteffizienzforschung	198
2.3.3.1	Ziele	198
2.3.3.2	Methodologische Problembereiche	199
2.3.3.3	Erkenntnisse der Diskussion um die Markteffizienz	199
2.4	Erklärungsansätze für Irrationalitäten auf Kapitalmärkten	202
2.4.1	Einführung in die Behavioral Finance	202
2.4.2	Fads und Fashions	204
2.4.3	Market Overreaction	204
2.4.4	Mean Reversion	205
2.4.5	Noise	206
2.4.6	Positive Feedback	207
2.4.7	Home Bias	208
2.4.8	Informationswahrnehmung, -beurteilung und -speicherung	210
2.5	Mikrosimulation von Finanzmärkten	211
3	Ausrichtung des Portfoliomanagements	215
3.1	Investmentphilosophie	215
3.1.1	Aktives Management	220
3.1.1.1	Kursvorhersagen – Prognosen	222
3.1.1.2	Prognosen im Portfoliomanagement	223
3.1.1.2.1	Ökonomisch/qualitative Prognosen	224

3.1.1.2.2	Ökonometrisch/quantitative Prognosen	225
3.1.1.2.3	Chartanalytisch/visuelle Prognosen	226
3.1.1.2.4	Prognosepragmatismus	226
3.1.1.3	Erfolg von Kapitalmarktprognosen	228
3.1.2	Passives Management	229
3.1.2.1	Einführung	229
3.1.2.2	Indexauswahl	231
3.1.2.3	Grundlagen der Indexabbildung	232
3.1.2.4	Index Tracking-Verfahren	236
3.1.2.4.1	Überblick	236
3.1.2.4.2	Heuristische Verfahren	237
3.1.2.4.3	Relative Optimierung	238
3.1.2.4.4	Optimierung nach Markowitz	246
3.1.2.4.5	Index Tracking mit dem Regressionsverfahren	249
3.1.2.4.6	Index Tracking mithilfe der linearen Optimierung	251
3.1.2.4.7	Zusammenfassung der Beispielergebnisse zum Index Tracking	255
3.1.2.4.8	Index Tracking und Schätzproblematik	255
3.1.2.5	Indexbasierte Exchange Traded Funds (ETFs)	256
3.1.3	Kombinationen aus Aktiv- und Passivmanagement	260
3.1.3.1	Enhanced Indexing	260
3.1.3.2	Core-Satellite-Ansatz	261
3.1.4	Grundsätzliche Attraktivität von Assetklassen/Investments	264
3.1.4.1	Standardisierte versus nicht standardisierte Assets	265
3.1.4.2	Traditionelle versus alternative Investments	268
3.2	Investmentprozess	271
3.2.1	Einführung	271
3.2.2	Grundkonzepte der Asset Allocation	272
3.2.2.1	Strategische Asset Allocation	272
3.2.2.2	Taktische Asset Allocation	274
3.2.2.3	Overlay Management	274
3.2.3	Zielformulierung	276
3.2.4	Research und Prognose	278
3.2.5	Strategieformulierung und Portfoliokonstruktion	278
3.2.6	Wertpapierhandel	279
3.2.7	Ergebnisanalyse und -Feedback	280
3.3	Investmentkultur	280
3.3.1	Grundlagen	280
3.3.2	Die Bedeutung der Person des Portfoliomanagers	282
3.4	Investmentstil	286
3.4.1	Long-Term versus Short-Term	286
3.4.2	Top-down versus Bottom-up	288
3.4.3	Timing versus Selektion	293
3.4.4	Universell versus speziell	297
3.4.5	Value versus Growth	298
3.4.6	Small Cap versus Large Cap	299
3.4.7	Aggressiv versus defensiv	300

4	Ausgewählte Investmentstrategien	301
4.1	Portfolio Insurance-Strategien	301
4.1.1	Stop-Loss-Strategie	301
4.1.2	Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)	302
4.1.3	Time-Invariant Portfolio Protection (TIPP)	308
4.1.4	TIPP-M-Strategie	311
4.2	Rebalancing versus Buy-and-Hold	313
4.2.1	Der Erfolg einer Rebalancing-Strategie	313
4.2.2	Rebalancing Return und gewichtungsbezogene Konzentration des Buy-and-Hold-Portfolios	317
4.2.3	Rebalancing Return und Autokorrelation der Renditen	322
4.3	Absolute Return-Strategien	323
4.3.1	Überblick	323
4.3.2	Absolute Return-Strategien auf Basis der Risikotragfähigkeit	324
4.3.3	Portable Alpha-Ansatz	325
4.4	Best of Two-Strategie	331
4.5	Regimebasierte Asset Allocation	334
4.6	Asset Allocation auf Basis Künstlicher Intelligenz (KI)	337
4.6.1	Grundlagen und Komponenten der KI	337
4.6.2	Anwendungsmöglichkeiten der KI im Portfoliomanagement	339
4.6.3	Asset Allocation durch KI-basierte Robo Advisors	341
4.6.4	Risiken eines KI-basierten Portfoliomanagements	346
4.7	Smart-Beta-Strategien	347
4.7.1	Einführung	347
4.7.2	Konzepte der risikobasierten Asset Allocation	350
4.7.2.1	Equally-Weighted(EW)-Ansatz	350
4.7.2.2	Minimum-Varianz(MV)-Ansatz	353
4.7.2.3	Risk-Parity-Ansatz	358
4.7.2.3.1	Equal-Risk-Budget(ERB)-Strategie	358
4.7.2.3.2	Equal-Risk-Contribution(ERC)-Strategie	360
4.7.2.4	Most-Diversified(MD)-Ansatz	366
4.7.2.5	Vergleich der risikobasierten Asset-Allocation-Ansätze	370
4.7.3	Faktor-Investing	376
4.7.3.1	Ausgewählte Stilmfaktoren	376
4.7.3.1.1	Size	377
4.7.3.1.2	Value	378
4.7.3.1.3	Momentum	379
4.7.3.1.4	Low Volatility	380
4.7.3.1.5	Quality	381
4.7.3.1.6	Carry	381
4.7.3.1.7	ESG	382
4.7.3.2	Einzelfaktor- versus Multifaktor-Investing	383
4.7.3.3	Praktische Umsetzung des Faktor-Investing	384
4.7.4	Kritische Betrachtung von Smart-Beta-Strategien	385
4.8	Nachhaltigkeit-Integration in den Investmentprozess	389
4.8.1	Nachhaltigkeit von Unternehmen	389
4.8.2	Grundlagen nachhaltiger Geldanlagen	392
4.8.3	Ansätze nachhaltiger Anlagen	397

4.8.3.1	Negative Screening	397
4.8.3.2	Positive Screening/Best-in-Class-Ansatz	398
4.8.3.3	ESG-Integrationsansatz	400
4.8.3.4	Impact Investing	401
4.8.3.5	Nachhaltige Themeninvestments	403
4.8.3.6	Shareholder Engagement	404
4.8.4	Beispiele für nachhaltige Assetklassen	405
4.8.4.1	Mikrofinanz	405
4.8.4.2	Green Bonds	406
4.8.4.3	Social Bonds	407
4.8.4.4	Social Impact Bonds	408
4.8.4.5	Sustainability-Linked Bonds	411
4.8.4.6	Nachhaltige Infrastrukturinvestitionen	412
4.8.4.7	Nachhaltige Private Equity-Investitionen	413
4.8.4.8	Nachhaltige Immobilien	414
4.8.5	Integration von Klimakriterien in die Geldanlage	415
4.8.6	Quantifizierung von Carbon-Risiken mit dem Carbon-Beta	418
4.8.7	Quantifizierung von finanzierten Emissionen	420
4.8.8	Auswirkungen der ESG-Berücksichtigung auf die Anlageperformance	423
4.8.9	Nachhaltigkeitsrating	426
5	Ziel-Controlling: Performanceanalyse	429
5.1	Grundlagen der Performanceanalyse	429
5.1.1	Einführende Überlegungen	429
5.1.2	Performance-Begriff	431
5.1.3	Externe versus interne Performanceanalyse	432
5.2	Performancemessung	434
5.2.1	Renditebestimmung	434
5.2.1.1	Total Return	434
5.2.1.2	Diskrete versus stetige Rendite	435
5.2.1.3	Wertgewichtete Rendite	442
5.2.1.4	Zeitgewichtete Rendite	445
5.2.1.4.1	Grundlegende Vorgehensweise	445
5.2.1.4.2	Dietz- und modifizierte Dietz-Methode als Näherungsverfahren	447
5.2.1.4.3	BVI-Methode	449
5.2.1.5	Rebalancing Return und Diversification Return	451
5.2.2	Berücksichtigung des Risikos	459
5.2.3	Klassische Performancemaße	463
5.2.3.1	Sharpe-Ratio	463
5.2.3.2	Treynor-Ratio	468
5.2.3.3	Jensen-Alpha	469
5.2.4	Weitere Performancemaße	473
5.2.4.1	Treynor/Black-Appraisal Ratio und Information Ratio	473
5.2.4.2	Differential Return	476
5.2.4.3	Risk-Adjusted Performance und M2-Performancemaß	477
5.2.4.4	Market Risk-Adjusted Performance und T2-Performancemaß	478
5.2.4.5	Modified Sharpe-Ratio	479
5.2.4.6	Calmar-Ratio, Sterling-Ratio und Burke-Ratio	480

5.2.4.7	LPM-Performancemaße, Sortino-Ratio, Kappa, Omega, Gain-Loss-Ratio und Upside-Potential-Ratio	482
5.2.4.8	Treynor-Mazuy-Maß	485
5.2.4.9	Henriksson-Merton-Maß	487
5.3	Performanceattribution	488
5.3.1	Können oder Glück	489
5.3.2	Renditeorientierte Attributionsanalyse	496
5.3.3	Qualitative Performanceattribution	509
5.4	Grundlegende Problembereiche der Performanceanalyse und Lösungsansätze	510
5.4.1	Grundprobleme der Performanceanalyse	510
5.4.2	Problembereiche beim Vergleich verschiedener Performanceergebnisse	512
5.4.3	Problembereiche bei der Präsentation von Performanceergebnissen	513
5.4.4	Problembereiche bei der Performanceanalyse in den Medien	516
5.4.4.1	Problematik der veröffentlichten Rankings	516
5.4.4.2	Fonds-Rating als Lösungsansatz	517
5.4.5	Performance Presentation Standards	521
5.4.5.1	Entwicklung der Global Investment Performance Standards (GIPS)	521
5.4.5.2	Composite-Bildung und -Performancemessung	523
5.4.5.3	EU-Vorgaben zur Performance-Darstellung	524
Anhang: Flächeninhalt der Standardnormalverteilung ($z \geq 0$)		525
Anhang: Flächeninhalt der Standardnormalverteilung ($z \leq 0$)		527
Glossar		529
Literaturverzeichnis		565
Stichwortverzeichnis		605
Die Autoren		619

Abkürzungsverzeichnis

Abb.	Abbildung
ABS	Asset Backed Securities
Adj.	Adjustiert/adjusted
ADR	American Depository Receipt
AIBD	Association of International Bond Dealers
AIF	Alternative Investment Fund
AIFM	Alternative Investment Fund Manager
ANOVA	Analysis of Variance
APT	Arbitrage Pricing Theory
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
ARIMA	Autoregressive Integrated Average
ARMA	Autoregressive Moving Average
Aufl.	Auflage
AUM	Assets under Management
B&H	Buy-and-Hold
BaFin	Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht
BAI	Bank Administration Institute
BAIn	Bundesverband Alternative Investments e. V.
BFuP	Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis
BREEAM	Building Research Establishment Environmental Assessment
BTAR	Banking Book Taxonomy Alignment Ratio
BVI	Bundesverband Investment und Asset Management e. V.
CAL	Capital Allocation Line
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CARIMA	Carbon Risk Management
CBI	Climate Bond Initiative
CMA	Conservative Minus Aggressive
CML	Capital Market Line
CPPI	Constant Proportion Portfolio Insurance
CVaR	Conditional Value-at-Risk
DAX	Deutscher Aktienindex
DBW	Die Betriebswirtschaft
DD	Drawdown
DGNB	Deutsche Gesellschaft für Nachhaltiges Bauen
DJIA	Dow Jones Industrial Average
DK	Deutsche Kreditwirtschaft
DKB	Deutsche Kreditbank
DR	Diversification Ratio
DVFA	Deutsche Vereinigung für Finanzanalyse und Asset Management

EK	Eigenkapital
ERB	Equal-Risk-Budget
ERC	Equal-Risk-Contribution
ERIC	Earnings less Riskfree Interest Charge
ESG	Environmental, Social and Governance
et al.	et altera
etc.	et cetera
ETF	Exchange Traded Fund
EU	Europäische Union
EUR	Euro
Euribor	Euro Interbank Offered Rate
EUROSIF	European Sustainable Investment Forum
FASM	Frankfurt Artificial Stock Market
FAZ	Frankfurter Allgemeine Zeitung
FED	Federal Reserve Board
FK	Fremdkapital
FNG	Forum Nachhaltige Geldanlagen
FRN	Floating Rate Note
FTSE	Financial Times Stock Exchange
FX	Forex bzw. Foreign Exchange
GAMSC	German Asset Management Standards Committee
GAR	Green Asset Ratio
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GBPs	Green Bond Principles
GE	Geldeinheiten
GHG	Greenhouse Gas
GIB	Global Infrastructure Basel
GIIN	Global Impact Investing Network
GRESB	Global Real Estate Sustainability Benchmark
HB	Handelsblatt
HBR	Harvard Business Review
HGB	Handelsgesetzbuch
Hrsg.	Herausgeber
ICMA	International Capital Market Association
IDW	Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland e.V.
i. d. R.	in der Regel
i. e. S.	im engeren Sinne
IFC	International Finance Corporation
IFRS	International Financial Reporting Standards
ILO	International Labour Organisation
IMM	International Monetary Market

ISIN	International Securities Identification Number
i. w. S.	im weiteren Sinne
Jg.	Jahrgang
JM	Jensen-Maß
JPY	Japanische Yen
KAGB	Kapitalanlagegesetzbuch
KBV	Kurs-Buchwert-Verhältnis
KGV	Kurs-Gewinn-Verhältnis
KI	Künstliche Intelligenz
KID	Key Information Document
KPI	Key Performance Indicator
KVG	Kapitalverwaltungsgesellschaft
LDI	Liability-driven Investment
LEED	Leadership in Energy and Environmental Design
MD	Most-Diversified
MDD	Maximum Drawdown
MDPF	Most-Diversified-Portfolio
MSCI	Morgan Stanley Capital International
Mio.	Million
MVaR	Modified Value-at-Risk
MVPF	Minimum-Varianz-Portfolio
n/a	not available
NAV	Net Asset Value
NMWK	Niedersächsisches Ministerium für Wissenschaft und Kultur
No.	Number
NPO	Non Profit Organisation
OECD	Organization for Economic Cooperation and Development
o. g.	oben genannt
OGAW	Organismen für gemeinsame Anlagen in Wertpapiere
OLS	Ordinary Least Squares
OTC	Over-the-Counter
PCAF	Partnership for Carbon Accounting Financials
PEX	Deutscher Pfandbriefindex
PF	Portfolio
PRI	Principles for Responsible Investment
PRIIP	Packaged Retail and Insurance-based Investment Products
RB	Risikobeitrag

REX	Deutscher Rentenindex
REXP	Deutscher Rentenindex als Performanceindex
ROE	Return on Equity
S&P 500	Standard & Poor's 500 Index
SBPs	Social Bond Principles
SFASM	Santa Fe Artificial Stock Market
SFR	Schweizer Franken
SG	Schmalenbach-Gesellschaft für Betriebswirtschaft
SIF	Sustainable Investment Forum
SLBP	Sustainability-Linked Bond Principles
SMA	separately managed account
SMI	Swiss Market Index
SMX	Symbiotics Microfinance Index
sog.	sogenannt
SPT	Sustainability Performance Targets
SR	Sharpe-Ratio
SSF	Swiss Sustainable Finance
TAA	Tactical Asset Allocation
Tab.	Tabelle
TIPP	Time-Invariant Portfolio Protection
TR	Treynor-Ratio
UCITS	Undertakings for Collective Investments in Transferable Securities
UK	United Kingdom
UN	United Nations
UNEP FI	United Nations Environment Programme Finance Initiative
USD	US-Dollar
USGBC	US Green Building Council
VaR	Value-at-Risk
VDAX	DAX-Volatilitätsindex
WiSt	Wirtschaftswissenschaftliches Studium
WpHG	Wertpapierhandelsgesetz
WPKN	Wertpapierkennnummer
z. B.	zum Beispiel
ZBB	Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft
ZEW	Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung GmbH
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung

1 Strategische Zielsetzung des Portfoliomanagements: Performance

Wirtschaftliches Handeln erfordert, um operational zu sein, stets ein vorgegebenes Ziel mit dazugehörigem Zeitbezug. Im Rahmen des Portfoliomanagements lässt sich die Zielfestlegung i. d. R. mit dem Begriff »Performance« kennzeichnen. Hinter diesem Begriff verbergen sich zumindest zwei Komponenten, die eine hinreichende Quantifizierung von Performance ermöglichen.

Als zentraler Performancebestandteil – und damit zentrales Ziel des Portfoliomanagements – muss in der überwiegenden Anzahl der Fälle die Rendite eines Portfolios angesehen werden. Hinzu kommt als zweite Komponente das Risiko eines Portfolios. Die Bedeutung bzw. Wichtigkeit beider Komponenten im Rahmen des vorzugebenden Performanceziels hängt vom jeweiligen Investor bzw. dessen Risikoeinstellung ab. Es ist durchaus vorstellbar, dass Investoren die Risikokomponente von Portfolios lediglich als Nebenbedingung zur Renditekomponente auffassen. Wie später noch zu zeigen sein wird, stehen erwartbare Renditen und deren (Markt-)Risiken in einem positiven Austauschverhältnis zueinander.¹ Eine simultane Optimierung von Rendite und Risiko ist insbesondere dann gut möglich, wenn beide Werte dimensionsgleich sind. Insofern ist es im Sinne einer optimalen Portfoliokonstruktion sachgerecht, Renditen und Risiken auf der Ebene der Zielfestlegung synchron zu betrachten.

Etwas anders sieht es mit der Liquidität von Portfolios aus. Auch hier kann die Auffassung vertreten werden, dass Liquiditätsaspekte im Rahmen der strategischen Zielfestlegung für ein Portfolio von einiger Bedeutung sind. Aus diesem Grund zählt die Liquidität von Portfolios regelmäßig zu den maßgebenden Zielen im Portfoliomanagement. Liquidität kann definiert werden als jederzeitige Möglichkeit, sich zu fairen Preisen von einem Portfolio bzw. einem einzelnen Vermögensgegenstand (Asset) trennen zu können.² Anhand von Abbildung 1.1, die das sog. »magische Dreieck« bei Kapitalanlagen darstellt, lässt sich ein Überblick über die wichtigsten Performanceziele gewinnen.

1 Der positive Zusammenhang zwischen erwartbarer Rendite und deren Risiko kann als eine der zentralen Aussagen der Kapitalmarkttheorie angesehen werden.

2 Damit wird in diesem Zusammenhang unter Liquidität im Grunde die Liquidierbarkeit des Portfolios als Teil der Liquidität i. w. S. verstanden. Vgl. zu dieser Diskussion *Schmidt-von Rhein* (1998), S. 41 und S. 46 ff. Als Maßgröße für die Liquidität eignet sich neben absoluten Umsatzzahlen insbesondere die Geld-Brief-Spanne. Auch der sog. Market Impact, der die Kursveränderung infolge einer Order beschreibt, ist ein Indikator für die Marktliquidität von Wertpapieren. Zum Market Impact vgl. *Bauch/Meyer-Bullerdiek* (2000), S. 1438. Für die Deutsche Börse AG wurde das sog. Xetra Liquiditätsmaß (XLM) entwickelt. Mit dieser Kennzahl wird ein Konzept zur Liquiditätserfassung im elektronischen Orderbuchhandel auf der Basis impliziter Transaktionskosten bereitgestellt. Dabei erfolgt die Erfassung des Liquiditätsangebots im offenen Xetra Limit Orderbuch durch die Market Impact-Kosten. Die Angabe des XLM erfolgt in Basispunkten. Angegeben werden damit die relativen Market Impact-Kosten für den zeitgleichen Kauf und Verkauf einer Position (Roundtrip), wobei die Auftragsgröße gegeben ist. Je geringer das XLM ausfällt, desto höher ist die Liquidität. Vgl. *Deutsche Börse* (2025a), *Gomber/Schweickert* (2002), S. 485 ff. sowie *Krogmann* (2011), S. 37 ff.

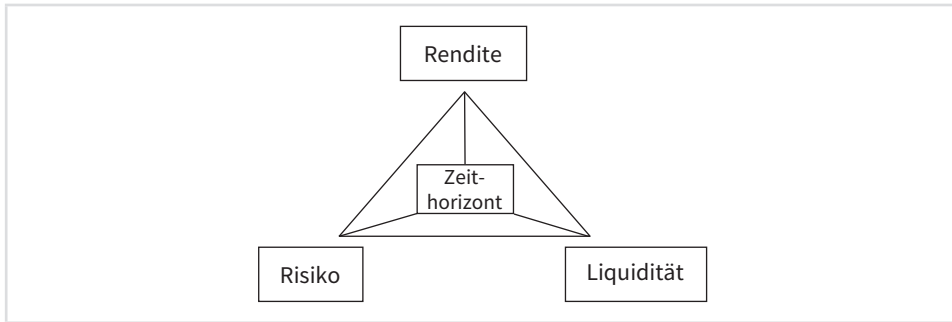


Abb. 1.1: Magisches Zieldreieck im Portfoliomanagement

Investoren werden unter ansonsten gleichen Bedingungen stets ein liquideres Portfolio einem schwer liquidierbaren Portfolio vorziehen. Gleichwohl erschwert der fehlende theoretische Zusammenhang zwischen Liquidität und Rendite die Berücksichtigung des Liquiditätsaspekts bei der Performanceplanung. Zudem bereitet die Messung von Liquidität im Gegensatz zur Rendite und zum Risiko einige Probleme.³ Daher bietet es sich an, die Liquidität von Portfolios als Nebenbedingung zu formulieren.⁴

Wie die vorangegangenen Überlegungen gezeigt haben, liegt es aus Praktikabilitätsgründen nahe, Performance als zweidimensionale Zielgröße anzusehen. Mithin kann Performance als risikoadjustierte Rendite definiert werden.⁵ Soll Performance mathematisch ausgedrückt werden, dann ergibt sie sich als Anlagerendite dividiert durch das mit der Anlage verbundene Risiko. Das formale Aussehen dieses standardisierten Ausdrucks könnte dann z. B. wie folgt lauten:

$$\text{Performance} = \frac{\text{Anlagerendite}}{\text{Anlagerisiko}}$$

Die bisherigen Ausführungen bezogen sich durchweg auf Portfolios. Bekanntermaßen handelt es sich bei Portfolios um die unter Optimierungsgesichtspunkten vorgenommene Aggregation einzelner Assets. Es ist in diesem Zusammenhang wichtig zu erwähnen, dass Portfolios hinsichtlich ihrer Performanceprofile regelmäßig nicht die Summe der einzelnen in ihnen enthaltenen Werte darstellen. Insofern muss zwischen der Portfolioebene und der Ebene der einzelnen Assets getrennt werden.

Die folgenden Abschnitte werden die benannten Performancekomponenten in der gebotenen Detailliertheit beschreiben. Dabei steht neben der Darstellung geeigneter Quantifizierungsverfahren im Rendite- und Risikobereich die Bestimmung operationaler Ziele für Portfolios im Vordergrund. Neben den einzelnen Zielkomponenten des Portfoliomanagements muss zusätzlich der Marktbezug definiert werden. Die Verbindung zwischen Portfoliomanagementzielen und Marktmöglichkeiten stellt die Wahl der Benchmark dar.

³ Vgl. Amihud/Mendelson (1991), S. 235 ff.

⁴ Neben diesen Anlegerzielen können auch noch die Kriterien Verwaltbarkeit, kleine Stückelung, Mitsprache, Prestige und Spekulation als Anforderungen an Eigenschaften von Anlagen genannt werden. Vgl. Schmidt-von Rhein (1998), S. 39 ff.

⁵ Vgl. Zimmermann (1991), S. 164.

1.1 Marktabhängige Performance-Komponenten

An Finanzmärkten wird über die originäre Höhe von Renditen und Risiken ausschließlich durch den Marktprozess entschieden. Der Markt bestimmt folglich das Renditeniveau eines bestimmten Zeitabschnitts ebenso wie das Risikoniveau. Da zumindest an den großen und wichtigen Finanzmärkten der Welt (z. B. Märkte der G7-Staaten) weitgehend polypolistische Anbieter- und Nachfragerstrukturen vorherrschend sind, können einzelne Marktteilnehmer de facto durch Transaktionen das Marktpreisniveau nicht signifikant beeinflussen, zumal wenn der Betrachtungszeitraum ein strategischer ist.⁶

In welcher Höhe Kapitalmärkte allerdings Renditen und Risiken bieten, hängt nicht unwesentlich von der inhaltlichen Festlegung und methodischen Messung beider Größen durch den Investor ab. Daher werden im Folgenden die wichtigsten Grundlagen der Rendite- und Risikomessung kurz dargestellt.

1.1.1 Renditen

Renditegrößen lassen sich unterscheiden bezüglich inhaltlicher und methodischer Charakteristika. Um eine inhaltliche Bestimmung der vom Investor als maßgeblich angesehenen Renditegrößen zu bewerkstelligen, müssen die Zielsetzung des Anlegers und seine spezifischen Anlagebedingungen bekannt sein. Ob z. B. eine Vor- oder eine Nachsteuerrendite als richtige Zielgröße im Rahmen der Performanceerzielung angemessen ist, hängt von den steuerlichen Gegebenheiten des Investors ab.

Das methodische Vorgehen der Renditeberechnung folgt häufig aus inhaltlichen Überlegungen. Fragestellungen der Berechnungsmethodik betreffen die Art und Weise, wie Renditen errechnet und vergleichbar gemacht werden. Einige Optionen für Renditefragestellungen sind exemplarisch in Abbildung 1.2 dargestellt.

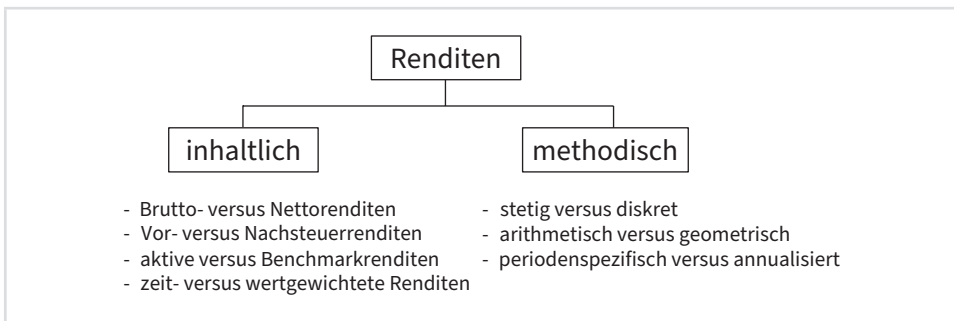


Abb. 1.2: Exemplarische Unterscheidung von Renditen

Grundsätzlich bezeichnet man mit dem Begriff Rendite das auf einen bestimmten Zeitraum bezogene und in Prozent ausgedrückte Verhältnis eines Endwerts zu einem Anfangswert. Bezieht sich das Verhältnis genau auf ein Jahr, dann spricht man von annualisierter Rendite.

⁶ Als strategisch werden im Folgenden Zeitperioden definiert, die länger als ein Jahr dauern. Auf Fragen der Zeitdauer von Investmententscheidungen wird in [Kapitel 1.1.4](#) eingegangen.

Die Rendite für die gesamte betrachtete Periode kann als Total Return bezeichnet werden. Hierbei wird der Kurs eines Wertpapiers zum Ende der betrachteten Periode zuzüglich zwischenzeitlicher Zahlungen (wie z.B. Dividendenausschüttungen) auf das eingesetzte Kapital bezogen. Formal ergibt sich für die Rendite einer Wertpapieranlage:

$$r_{\text{Total}} = \frac{K_{t+1} - K_t + Z_{t,t+1}}{K_t} = \frac{K_{t+1} + Z_{t,t+1}}{K_t} - 1$$

mit

r_{Total} = Total-Rendite (Rendite für die gesamte Periode),
 K_t = Kurs des Wertpapiers zum Zeitpunkt t (Anfangszeitpunkt),
 K_{t+1} = Kurs des Wertpapiers zum Zeitpunkt $t+1$ und
 $Z_{t,t+1}$ = Rückflusszahlungen aus dem Wertpapier für die Zeit von t bis $t+1$ (z. B. Aktiendividende).

Hierbei wird allerdings unterstellt, dass sämtliche Zahlungen erst am Ende der Halteperiode anfallen und entsprechende Zinseszinsseffekte nicht berücksichtigt werden. Dies kann bei längeren Zeiträumen zu verzerrten Ergebnissen führen. Infolgedessen sind in diesen Fällen andere Verfahren der Renditeberechnung heranzuziehen, die zwischenzeitliche Zahlungen bzw. Kapitalflüsse berücksichtigen und im Rahmen der Performanceanalyse noch vorzustellen sind.

Für eine Aktie gelten beispielsweise die folgenden Werte:

t	= 31.12.2026,	K_t	= 200,	Dividende = 10	(fällt annahmegemäß erst am Ende der Betrachtungsperiode in t an).
$t+1$	= 31.12.2027,	K_{t+1}	= 245		

Daraus ergibt sich eine Rendite für das Jahr 2027 von 27,5%:

$$r_{\text{Total}, 2027} = \frac{245 + 10}{200} - 1 = 0,275 = 27,5\%$$

Die Rendite eines Portfolios für eine Periode t ($r_{\text{PF}, t}$) wird allgemein in der folgenden Weise bestimmt:

$$r_{\text{PF}, t} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot r_{i,t}$$

mit

x_i = Gewichtung des Wertpapiers i am Periodenbeginn.

Beispielsweise besteht ein Portfolio am 31.12.2026 aus 400 A-Aktien, 1.000 B-Aktien und 1.600 C-Aktien, die wie folgt notieren: A: € 100, B: € 80 und C: € 50. Im Jahr 2027 werden die folgenden Dividenden gezahlt: A: € 5, B: € 2 und C: € 2. Am 31.12.2027 liegen die folgenden Aktienkurse vor: A: € 140, B: € 60 und C: € 54. Zur Bestimmung der Portfoliorendite für das Jahr 2027 können zwei Möglichkeiten herangezogen werden:

1. Möglichkeit:

Portfoliowert am 31.12.2026 = $400 \cdot 100 + 1.000 \cdot 80 + 1.600 \cdot 50 = 200.000$

Portfoliowert am 31.12.2027 (inkl. Dividendenzahlungen) = $400 \cdot (140 + 5) + 1.000 \cdot (60 + 2) + 1.600 \cdot (54 + 2) = 209.600$

$$r_{PF} = \frac{209.600}{200.000} - 1 = 0,048 = 4,8\%$$

2. Möglichkeit:

Am 31.12.2026 setzt sich das Portfolio aus den folgenden Anteilen zusammen:

$$x_A = \frac{400 \cdot 100}{200.000} = 20\%, \quad x_B = \frac{1.000 \cdot 80}{200.000} = 40\%, \quad x_C = \frac{1.600 \cdot 50}{200.000} = 40\%$$

Für die drei Aktien ergeben sich die folgenden Renditen im Jahr 2027:

$$r_A = \frac{140 + 5}{100} - 1 = 45\%, \quad r_B = \frac{60 + 2}{80} - 1 = -22,5\%, \quad r_C = \frac{54 + 2}{50} - 1 = 12\%$$

Somit beträgt die Portfoliorendite wiederum 4,8%:

$$r_{PF} = 0,20 \cdot 0,45 + 0,40 \cdot (-0,225) + 0,40 \cdot 0,12 = 0,048 = 4,8\%$$

Für die Asset Allocation ist insbesondere die erwartete Rendite von Interesse, die ausgedrückt werden kann als

$$E(r_{\text{Total}}) = \frac{E(K_{t+1}) + E(Z_{t,t+1})}{K_t} - 1$$

Die erwarteten Renditen können beispielsweise als gewichtete Summe verschiedener Ertragsszenarien prognostiziert werden:

$$E(r) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot r_i = p_1 \cdot r_1 + p_2 \cdot r_2 + \dots + p_n \cdot r_n, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad p_i > 0$$

mit

p_i = Szenariowahrscheinlichkeiten.

Liegen mehrperiodische Betrachtungszeiträume zugrunde, so ist eine Berechnungsanahme bezüglich des Anfalls von Zinseszinsen auf zwischenzeitlich aufgelaufene Gewinne bzw. Zahlungen zu berücksichtigen. Sollen keine Zinseszinsen berücksichtigt werden, dann bietet sich die Verwendung einer arithmetischen Renditeberechnung an. Hierbei wird davon ausgegangen, dass jährlich eine Entnahme der Gewinne erfolgt. Die geometrische Methode zur Renditeberechnung eignet sich dann, wenn unterstellt wird, dass zwischenzeitlich geleistete Zahlungen bzw. aufgelaufene Gewinne wieder verzinslich angelegt werden.⁷ Die hiermit

⁷ Vgl. Steiner/Bruns/Stöckl (2017), S. 52 ff.

verbundene Vergleichbarkeit von Renditen hat dazu geführt, dass in der Portfoliomanagementpraxis zumeist geometrische Renditen berechnet werden.

Ebenfalls in den Bereich der Methodik fällt die Frage, ob bei Renditeanalysen stetige oder diskrete Renditen verwendet werden sollen. Stetige Renditen lassen sich durch die Logarithmierung diskreter Renditen berechnen. Sie bergen bei komparativen Längsschnittanalysen den Vorteil, dass gleiche absolute Abweichungen auch gleiche prozentuale Folgen aufweisen. Mit anderen Worten: Steigt z. B. der Kurs einer Anleihe in einem Jahr von € 100 auf € 105 und fällt er im nächsten Jahr wieder zurück auf € 100, dann sind die Renditen bei Verwendung logarithmierter Werte gleich.

Die Addition der beiden stetigen Einzelrenditen führt zu dem für die absolute Wertentwicklung richtigen Resultat von null:

$$\ln \frac{105}{100} + \ln \frac{100}{105} = 4,879016\% - 4,879016\% = 0$$

Im Vergleich dazu betragen die diskreten Renditen in diesem Beispiel 5 % bzw. -4,761905 %.

Hinzu kommt, dass in empirischen Untersuchungen nachgewiesen werden konnte, dass stetige Renditen eher normalverteilt sind als diskrete Renditen. Sie sind auch nicht auf -100 % begrenzt, wie dies bei diskreten Renditen der Fall ist.⁸

Neben methodischen Berechnungsfragen müssen im Rahmen der Bestimmung von Renditen auch inhaltliche Bestandteile geklärt werden. Es ist beispielsweise zweckmäßig, in nominale und reale Renditen zu unterscheiden. Während hierbei der Einfluss der Inflation berücksichtigt wird, verweist das Begriffspaar netto und brutto auf weitere Renditebestandteile wie etwa Transaktionskosten. Ebenfalls angebracht ist die Differenzierung in Vor- und Nachsteuerrenditen. Oftmals ist für die Berechnung von Nachsteuerrenditen allerdings die Bekanntheit des Steuersatzes des Investors Voraussetzung.

Für die Anlagegattung Aktien stellen sich spezielle Fragen bezüglich der Festlegung einer anzustrebenden Rendite. Auf der Grundlage des noch darzustellenden Single-Index-Modells lassen sich unterschiedliche Renditedefinitionen entwickeln, die für Optimierungsfragestellungen von Bedeutung sind.⁹ Zumeist beziehen die Definitionen einen Kapitalmarkindex als Vergleichsindex – hier zunächst Benchmark genannt – ein.¹⁰ Dem Investor stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage nach dem für Portfoliomanagementzwecke anzustrebenden Renditebestandteil. Zu unterscheiden sind hierbei Portfoliorenditen, Überschussrenditen, aktive Renditen, Residualrenditen, Timingrenditen und außergewöhnliche Renditen. Für den später noch zu erörternden Investmentstil besitzt das vorgegebene Renditeziel maßgebliche Implikationen.

8 Entsprechend kann davon ausgegangen werden, dass in vielen Fällen stetige Aktienrenditen näherungsweise normalverteilt sind. Vgl. Plötz (2023), S. 294 und Ziemer (2018), S. 164.

9 Eine Darstellung des Single-Index-Modells findet sich in Kapitel 2.2.3 in diesem Buch.

10 Theoretisch angemessen ist die Verwendung des sog. Marktportfolios, das die Summe sämtlicher risikobehafteter Vermögenstitel umfasst.

Die Überschussrendite eines Portfolios ($r_{PF_{\bar{u}}}$) als Differenz zwischen der Portfoliorendite und dem risikolosen Zinssatz (r_f) kann unter Verwendung des Single-Index-Modells definiert werden als

$$r_{PF_{\bar{u}}} = \alpha_{PF} + \beta_{PF} \cdot r_{m_{\bar{u}}}$$

wobei hier von der noch zu berücksichtigenden Residualrendite abgesehen wird. Mit α_{PF} wird die von der Überschussrendite des Marktindex ($r_{m_{\bar{u}}}$) unabhängige Portfolioüberschussrendite und mit $\beta_{PF_{\bar{u}}} \cdot r_{m_{\bar{u}}}$ die vom Marktindex abhängige Portfolioüberschussrendite bezeichnet, die sich wiederum aus den beiden Komponenten Portfoliosensitivität in Bezug auf den Marktindex (β_{PF}) und Überschussrendite des Marktindex zusammensetzt.

Grundlegend wird mit dem Begriff »Überschussrendite« die Differenz zwischen der Gesamrendite und einem risikolosen Zinssatz (r_f) bezeichnet. Überschussrenditen können als Risikoprämien interpretiert werden, da nur der über den risikolosen Zinssatz hinausgehende Teil der Rendite eine Entschädigung für das eingegangene Risiko darstellt:

$$r_{PF_{\bar{u}}} = r_{PF} - r_f$$

Die im Weiteren zu definierenden Renditen beziehen sich hier jeweils auf Überschussrenditen, können aber auch auf absolute Renditen übertragen werden.

Mit dem Begriff »aktive Rendite« (r_{PF_a}) wird derjenige Renditeanteil der Überschussrendite des Portfolios bezeichnet, der über die Überschussrendite einer festgelegten Benchmark ($r_{BM_{\bar{u}}}$) hinausgeht:

$$r_{PF_a} = r_{PF_{\bar{u}}} - r_{BM_{\bar{u}}}$$

Unter (α_{PF}) wird hierbei die von der Überschussrendite der Benchmark ($r_{BM_{\bar{u}}}$) unabhängige Portfolioüberschussrendite verstanden:

$$\alpha_{PF} = r_{PF_{\bar{u}}} - \beta_{PF} \cdot r_{BM_{\bar{u}}}$$

Wie im Rahmen der Unterscheidung von Timing und Selektion als unterschiedliche Investmentstile noch zu zeigen sein wird, lässt sich die Portfolio-Überschussrendite wie folgt aufteilen, wobei Renditebeiträge aus Timing-Aktivitäten identifiziert werden können:¹¹

$$r_{PF_{\bar{u}}} = \alpha_{PF} + \underbrace{(\beta_{PF} - 1) \cdot \bar{r}_{BM_{\bar{u}}}}_{\text{Renditebeitrag aus passivem Markt-Timing}} + \underbrace{(\beta_{PF} - 1) \cdot \Delta r_{BM_{\bar{u}}}}_{\text{Renditebeitrag aus aktivem Markt-Timing}} + r_{BM_{\bar{u}}} \quad r_{BM_{\bar{u}}} = \bar{r}_{BM_{\bar{u}}} + \Delta r_{BM_{\bar{u}}}$$

mit

11 Vgl. Ebertz/Scherer (2002), S. 187.

- β_{PF} = Sensitivität eines Portfolios in Bezug auf die kurzfristige Abweichung der Benchmark-Überschussrendite von ihrem langfristigen Durchschnittswert,
 $\bar{r}_{BM_{\bar{u}}}$ = langfristige bzw. durchschnittliche Benchmark-Überschussrendite und
 $\Delta r_{BM_{\bar{u}}}$ = kurzfristige Abweichung vom langfristigen Durchschnitt der $\bar{r}_{BM_{\bar{u}}}$

Während beim passivem Markt-Timing das Beta nicht in Abhängigkeit von der künftigen Markteinschätzung festgelegt wird, erfolgt dagegen beim aktiven Markt-Timing die Festlegung des Portfolio-Betas in Abhängigkeit von der Einschätzung des Portfoliomanagers im Hinblick auf die kurzfristige Abweichung der Benchmark-Überschussrendite von der langfristigen, durchschnittlichen Benchmark-Überschussrendite.

Schließlich lässt sich unter dem Begriff der »außergewöhnlichen Rendite« (r_{PF_E}) die Summe aus Portfolio-Alpha und Renditebeitrag aus aktivem Markt-Timing definieren:

$$r_{PF_E} = \alpha_{PF} + (\beta_{PF} - 1) \cdot \Delta r_{BM_{\bar{u}}}$$

Der zu wählende Investmentstil des Portfoliomanagers muss in Abhängigkeit der vorgegebenen inhaltlichen Renditeziele festgelegt werden. Um z. B. eine systematische Timingrendite zu erzielen, müssen Verfahren des Markt-Timings eingesetzt werden. Wird eine systematische Timingrendite hingegen nicht angestrebt, dann sollten Timingverfahren im Rahmen des Portfoliomanagements nicht zur Anwendung kommen.

Wie die vorangegangenen Ausführungen gezeigt haben, bedarf die Festlegung von Renditezielen im Prozess der strategischen Performanceplanung für Portfolios einiger Sorgfalt. Investoren müssen sich daher stets fragen, welche inhaltlichen und methodischen Charakteristika die zu erzielenden Renditen aufweisen sollen. Aus der Renditefestlegung folgt dann i. d. R. das marktspezifische Vorgehen im Rahmen des Portfoliomanagementprozesses.

1.1.2 Risiken

Die sachgerechte Bestimmung des Anlagerisikos im Rahmen der Zielfestlegung bei Portfolios zählt zu den neuralgischen Bereichen des Portfoliomanagements. Grundsätzlich wird Risiko nach den Komponenten Unsicherheit und Ungewissheit unterschieden. Während Ungewissheit einen Zustand der Nichtbeschreibbarkeit zukünftiger Ausprägungen von Renditen bezeichnet, lassen sich beim Vorliegen von Unsicherheit zumindest Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten bestimmter zukünftiger Renditeausprägungen angeben. Letzterer Begriff von Risiko liegt den im Weiteren darzustellenden Risikomaßen zugrunde. Festzuhalten bleibt aber, dass für das Portfoliomanagement nur die in der Zukunft liegenden Gefahren ein Risiko darstellen, da auf vergangene, d. h. bereits eingetretene Risiken nicht mehr im Sinne einer Vermeidung bzw. Abmilderung reagiert werden kann.

Risiko kann im Detail auf vielfältige Arten definiert und gemessen werden. Die Mehrzahl der bekannten Risikomaße ist quantitativer Natur, wiewohl seit der Finanzkrise 2007–2009 eine verstärkte Skepsis gegenüber den rein kurs- und vergangenheitsorientierten Risikokennzahlen festzustellen ist. Diese neuerliche Skepsis betrifft auch die Mathematisierung des Risikobegriffs im Allgemeinen. Dem unabweisbaren Vorteil der Mess- und Vergleichbarkeit durch Mathematisierung steht die Gefahr einer Scheinsicherheit und der Auslassung nicht

quantifizierbarer Zukunftsgefahren gegenüber. Backtesting-Verfahren etwa nähren die Illusion, auf jedwede zukünftige Risikosituation vorbereitet zu sein.

In der Portfoliomanagementpraxis existieren für bestimmte Risiken auch qualitative Risikokategorien, z. B. in Form von Rating-Symbolen bei der Bonitätsbewertung von Anleihe-schuldnern. Außergewöhnliche Risiken können sowohl einzelne Wertpapiere als auch einen Gesamtmarkt betreffen. Während etwa die Energiewende in Deutschland vorwiegend die dortigen Energieversorger betrifft, führte der Atomunfall von Fukushima zu einem Gesamtmarkteinbruch. Man bezeichnet derartige Risiken als »Event Risks«. Ein Beispiel für ein Event Risk ist der Ausfall eines Schuldners im Anleihebereich (Default Risk).

Wenn auch in der Portfoliomanagementpraxis quantitative Risikomessungen dominieren, so ist doch auf die unbedingte Notwendigkeit qualitativer Risikobeurteilungen hinzuweisen. Denn quantitative Risikokennzahlen werden stets auf der Basis von Vergangenheitsrealisationen gebildet und basieren überwiegend auf Kurszeitreihen. Kurse sind jedoch stets nur ein Abbild des tatsächlichen Anlagegegenstandes, z. B. eines Unternehmens. Ein ausschließliches Schlussfolgern vom Kurs auf das Unternehmen wird einer ganzheitlichen Risikobetrachtung nicht gerecht. Zudem ist die Vergangenheit oftmals nicht hinreichend indikativ für die Zukunft, obwohl Risikomaße tendenziell stabiler sind als Renditekennzahlen. Am Platzen der amerikanischen Immobilienblase in den Jahren 2007–2008 lässt sich dieses Phänomen gut beobachten. Gerade im Bereich nicht marktbezogener Risiken sind qualitative und damit subjektive Beurteilungen erforderlich. Zur Beurteilung des zukünftigen Risikos von Aktien muss beispielsweise ein ganzer Katalog von nicht quantifizierbaren Fragen beantwortet werden. Dies schließt z. B. die Qualität des Managements und die Konkurrenzsituation des betreffenden Unternehmens ebenso ein wie die zukünftigen Sensitivitäten des Unternehmens in Bezug auf gesamtwirtschaftliche Veränderungen.

Die Entwicklung quantitativer Risikomaße und -kennzahlen basiert im Kern auf der Verbreitung der sog. »Modern Portfolio Theory« in der Portfoliomanagementpraxis. In dieser Interpretation umfasst die »Modern Portfolio Theory« auch die Kapitalmarkttheorie. Eine der Zentralaussagen der Kapitalmarkttheorie besagt, dass zwischen der Rendite und dem Risiko einer Anlage ein positiver Zusammenhang erwartet werden kann. Anlageformen, deren positive Vergangenheitsentwicklung relativ hohe zukünftige Renditen erwarten lässt, tragen dem gemäß auch ein relativ hohes Risiko. Diese Aussage wird in der Portfoliomanagementpraxis mittlerweile nicht mehr allgemein akzeptiert. Antizyklische Anlagestrategien und Value-Style basieren auf einer gegenteiligen Annahme. Gleichwohl tendieren Anleger bei der Zielformulierung für ihr Portfolio oftmals dazu, eine maximale Rendite bei minimalem Risiko anzugeben. Die Beachtung des ökonomischen Prinzips jedoch legt nahe, dass entweder die erwartete Rendite bei einem im Voraus festgelegten Risikoniveau maximiert wird oder dass für ein geplantes Renditeniveau das Risiko minimiert wird.

Wie in Abbildung 1.3 dargestellt ist, lassen sich die quantitativen/statistischen Risikomaße bzw. -definitionen in vier Kategorien einteilen. Die Diskussionen um die Angemessenheit von Risikomaßen bei bestimmten Anlageinstrumenten bzw. -situationen dauern in Wissenschaft und Praxis noch an. Alle genannten Arten der Risikomessung besitzen Vor- und Nachteile. In den folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Risikomaße beschrieben.

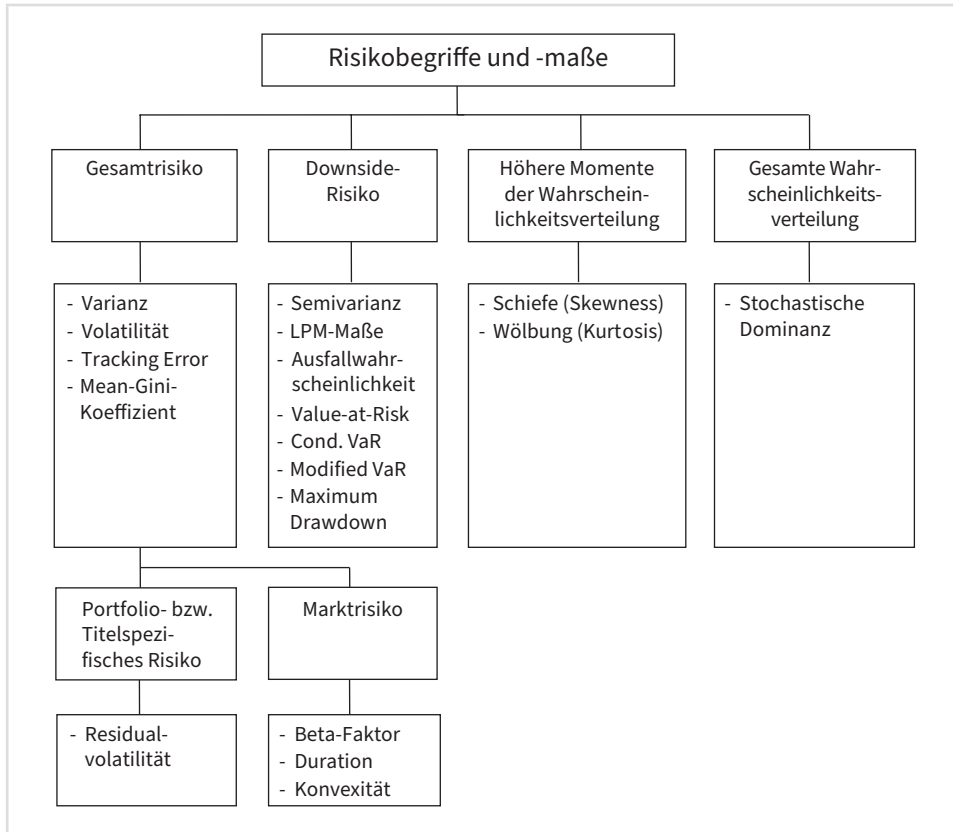


Abb. 1.3: Alternative Risikobegriffe und -maße

1.1.2.1 Volatilität

1.1.2.1.1 Grundkonzept der Volatilität

Das in der Investmentwelt am weitesten verbreitete Risikomaß ist die Volatilität, die auf dem statistischen Konzept der Varianz basiert und inhaltlich der annualisierten Standardabweichung entspricht. Die Varianz misst als Streuungsmaß der Statistik die quadrierten Abweichungen zwischen den einzelnen Merkmalsausprägungen einer Verteilung und dem Verteilungsmittelwert. Durch Ziehen der Quadratwurzel aus der Varianz erhält man die Standardabweichung, die gegenüber der Varianz den Vorteil der Dimensionsgleichheit mit dem Verteilungsmittelwert aufweist. Die Verwendung der Volatilität als Risikomaß im Portfoliomanagement beruht damit auf einer Risikodefinition, der zufolge Risiko das Abweichen von erwarteten bzw. geplanten Renditen darstellt. Derartige Abweichungen können positiv wie negativ ausfallen. Da unter Risiko im allgemeinen Sprachgebrauch bzw. intuitiv häufig nur eine negative Abweichung vom Zielwert verstanden wird, wird die Volatilität als Risikomaß mitunter kontrovers diskutiert.¹²

12 Zu den verschiedenen Arten der Volatilitätsbestimmung vgl. Mayhew (1995), S. 8 ff.

Anhand von Abbildung 1.4 ist zu erkennen, wie die Volatilität eines Assets zu interpretieren ist. Der dargestellte glockenförmige Kurvenverlauf entspricht einer Normalverteilung (Gauß'sche Glockenkurve).

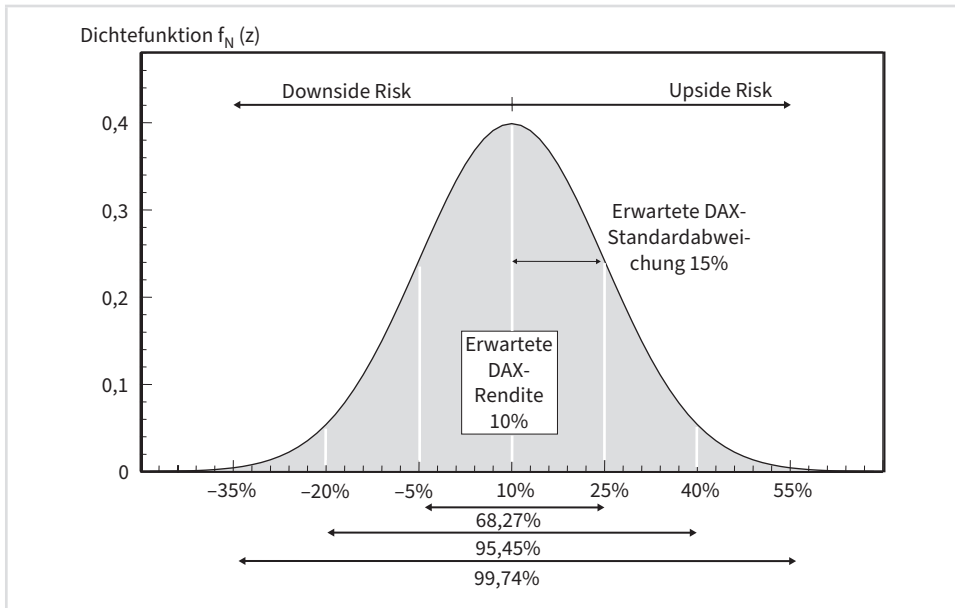


Abb. 1.4: Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

Zunächst ist den Angaben zu entnehmen, dass Volatilitäten i. d. R. in Prozentwerten angegeben werden. Ein Volatilitätswert von 15 % p.a. für den Deutschen Aktienindex DAX bedeutet bei einer unterstellten Renditeerwartung von 10 % p.a., dass die Rendite des DAX in etwa 2 von 3 Jahren (Wahrscheinlichkeit ca. 68 %) in einem Korridor zwischen –5 % p.a. und 25 % p.a. liegt, oder – anders ausgedrückt – dass mit ca. 68 % Wahrscheinlichkeit erwartet wird, dass für das folgende Jahr die Rendite zwischen –5 % und 25 % liegen wird. Gleichzeitig bedeuten diese Werte, dass mit ca. 95 % Wahrscheinlichkeit eine Rendite zwischen –20 % (10 % – 2 · 15 %) und 40 % (10 % + 2 · 15 %) für das kommende Jahr erwartet wird.¹³

Unter Berücksichtigung der oben auf Basis der Szenariowahrscheinlichkeiten p_i berechneten erwarteten Rendite kann zunächst die erwartete bzw. geschätzte Varianz der Renditen eines Assets, z. B. eines Wertpapiers wie folgt berechnet werden:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n p_i \cdot (r_i - E(r))^2$$

Wird die erwartete Rendite auf Basis von Vergangenheitsdaten berechnet, kann die Varianz der Renditen in der folgenden Weise geschätzt werden, wobei unterstellt wird, dass die jeweiligen Renditerealisationen in den einzelnen Perioden mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $p_i = 1/n$ auftreten:

13 Berechnungsbeispiele zur Volatilität und zu anderen Risikomaßen finden sich bei Steiner/Bruns/Stöckl (2017), S. 59 ff.

$$E(r) = \mu = \bar{r} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n r_i, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \mu)^2$$

mit

$\hat{\sigma}^2$ = Geschätzte Varianz der Renditen,
 r_i = Renditerealisationen in der Periode i ,
 μ = Renditemittelwert und
 n = Anzahl der Beobachtungen.

Zu beachten ist dabei, dass es sich bei der erwarteten Rendite um das arithmetische Mittel, d. h. die durchschnittliche arithmetische Rendite handelt, die als besserer Schätzer für die erwartete Rendite als die durchschnittliche geometrische Rendite anzusehen ist. Liegen nur wenige beobachtete Renditen vor, dann bietet sich der folgende Ausdruck zur Varianzberechnung an:¹⁴

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \mu)^2$$

Anstelle von σ wird bei diesen Formeln hier $\hat{\sigma}$ verwendet, um zu zeigen, dass es sich um eine Schätzung handelt. Auf diese Unterscheidung soll allerdings im Folgenden verzichtet werden, so dass nur noch das Symbol σ genutzt wird.

Die Quadratwurzel der Varianz entspricht der Standardabweichung (σ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \mu)^2} \text{ bzw. } \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \mu)^2}$$

Das nachfolgende Beispiel zeigt die Berechnungsweise auf. So liegen die Renditen von zwei verschiedenen Anlagen aus den vergangenen sieben Monaten vor:

Monat	Rendite Anlage A	Rendite Anlage B
1	2%	3%
2	3%	6%
3	-1%	-5%
4	-2%	-7%
5	4%	7%
6	3%	4%
7	5%	6%
μ	2%	2%

Tab. 1.1: Beispiel zur Standardabweichung

14 Vgl. Bodie/Kane/Marcus (2023), S. 145 f. Zur Unterscheidung zwischen arithmetischer und geometrischer Rendite vgl. Kapitel 5.2.1.5 in diesem Buch sowie Meyer-Bullerdiek (2017), S. 4 f.

Den Daten ist zu entnehmen, dass beide Anlagen den gleichen arithmetischen Mittelwert von 2% aufweisen.¹⁵ Gleichzeitig ist unmittelbar erkennbar, dass die Renditeschwankungen bei Anlage B höher sind als bei Anlage A, so dass Anlage B zwar ein höheres Risiko, gleichzeitig aber auch eine höhere Chance aufweist.

Als Werte für die Standardabweichungen ergeben sich:¹⁶

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \left[(0,02 - 0,02)^2 + (0,03 - 0,02)^2 + (-0,01 - 0,02)^2 + (-0,02 - 0,02)^2 + (0,04 - 0,02)^2 + (0,03 - 0,02)^2 + (0,05 - 0,02)^2 \right]} = 2,582\%$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \left[(0,03 - 0,02)^2 + (0,06 - 0,02)^2 + (-0,05 - 0,02)^2 + (-0,07 - 0,02)^2 + (0,07 - 0,02)^2 + (0,04 - 0,02)^2 + (0,06 - 0,02)^2 \right]} = 5,657\%$$

Um die Dimensionsgleichheit zwischen Rendite und Risiko zu gewährleisten, sind beide Größen zu annualisieren. So kann dazu beispielsweise zur Annualisierung von logarithmierten Monatsrenditen die mittlere logarithmierte Rendite mit 12 multipliziert werden. Die annualisierte Standardabweichung (d.h. die Volatilität) wird mithilfe des Annualisierungsfaktors bestimmt. Bei Verwendung von Monatsrenditen wird die ermittelte Standardabweichung mit $\sqrt{12}$ als Annualisierungsfaktor multipliziert. Somit ergeben sich in dem Beispiel die folgenden annualisierten Werte:

$$\text{Volatilität}_A = 2,582\% \cdot \sqrt{12} = 8,94\%$$

$$\text{Volatilität}_B = 5,657\% \cdot \sqrt{12} = 19,60\%$$

Allgemein ergibt sich für die Volatilität der folgende Ausdruck:

$$\sigma_{T_1} = \sigma_{T_2} \cdot \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Werden zur Volatilitätsberechnung Tagesrenditen herangezogen, dann lautet der Annualisierungsfaktor

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{250}{1}} = \sqrt{250}.^{17}$$

Bei Wochenrenditen beträgt der Annualisierungsfaktor $\sqrt{52}$, bei Monatsrenditen $\sqrt{12}$ und bei Quartalsrenditen $\sqrt{4}$.

15 Falls es sich um logarithmierte bzw. stetige Renditen handelt, ergibt sich auf diese Weise die durchschnittliche stetige Rendite, d.h. hier eine durchschnittliche Monatsrendite von 2%.

16 Da in dem Beispiel nur wenige Werte vorliegen, wird in der Formel durch $n-1$ dividiert.

17 Die Zahl 250 gibt die approximative Anzahl der Handelstage in einem Jahr an. Je nach Betrachtungsland kann die Anzahl der Handelstage schwanken.

Die verwendeten Symbole bedeuten:

σ_{T_1} = Standardabweichung der Renditen, bezogen auf 1 Jahr und

σ_{T_2} = Standardabweichung der Renditen, bezogen auf das betrachtete Zeitintervall T_2 .

Beträgt die Monatsvolatilität σ_{T_2} für $T_2 = 1$ Monat beispielsweise 1,44%, so beläuft sich die Jahresvolatilität σ_{T_1} mit $T_1 = 1$ Jahr = 12 Monate auf:

$$\sigma_{T_1} = \sigma_{T_2} \cdot \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 0,0144 \cdot \sqrt{\frac{12}{1}} = 0,05 = 5\%$$

Umgekehrt kann die Monatsvolatilität aus der Jahresvolatilität wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_{T_2} = \sigma_{T_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}} = 0,05 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{12}{1}}} = 0,05 \cdot \frac{1}{\sqrt{12}} = 0,0144 = 1,44\%$$

Damit wird hier mit ca. 2/3 Wahrscheinlichkeit erwartet, dass die Rendite im nächsten Monat um nicht mehr als 1,44%-Punkte von der erwarteten Rendite abweichen wird bzw. dass mit ca. 95% Wahrscheinlichkeit die Rendite im nächsten Monat um nicht mehr als 2,88%-Punkte von der erwarteten Rendite abweichen wird.

Im Falle normalverteilter Renditen reicht die Kenntnis des Renditeerwartungswertes und der Volatilität aus, um das Anlagerisiko vollständig zu beschreiben. Liegt hingegen keine Normalverteilung vor, dann ist die Kenntnis weiterer Momente der Verteilung zur vollständigen Risikoerfassung notwendig. Auf die in diesem Zusammenhang zum Tragen kommenden Risikomaße Schiefe und Wölbung einer Verteilung wird später noch eingegangen.

Aus diesen Ausführungen wird deutlich, warum das Vorliegen normalverteilter Renditen wünschenswert erscheint. In diesem Fall eignet sich die Volatilität besonders gut zur Risikoquantifizierung.

Eine Normalverteilung von Renditen liegt nach der Statistik grundsätzlich umso eher vor, je mehr Werte zur Verfügung stehen. Als Faustregel kann $n > 30$ dienen. Dabei wird gefordert, dass die Renditen unabhängig voneinander sind und zudem eine identische Verteilung besitzen.¹⁸ Falls demnach z. B. die Volatilität für ein Jahr aus 12 Monatsrenditen berechnet wird, so ist dies rein rechnerisch zwar möglich, die Interpretation des Ergebnisses ist aber in Frage zu stellen, da 12 Werte kaum normalverteilt sein dürften. Aus diesem Grund finden sich Angaben zur Volatilität bei Investmentfonds, die auf Monatsrenditen basieren, häufig erst ab Dreijahreszeiträumen. Auch empirische Studien weisen darauf hin, dass Renditen oftmals nicht normalverteilt sind, aber häufig eine sehr ähnliche Form aufweisen. Vor diesem Hintergrund kann die Volatilität nur mit Einschränkungen angewendet bzw. interpretiert werden. Dennoch kann das Risiko mithilfe der Volatilität mit größerer Sicherheit geschätzt werden als Renditen.

18 Vgl. Poddig/Dichtl/Petersmeier (2003), S. 88 ff.

1.1.2.1.2 GARCH-Modell zur Schätzung der Volatilität

Bei Anlageentscheidungen ist stets das zukünftige Risiko von Bedeutung. Vergangenheitsdaten können daher nur eine Indikation bezüglich der Risikohöhe in einem abgelaufenen Zeitraum liefern. Um dieses Problem zu mildern, kann bei Risikoschätzungen die Dynamik der Risikomaßentwicklung im Zeitablauf berücksichtigt werden. So können die künftigen Volatilitäten beispielsweise mithilfe sog. GARCH-Ansätze geschätzt werden. Das Akronym GARCH steht für **G**eneralized **A**uto **R**egressive **C**onditional **H**eteroscedasticity. Heteroskedastizität drückt im Gegensatz zu Homoskedastizität einen Zustand aus, bei dem die Volatilität der Residuen (des Störterms) einer Renditeregression im Zeitablauf nicht konstant ist.¹⁹ Mithilfe von GARCH-Ansätzen lassen sich die zeitlichen Veränderungen der Volatilität realitätsnäher modellieren.²⁰ Dies folgt der in zahlreichen empirischen Untersuchungen nachgewiesenen Erkenntnis, dass die Volatilität von Renditen im Zeitablauf nicht stabil ist.

GARCH-Modelle bestehen aus zwei Gleichungen. Die erste Gleichung beschreibt den Prozess der Überschussrenditegenerierung in der Form

$$r_{PF_{ü,t+1}} = \mu + \gamma \sigma_t^2 + \eta_{t+1}$$

Die Überschussrendite in $t+1$ setzt sich aus einer Konstanten μ , einer Risikoprämie $\gamma \sigma_t^2$ und einem zukünftigen heteroskedastischen Störterms η_{t+1} zusammen.²¹ Dieser zukünftige Störterm hängt seinerseits von der Standardabweichung in t ab und kann zerlegt werden in den Ausdruck

$$\eta_{t+1} = \sigma_t \cdot \varepsilon_{t+1},$$

wobei ε_{t+1} die Ausprägung des Störterms mit einem Erwartungswert von null und einer (bedingten) Varianz von σ_t^2 ist.

Mithilfe einer Regressionsfunktion des Typs

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p a_j \cdot \sigma_{t-j}^2$$

wird anschließend die aktuelle Varianz des Störterms geschätzt.²² Neben der Konstanten a_0 (z. B. einem langfristigen Mittelwert) setzt sich die Varianz des Störterms im Zeitpunkt t aus dem mit a_i gewichteten Störterm ε_{t-i}^2 und der mit a_j gewichteten Störtermvarianz der Vergangenheit zusammen. Man spricht in diesem Fall von einem GARCH (p,q)-Modell, wobei p und q angeben, wie autoregressiv die Varianz des Störterms im Zeitpunkts t ist. Je höher die Ordnungsvariablen p und q sind, desto wichtiger sind die weiter zurückliegenden Vergangenheitswerte für die Varianz im Zeitpunkt t . Besitzt p den Wert null, dann handelt es sich um ein ARCH (q) Modell:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2$$

19 Vgl. hierzu die Darstellung bei Steiner/Bruns/Stöckl (2017), S. 62 ff.

20 Vgl. Geyer/Schwaiger (1994), S. 684 ff.

21 Vgl. Hentschel (1995), S. 74 f.

22 Vgl. Bollerslev (1986), S. 307 ff. und Engle (1982), S. 987 ff.

Ein GARCH (1,1)-Ansatz nimmt beispielsweise das Format

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + a_2 \cdot \sigma_{t-1}^2$$

an. Der zeitliche Lag beträgt hierbei eine Periode, d. h. die künftige Varianz ist eine Funktion aus der Ausprägung des Störterms und der Varianz der letzten Periode. Als Methodik zur Schätzung der Gleichungsparameter kommt die Regressionsanalyse zur Anwendung.

1.1.2.1.3 Implizite Volatilität

Vor dem Hintergrund, dass die auf historischen Renditen basierende Volatilität bei deutlichen aktuellen Marktveränderungen Fehlbewertungen nach sich ziehen kann, werden in der Praxis der Wertpapieranalyse oftmals implizite Volatilitäten herangezogen. Diese werden aus den (annahmegemäß »richtigen«) Optionspreisen am Terminmarkt abgeleitet, indem die in der Optionspreisformel von *Black & Scholes* enthaltene Standardabweichung unter Annahme der Bekanntheit des Optionspreises und der übrigen in die Formel eingehenden Parameter iterativ bestimmt wird.²³ Damit kann angenommen werden, dass die implizite Volatilität die aktuelle Markterwartung bezüglich der Schwankungsbreite des zugrunde liegenden Instruments (z. B. einer Aktie) zum Ausdruck bringt.

Für Aktienindizes lässt sich die implizite Volatilität auch durch Volatilitätsindizes abbilden. So drückt beispielsweise der Volatilitätsindex VDAX (ehemals VDAX-NEW)²⁴ die Schwankungsbreite des Deutschen Aktienindexes DAX aus, die vom Optionsmarkt für die kommenden 30 Tage erwartet wird. Zur Berechnung des Indexstandes wird auf DAX-Optionskontrakte zurückgegriffen, die »am Geld« (at the money) und »aus dem Geld« (out of the money) notieren. Mithilfe des aktuellen Wertes des VDAX kann die erwartete Volatilität des DAX wie folgt bestimmt werden:²⁵

$$\text{erwartete Volatilität}_{\text{DAX}} = \text{VDAX in \% p. a.} \cdot \sqrt{\frac{30 \text{ Tage}}{365 \text{ Tage}}} \cdot \text{DAX (in Punkten)}$$

Wird beispielsweise für den VDAX ein Wert von 15 % p. a. (implizite Volatilität) bei einem DAX-Stand von 25.000 Punkten festgestellt, so ergibt sich eine erwartete DAX-Volatilität für die nächsten 30 Tage von 1.075 Punkten:

$$\text{erwartete Volatilität}_{\text{DAX}} = 15 \% \cdot \sqrt{\frac{30}{365}} \cdot 25.000 = 1.075$$

Dieser Wert wiederum bedeutet, dass von den Marktteilnehmern mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 68 % erwartet wird, dass der DAX in den nächsten 30 Tagen zwischen 23.925 und 26.075 schwanken wird.

Zwischen der Volatilität eines Marktes und seiner Wertentwicklung liegt i. d. R. eine negative Korrelation vor, d. h. bei einem DAX-Anstieg sinkt der Kurs des VDAX und umgekehrt. Vor diesem Hintergrund erscheint die Volatilität sinnvoll für Zwecke der Portfoliodiversifika-

²³ Vgl. *Perridon/Steiner/Rathgeber* (2022), S. 399 und *Vierkötter* (2021), S. 61 ff.

²⁴ Der VDAX-NEW wurde im September 2024 in VDAX umbenannt. Vgl. *Deutsche Börse* (2025b).

²⁵ Vgl. *Bossert* (2017), S. 302.

tion.²⁶ Als weitere Volatilitätsindizes können der VSTOXX für den Euro Stoxx 50 und der VIX für den S&P 500 genannt werden. Mit entsprechenden Derivaten, wie z. B. den an der Eurex gehandelten VSTOXX Futures lassen sich somit eine Portfoliodiversifizierung und auch die Optimierung der Volatilitätsposition erreichen.²⁷

Insgesamt gesehen beschreibt die Volatilität als theoretisch fundiertes Streuungsmaß das Ausmaß von Wertschwankungen bei Renditen und Kursen. Mithilfe der Volatilität lässt sich abschätzen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter Renditewert in der Zukunft erreicht bzw. verfehlt wird. Geeignet als Risikomaß ist die Volatilität bei nahezu allen Anlagegattungen. Insofern erlaubt sie Risikovergleiche unterschiedlicher Anlageformen. Ihre große praktische Bedeutung verdankt die Volatilität außerdem ihrer Verwendung als zentrales Risikomaß innerhalb der Portfoliotheorie von *Markowitz*.²⁸

1.1.2.2 Betafaktor

Über die Ursache von Rendite- und Preisschwankungen trifft die Volatilität keine Aussage. Hierin ist der wesentliche Unterschied zum Betafaktor (β -Faktor) zu sehen, der die Sensitivität eines Anlagegutes im Vergleich zum Gesamtmarkt zum Ausdruck bringt. Der β -Faktor, der hauptsächlich zur Marktrisikokuantifizierung bei Aktien eingesetzt wird, gibt an, wie stark sich die Überschussrendite (= Rendite abzüglich des risikolosen Zinssatzes) der Aktie i ändert, wenn die Überschussrendite des gesamten Aktienmarktes um den Wert x steigt oder fällt.

Das Konzept des β -Faktors geht zurück auf das *Capital Asset Pricing Model* (kurz: CAPM) von *Sharpe*, *Lintner* und *Mossin*.²⁹ Nach dem CAPM werden höhere Marktrisiken, gemessen am β -Faktor, mit höheren Überschussrenditen belohnt. Einzelwertspezifische Risiken werden demgemäß nicht vom Markt vergütet, da sie durch sachgerechte Diversifikation leicht eliminierbar sind. Man spricht daher beim β -Faktor vom systematischen Risiko einer Anlage.

Der β -Faktor wird oftmals auch als relative Volatilität einer Aktie bezeichnet. Um den Zusammenhang zwischen Markt- und Titelrendite herzustellen, greift das Konzept des β -Faktors auf die Kovarianz bzw. die Korrelation zwischen beiden Größen zurück. Sowohl Kovarianz als auch Korrelation sind als Maße für den Gleichlauf zweier Merkmalsausprägungen aus der deskriptiven Statistik bekannt. Während die Kovarianz – ähnlich wie die Varianz – aufgrund ihrer Dimensionsverschiedenheit von Renditegrößen keiner intuitiven Deutung zugänglich ist, lässt sich die Korrelation (k) als standardisierte Kovarianz leicht interpretieren. Ihr Wertebereich ist auf $-1 \leq k \leq 1$ normiert. Ein hoher Korrelationskoeffizient deutet auf den Gleichlauf zweier Größen hin et vice versa. Bei einem Korrelationskoeffizienten von 0 sind die zwei betrachteten Größen zusammenhanglos. Das folgende Beispiel zeigt, welche Werte sich für die Korrelation zwischen den Renditen einer Aktie (r_{Aktie}) und den Renditen eines Aktienindex (r_{Index}) bei verschiedenen Renditeentwicklungen in den Perioden 1 bis 10 ergeben würden:

26 Vgl. *Deutsche Börse* (2025b).

27 Vgl. *Eurex* (2024).

28 Vgl. *Markowitz* (1952), S. 77 ff. und *Markowitz* (1959). Zu weiteren Volatilitätsmodellen, wie z. B. der stochastischen Volatilität oder der sog. realisierten Volatilität vgl. *Andersen/Benzoni* (2010), S. 1 ff.; *Dudda/Klein/Walther* (2021), S. 19 ff.

29 Vgl. *Sharpe* (1964), S. 425 ff.; *Lintner* (1965), S. 13 ff. und *Mossin* (1966), S. 768 ff. Eine Darstellung des CAPM findet sich in [Kapitel 2.1.3.2](#) in diesem Buch.

Periode	r _{Index}	r _{Aktie 1}	r _{Aktie 2}	r _{Aktie 3}	r _{Aktie 4}	r _{Aktie 5}	r _{Aktie 6}	r _{Aktie 7}	r _{Aktie 8}
1	3%	4%	6%	2%	3%	2%	2%	-3%	-6%
2	5%	6%	10%	3%	-5%	-3%	2%	5%	-10%
3	-2%	-1%	-4%	-1%	-2%	-1%	2%	2%	4%
4	-5%	-4%	-10%	-2%	5%	1%	2%	-5%	10%
5	2%	3%	4%	1%	2%	0%	2%	-2%	-4%
6	5%	6%	10%	2%	-5%	-2%	2%	5%	-10%
7	11%	12%	22%	3%	11%	2%	2%	-11%	-22%
8	-1%	0%	-2%	-1%	1%	0%	2%	-1%	2%
9	-10%	-9%	-20%	-2%	-10%	-2%	2%	10%	20%
10	4%	5%	8%	1%	-4%	1%	2%	4%	-8%
Korrelation	1,00	1,00	1,00	0,92	0,47	0,28	0,00	-0,47	-1,00

Tab. 1.2: Beispiel zur Korrelation

Zur Errechnung des β -Faktors wird der folgende Ausdruck verwendet:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} = k_{im} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

mit

β_i = β -Faktor der Aktie i,

$\text{Cov}(r_i, r_m)$ = Kovarianz zwischen der Aktien- und der Marktrendite,

k_{im} = Korrelation zwischen der Aktien- und der Marktrendite,

σ_m^2 = Varianz der Aktienmarktrendite,

σ_i = Standardabweichung der Aktienrendite i und

σ_m = Standardabweichung der Aktienmarktrendite.

Der Zusammenhang zwischen dem Korrelationskoeffizienten und der Kovarianz wird beschrieben durch den Term

$$k_{im} = \frac{\text{Cov}(r_i, r_m)}{\sigma_i \cdot \sigma_m}$$

Ein β -Faktor der Aktie i von 1,1 ist wie folgt zu interpretieren: Erzielt der Gesamtmarkt eine Überschussrendite (r_{m_u}) von 1%, dann ist mit einer Überschussrendite (r_{i_u}) von 1,1% für die Aktie i zu rechnen. β -Werte oberhalb von 1 indizieren ein hohes Marktrisiko et vice versa. Allgemein gilt:

$$\underbrace{r_i - r_f}_{r_{i_u}} = \underbrace{(r_m - r_f)}_{r_{m_u}} \cdot \beta_i \quad \Leftrightarrow \quad \beta_i = \frac{r_{i_u}}{r_{m_u}} = \frac{r_i - r_f}{r_m - r_f}$$

mit

r_i, r_m = Rendite der Aktie i bzw. des Marktes m und

r_f = Rendite einer risikolosen Anlage.

β -Faktoren können auch für Portfolios berechnet werden. In diesem Fall wird der β -Faktor des Portfolios (β_{PF}) ermittelt, indem die Summe der mit ihren Portfoliogewichten x_i multiplizierten Einzel- β -Faktoren der Aktien (β_i) gebildet wird:

$$\beta_{PF} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \beta_i \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Um zukünftige β -Faktoren zu schätzen, bieten sich zwei Wege an. Zum einen können historische β -Faktoren, die mittels eines linearen Regressionsverfahrens gewonnen werden, extrapoliert werden. Zum anderen lässt sich der β -Faktor in fundamentale Bestandteile wie etwa das »Business Risk« und das »Financial Risk« zerlegen. Die genannten Komponenten lassen sich weiter aufgliedern. Durch Schätzung der einzelnen Bestandteile des β -Faktors gelangt man zu einem sog. fundamentalen β -Faktor.³⁰

Auf der Basis von Vergangenheitswerten werden die Betafaktoren beispielsweise von der Deutschen Börse für einen Zeitraum von 250 Börsentagen ermittelt. Dazu werden die logarithmierten Tagesrenditen der jeweiligen Aktien herangezogen, die wiederum auf Basis der bereinigten Kursdaten ermittelt werden. Diese Bereinigung betrifft die Berücksichtigung z. B. von Dividendenausschüttungen und Nennwertumstellungen.³¹

Die nachfolgende Tabelle 1.3 zeigt einige Kennzahlen für die DAX-Aktien per 28.02.2014, wobei sich die Werte der Kennzahlen jeweils auf den zurückliegenden Zeitraum von einem Jahr beziehen.³²

Aktie	Volatilität	Beta	Korrelation
Adidas	22,2954%	0,9753	0,6253
Allianz	20,2896%	1,2078	0,8510
BASF	19,9504%	1,1037	0,7909
BMW	20,4803%	1,1124	0,7765
Bayer	20,3143%	1,1363	0,7997
Beiersdorf	16,2321%	0,5614	0,4944
Commerzbank	44,8440%	1,1708	0,3733
Continental	24,7980%	1,2029	0,6934
Daimler	23,9678%	1,3253	0,7905
Deutsche Bank	26,2495%	1,2834	0,6990
Deutsche Börse	20,9984%	0,8343	0,5680
Deutsche Post	22,1250%	1,0648	0,6880
Deutsche Telekom	20,7340%	0,8856	0,6106
E.ON	22,1143%	0,7866	0,5085
Fresenius Medical Care	19,2516%	0,3498	0,2598
Fresenius	18,1134%	0,3458	0,2729

30 Vgl. Kleeberg (1992), S. 474 ff. und Steiner/Beiker/Bauer (1993), S. 99 ff. Zu einer weiteren Unterscheidung von Levered Beta und Unlevered Beta vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiek (2026), Kapitel 1.3.3.4.8.

31 Vgl. hierzu und zu einem Berechnungsbeispiel Deutsche Börse (2005), S. 4 ff.

32 Vgl. Stoxx (2024).

Aktie	Volatilität	Beta	Korrelation
HeidelbergCement	25,4494 %	1,0734	0,6030
Henkel	18,0940 %	0,7423	0,5865
Infineon	28,1710 %	1,1965	0,6072
K+S	44,4858 %	0,6786	0,2181
Lanxess	29,1801 %	0,8011	0,3925
Linde	14,4298 %	0,6621	0,6560
Lufthansa	28,1489 %	1,1489	0,5835
Merck	21,1029 %	0,6811	0,4614
Münchener Rückversicherung	18,8472 %	0,9392	0,7124
RWE	27,4972 %	0,7724	0,4016
SAP	18,1836 %	0,8042	0,6323
Siemens	18,3832 %	0,9049	0,7037
ThyssenKrupp	30,0710 %	1,0808	0,5138
Volkswagen	23,2617 %	1,1270	0,6926
DAX		1,0000	1,0000

Tab. 1.3: DAX-Kennzahlen per 28.02.2014

Zu beachten ist, dass sich die Kennzahlenwerte im Zeitablauf verändern können. Dies wird durch Tabelle 1.4 verdeutlicht, die die Kennzahlen für die DAX-Aktien per 29.02.2024 wiedergibt – ebenfalls auf Basis eines Jahres. Der Tabellenvergleich zeigt auch, dass sich die Zusammensetzung des DAX verändert hat – nicht zuletzt auch aufgrund der Aufstockung des DAX von 30 auf 40 Titel im September 2021.³³

Aktie	Volatilität	Beta	Korrelation
Adidas	30,4807 %	1,3539	0,5495
Airbus	19,7463 %	1,0301	0,6454
Allianz	17,0270 %	0,9803	0,7123
BASF	24,4237 %	1,2357	0,6259
BMW	20,8952 %	1,0696	0,6333
Bayer	29,8174 %	0,9551	0,3963
Beiersdorf	14,7115 %	0,2920	0,2456
Brenntag	17,8646 %	0,8680	0,6011
Commerzbank	36,6491 %	1,5892	0,5365
Continental	29,1861 %	1,3721	0,5816
Covestro	31,7014 %	1,0232	0,3993
Daimler Truck Holding	23,1320 %	1,0789	0,5770
Deutsche Bank	30,9090 %	1,5030	0,6016

33 Vgl. zu den Tabellenwerten und zu weiteren Kennzahlen *Stoxx* (2024). Zur Diskussion um eine Aufstockung des DAX von 30 auf 50 Mitglieder vgl. *Schiereck et al.* (2018), S. 136 ff.

Aktie	Volatilität	Beta	Korrelation
Deutsche Börse	18,2070 %	0,6458	0,4389
Deutsche Post	20,2917 %	1,0956	0,6680
Dr. Ing. h.c. F. Porsche	24,3357 %	1,0303	0,5238
Deutsche Telekom	16,1375 %	0,3130	0,2400
E.ON	16,1166 %	0,4018	0,3085
Fresenius	25,7457 %	0,8287	0,3982
Hannover Rück	19,6221 %	0,6031	0,3802
Heidelberg Materials	23,5063 %	1,1099	0,5841
Henkel	13,6834 %	0,3763	0,3402
Infineon	34,7389 %	1,7160	0,6111
Mercedes-Benz	20,7392 %	1,1344	0,6767
Merck	28,4871 %	0,5797	0,2518
MTU Aero Engines	28,0216 %	0,7879	0,3479
Münchener Rückversicherung	17,6769 %	0,6829	0,4779
Porsche Automobil Holding	22,8300 %	1,1434	0,6196
Qiagen	n/a	n/a	n/a
Rheinmetall	28,7659 %	0,8423	0,3623
RWE	20,3810 %	0,6193	0,3759
SAP	20,2857 %	0,9669	0,5897
Sartorius	44,9654 %	1,5768	0,4338
Siemens	23,4679 %	1,4481	0,7634
Siemens Energy	76,9280 %	2,3446	0,3771
Siemens Healthineers	22,1229 %	0,8893	0,4973
Symrise	20,7528 %	0,5819	0,3469
Volkswagen	22,5934 %	1,0280	0,5629
Vonovia	38,7237 %	1,3396	0,4280
Zalando	43,8311 %	1,6333	0,4610
DAX	12,3718 %	1,0000	1,0000

Tab. 1.4: DAX-Kennzahlen per 29.02.2024

Der Berechnung der Betafaktoren in den Tabellen 1.3 und 1.4 liegt ein Zeitraum von einem Jahr zugrunde, wobei tägliche Renditen verwendet wurden. Andere Zeiträume und andere Zeitperioden zur Bestimmung der Parameter (z.B. Monatsrenditen) führen wiederum zu anderen Werten für die dargestellten Kennzahlen.

1.1.2.3 Tracking Error und Residualvolatilität

Ein das Konzept der Volatilität verwendendes Risikomaß, das das Abweichungsrisiko zwischen einem Portfolio und seiner Benchmark misst, ist der Tracking Error. Mit seiner Hilfe kann bestimmt werden, wie genau die Portfoliorendite die Benchmarkrendite widerspiegelt. Daher wird der Tracking Error als Nachbildungsfehler bei Portfolios bezeichnet. Der Tracking

Error misst das Risiko, die Rendite einer Benchmark zu verfehlen, und zwar positiv wie auch negativ. Im passiven Asset Management stellt der Tracking Error das zentrale Risikomaß dar.³⁴

Mathematisch kann der historische Tracking Error wie folgt bestimmt werden:

$$TE_{PF}^{\text{hist.}} = \sigma(r_{PF} - r_{BM})$$

Der in der Formel tiefergestellte Ausdruck $(r_{PF} - r_{BM})$ drückt die Renditedifferenz zwischen Portfolio- und Benchmarkrendite aus. Somit handelt es sich bei dem Tracking Error also um die Standardabweichung dieser Renditedifferenz. Für das folgende, lediglich 10 Vergangenheitsperioden umfassende Beispiel lässt sich der Tracking Error wie folgt ermitteln:³⁵

Periode	Rendite des Portfolios (r_{PF})	Rendite der Benchmark (r_{BM})	$r_{PF} - r_{BM}$	$(r_{PF} - r_{BM}) - \mu(r_{PF} - r_{BM})$	Quadrat der Spalte (5)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	5%	4%	1%	1,20%	0,01440%
2	3%	3%	0%	0,20%	0,00040%
3	4%	-2%	6%	6,20%	0,38440%
4	-2%	1%	-3%	-2,80%	0,07840%
5	1%	0%	1%	1,20%	0,01440%
6	-5%	-2%	-3%	-2,80%	0,07840%
7	3%	4%	-1%	-0,80%	0,00640%
8	6%	2%	4%	4,20%	0,17640%
9	-4%	0%	-4%	-3,80%	0,14440%
10	-1%	2%	-3%	-2,80%	0,07840%
Summe	10%	12%	-2%	0%	0,97600%

Tab. 1.5: Beispiel zum Tracking Error

Der Mittelwert ergibt sich dabei zu:

$$\mu(r_{PF} - r_{BM}) = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{PF} - r_{BM})_i}{n} = \frac{-2\%}{10} = -0,2\%$$

Zur Bestimmung der Varianz wird die Summe der Spalte 6 herangezogen:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \mu)^2 = \frac{0,976\%}{9} = 0,10844\%$$

34 Zu Methoden des Trackings von Marktindizes im Rahmen des passiven Portfoliomanagements vgl. Kapitel 3.1.2.4 in diesem Buch.

35 Sofern in der Praxis die Monatsrenditen der vergangenen drei Jahre herangezogen werden, kann kritisch angemerkt werden, dass damit lediglich der durchschnittliche Tracking Error der letzten drei Jahre ermittelt wird, der mit dem Tracking Error des aktuellen Portfolios nicht übereinstimmen muss. Aus diesem Grund wird auch die Verwendung von Wochenrenditen als sich überlappende 5-Tages-Renditen vorgeschlagen. Vgl. Hanau (2001), S. 452 und Rudolph/Zimmermann (1998), S. 442.

Die Standardabweichung als Wurzel aus der Varianz entspricht dem gesuchten Tracking Error:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = 3,29309\%$$

In der Praxis findet sich auch die folgende Definition des Tracking Errors, die der obigen Vorgehensweise entspricht und daher zum gleichen Ergebnis führt:

$$TE_{PF} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n [(r_{PF_i} - r_{BM_i}) - (\mu_{PF} - \mu_{BM})]^2$$

$$\text{bzw. für das Beispiel: } TE_{PF} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n [(r_{PF_i} - r_{BM_i}) - (1\% - 1,2\%)]^2$$

Zwar bezieht sich der Tracking Error auf die Differenz der Renditen zweier Portfolios, mathematisch gesehen entspricht er jedoch dem Streuungsmaß der Volatilität. Der Tracking Error kann als annualisiertes Risikomaß dargestellt werden. Seine Interpretation ergibt sich aus der Abbildung 1.5.

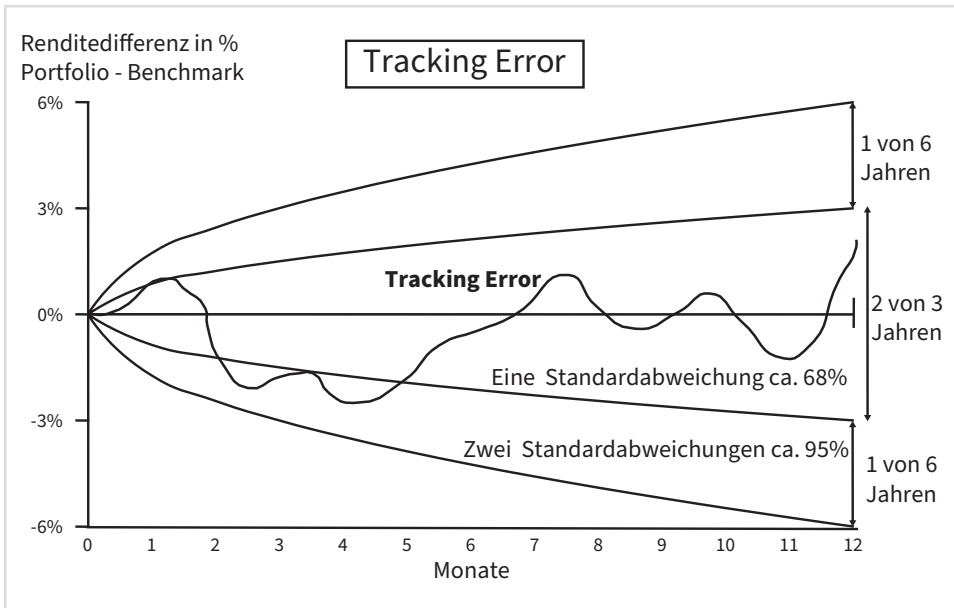


Abb. 1.5: Der Tracking Error und seine Wahrscheinlichkeiten im Zeitablauf

Ein Tracking Error von 3% bedeutet, dass die annualisierte Differenz zwischen der Portfolio- und der Benchmarkrendite in 2 von 3 Jahren in einem Korridor zwischen -3% und +3% liegt, sofern von einem Mittelwert dieser Differenz von null ausgegangen werden kann. Da der Tracking Error als annualisierte Größe eine Funktion der Zeit ist, bezieht sich der Wert von 3% auf einen Planungszeitraum von einem Jahr.

Noch weniger als bei der Volatilität kann beim Tracking Error von Vergangenheitswerten auf zukünftige Werte geschlossen werden. Letztere sind für die zukunftsorientierte Risiko-

bestimmung im Rahmen der Portfoliokomposition aber einzig relevant. Während zur Berechnung des Tracking Errors der Vergangenheit lediglich die Volatilität der Zeitreihe der Renditedifferenzen zwischen Portfolio und Benchmark berechnet werden muss, bedarf es zur Bestimmung des künftigen, mit dem Portfolio verbundenen Tracking Errors einer Schätzung. Diese hat die Zusammensetzung des Portfolios im Vergleich zur Benchmark zu berücksichtigen. Dabei wird aber nach wie vor auf Vergangenheitswerte zurückgegriffen, indem stabile Kovarianzen unterstellt werden.

Der zukünftige Tracking Error hängt vom einzugehenden systematischen und unsystematischen Risiko ab. Ersteres kann mithilfe des prognostizierten β -Faktors bestimmt werden.³⁶ Letzteres muss als zu erwartende Residualvolatilität des Portfolios ermittelt werden. Mit Residualvolatilität einer Aktie wird jener Teil der Kursschwankungen bezeichnet, der nicht auf Gesamtmarktbewegungen zurückzuführen ist. Residualvolatilitäten lassen sich sowohl für einzelne Aktien als auch für Portfolios errechnen.

Die zukünftige Residualvolatilität eines Portfolios lässt sich schätzen, falls die Zukunftsgrößen Portfoliovolatilität, Portfolio-Beta und Benchmarkvolatilität bekannt sind. Dies entspricht einer Risikozerlegung, wie sie aus dem Single-Index-Modell bekannt ist.³⁷ Zur Schätzung der Residualvolatilität und damit des unsystematischen Risikos ($\sigma_{\epsilon_{PF}}$) gelangt die Formel

$$\sigma_{\epsilon_{PF}} = \sqrt{\sigma_{PF}^2 - \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2}$$

zur Anwendung, wobei »PF« das Portfolio und »m« den Gesamtmarkt bezeichnen. Anstelle der Varianz des Gesamtmarktes kann auch die Varianz der Benchmark herangezogen werden.³⁸

Im obigen Beispiel (Tabelle 1.5) zum Tracking Error ergeben sich folgende Werte:

$$\sigma_{PF} = 3,82971\%, \quad \sigma_{PF}^2 = 0,14667\%, \quad \sigma_{BM} = 2,20101\%, \quad \sigma_{BM}^2 = 0,04844\%, \quad \beta_{PF} = 0,89449541$$

Hieraus resultiert ein systematisches Risiko von:

$$\beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2 = 0,8945^2 \cdot 0,04844\% = 0,03876\%$$

Daraus ergibt sich das folgende unsystematische Risiko:³⁹

$$\sigma_{\epsilon_{PF}}^2 = \sigma_{PF}^2 - \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2 = 0,14667\% - 0,03876\% = 0,10791\% \Rightarrow \sigma_{\epsilon_{PF}} = 3,28489\%$$

Anders als die Standardabweichung des Portfolios setzt sich die Portfoliovarianz additiv aus dem systematischen und dem unsystematischen Risiko zusammen:

36 Zum Einsatz des Tracking Errors im Anleihen-Management im Rahmen der effizienten Laufzeitgewichtung bei relativer Optimierung vgl. *Rathjens* (2002), S. 430 ff.

37 Vgl. *Steiner/Bruns/Stöckl* (2017), S. 16 ff. und S. 37 ff.

38 Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler* (2005), S. 204 f.

39 Das unsystematische Risiko kann auch als Standardabweichung ausgedrückt werden. In den weiteren Ausführungen in diesem Buch wird daher auch beim systematischen Risiko mitunter ein Hinweis darauf gegeben, dass es auf Basis der Varianz (z. B. des Marktes, der Benchmark oder des Marktindex) ermittelt worden ist.

$$\sigma_{PF}^2 = \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_{PF}}^2 = 0,03876\% + 0,10791\% = 0,14667\%$$

Die Addition der jeweiligen Risiken auf Basis der Standardabweichungen führt hier aber zum falschen Ergebnis:

$$\sigma_{PF} \neq \beta_{PF} \cdot \sigma_m + \sigma_{\varepsilon_{PF}} \Rightarrow 3,82971\% \neq 1,96879\% + 3,28489\% = 5,25369\%$$

Sodann kann unter Kenntnis des β -Faktors und der Residualvolatilität die Abschätzung des künftigen Tracking Errors eines Portfolios vorgenommen werden:

$$TE_{PF}^{erw.} = \sqrt{(\beta_{PF} - 1)^2 \cdot \sigma_{BM}^2 + \sigma_{\varepsilon_{PF}}^2}$$

mit

$TE_{PF}^{erw.}$ = erwarteter Tracking Error,

$\sigma_{\varepsilon_{PF}}^2$ = Residualvarianz des Portfolios (unsystematisches bzw. diversifizierbares Risiko),

β_{PF} = β -Faktor des Portfolios (systematisches Portfoliorisiko) und

σ_{BM}^2 = Benchmarkvarianz (Gesamtrisiko der Benchmark).

Ohne Kenntnis des unsystematischen Risikos kann der Tracking Error unter Verwendung von $\sigma_{\varepsilon_{PF}}^2 = \sigma_{PF}^2 - \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2$ auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$TE_{PF}^{erw.} = \sqrt{\sigma_{PF}^2 + \sigma_{BM}^2 \cdot (1 - 2 \cdot \beta_{PF})}$$

Werden die Werte aus dem obigen Beispiel zum Tracking Error auch für die Zukunft erwartet, so entsprechen sich historischer (3,29309%) und erwarteter Tracking Error:

$$TE_{PF}^{erw.} = \sqrt{(0,894495413 - 1)^2 \cdot (2,20101\%)^2 + (3,28489\%)^2} = 3,29309\%$$

bzw.

$$TE_{PF}^{erw.} = \sqrt{(3,82971\%)^2 + (2,20101\%)^2 \cdot (1 - 2 \cdot 0,894495413)} = 3,29309\%$$

In diesem Beispiel weichen aber Tracking Error (3,29309%) und Residualvolatilität (3,28489%) leicht voneinander ab. Dies ist darauf zurückzuführen, dass $\beta \neq 1$. Der Unterschied zwischen den beiden Kennzahlen besteht zumeist in der Bezugsgröße. Die Errechnung des Tracking Errors bezieht sich sinnvollerweise auf Portfolios und schließt die systematische Risikoabweichung mit ein, während die Residualvolatilität oftmals zur Beurteilung einzelner Titel eingesetzt werden kann. Inhaltlich ist der Tracking Error umfassender als die Residualvolatilität, da er auch systematische Risikoabweichungen von der Benchmark berücksichtigt. Identität zwischen Tracking Error und Residualvolatilität besteht somit nur dann, wenn der Betafaktor 1 beträgt.

In der Portfoliomanagementpraxis erfolgt die Schätzung des zukünftigen Tracking Errors eines Portfolios mithilfe von Investmentanalysesoftware. Diese muss in der Lage sein, auf der Basis einer viele Einzeltitel umfassenden Kovarianzmatrix den Tracking Error eines beliebigen Portfolios in Bezug auf einen vorzugebenden Benchmarkindex zu schätzen.

1.1.2.4 Semivarianz, Lower Partial Moments und Ausfallwahrscheinlichkeit

Die Umstrittenheit der Volatilität als Risikomaß hat eine Debatte um alternative Risikomaße hervorgerufen. Als Resultat dieser Debatte haben intuitivere Risikomaße, die Risiko nicht nur als Abweichung von geplanten Werten definieren, in die Portfoliomanagementpraxis Eingang gefunden. Eine verglichen mit der Volatilität intuitivere Art der Risikowahrnehmung wird durch sog. Downside-Risikomaße zum Einsatz gebracht, die in Abbildung 1.6 dargestellt sind.

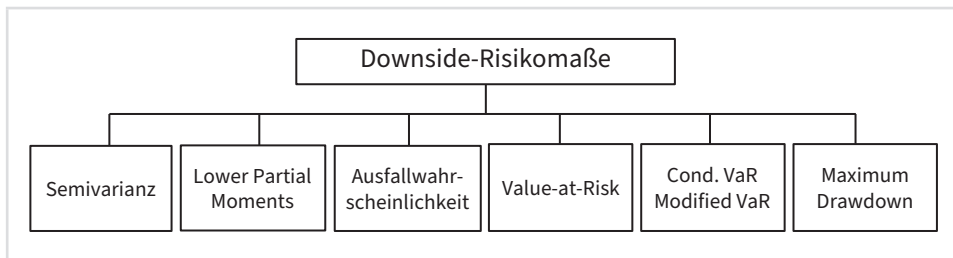


Abb. 1.6: Alternative Downside-Risikomaße

Im Vordergrund steht bei Downside-Risikomaßen die Frage, inwieweit eine negative Abweichung von einem Erwartungswert wahrscheinlich ist bzw. welches Ausmaß eine negative Abweichung annehmen kann. Als Downside-Risikomaße sind die Semivarianz, die Lower Partial Moments, die Ausfallwahrscheinlichkeit, der Value-at-Risk (VaR, mit den weiteren Ausprägungen Marginal VaR, Incremental VaR und Component VaR), der Conditional Value-at-Risk, der Modified Value-at-Risk und der Maximum Drawdown bekannt.

Bei der Semivarianz werden im Unterschied zur Varianz lediglich die negativen Renditeabweichungen (r_i^-) vom Mittelwert betrachtet. Im Falle positiver Abweichungen werden diese Renditewerte nicht berücksichtigt.

Errechnet wird die empirische Semivarianz (SV) mithilfe des Ausdrucks⁴⁰

$$SV = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n_k} (r_i^- - \mu)^2$$

mit

r_i^- = Renditeausprägungen, die $< \mu$,

n_k = Zahl der Renditeausprägungen, die $< \mu$,

n = Anzahl aller Renditen, die der Verteilung zugrunde liegen und

i = Index der Renditeausprägungen, die $< \mu$.

40 Vgl. Poddig/Dichtl/Petersmeier (2003), S. 131.

Die Wurzel aus der Semivarianz kann dann – vergleichbar der Standardabweichung – als Downside-Risiko angesehen werden. Hieraus lässt sich anschließend die annualisierte Semivolatilität (SVOL) errechnen:

$$SVOL = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n_k} (r_i^- - \mu)^2} \cdot \sqrt{t}$$

mit

t = Anzahl der Perioden eines Jahres, wobei auf die herangezogenen Daten abzustellen ist.

Zu beachten ist, dass einerseits die Summe in der empirischen Semivarianz nicht über alle Daten geht, andererseits zur Berechnung des arithmetischen Mittels aber alle n Daten herangezogen werden, die zur Verfügung stehen. Auch wird die Summe der quadrierten (negativen) Abweichungen vom Mittelwert durch n geteilt. Anders als bei der empirischen Varianz wird bei der empirischen Semivarianz ein Abzug des Wertes eins vom Nenner n nicht vorgenommen.⁴¹

Liegt eine symmetrische Renditeverteilung vor, dann beträgt die Semivarianz genau die Hälfte der Varianz. Eine symmetrische Renditeverteilung liegt immer dann vor, wenn eine negative Renditeabweichung vom Mittelwert um x Prozent genauso wahrscheinlich ist, wie eine positive Renditeabweichung um x Prozent. In diesem Fall gelangt man von der Semivolatilität zur üblichen Volatilität durch Multiplikation mit dem Faktor $\sqrt{2}$. Bei Vorliegen einer hinreichend symmetrischen Renditeverteilung, wie dies in Abbildung 1.7 der Fall ist, würden somit keine neuen Erkenntnisse bzw. Zusatzinformationen, die über die Varianz hinausgehen, erlangt, d.h. als Risikomaß würde die Volatilität dann ausreichen. Vielmehr verhalten sich die Risiken in diesem Fall proportional.⁴²

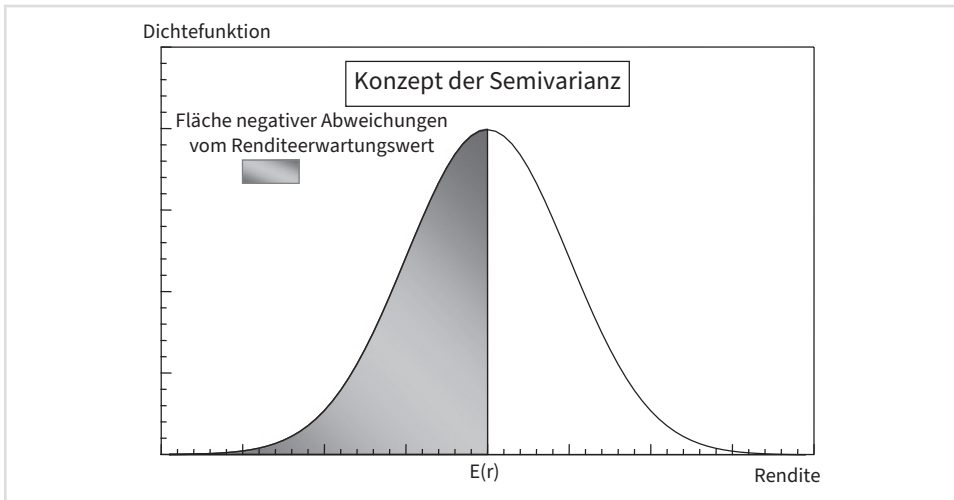


Abb. 1.7: Schematische Darstellung der Semivarianz bei symmetrischer Renditeverteilung

⁴¹ Vgl. Poddig/Dichtl/Petersmeier (2003), S. 130 f.

⁴² Vgl. Poddig/Dichtl/Petersmeier (2003), S. 132 f.

Liegen aber asymmetrische Renditeverteilungen vor, so kann die Berechnung der Semivarianz sinnvoll sein. In diesem Fall weicht die Varianz der linken Verteilungshälfte von jener der rechten Verteilungshälfte ab und kann dann als asymmetrisches Risikomaß klassifiziert werden. Allerdings reicht dann auch die Semivarianz zur vollständigen Risikobeschreibung nicht aus, da die Form und das Ausmaß der Asymmetrie wichtige Zusatzinformationen beinhalten.

In den Fällen einer asymmetrischen Renditeverteilung kann ein Ausfallrisikomaß eingeführt werden, das – wie auch die Semivarianz – nur den linken Bereich der Renditeverteilung unterhalb einer bestimmten Sollrendite betrachtet. Hierbei handelt es sich um die sog. Lower Partial Moments (LPM). Sie können wie folgt bestimmt werden:⁴³

$$\text{LPM}_m = \sum_{i=0}^{n_k} p_i \cdot (r_{\min} - r_i^-)^m$$

mit

- r_i^- = Renditeausprägungen, die $< r_{\min}$,
- n_k = Zahl der möglichen Renditeausprägungen, die $< r_{\min}$,
- i = Index der Renditeausprägungen, die $< r_{\min}$,
- p_i = Eintrittswahrscheinlichkeit der Abweichung,
- $r_{\min}$ = geforderte Mindestrendite und
- m = Höhe des Momentes.

Mit dem Exponenten m kann angegeben werden, wie der Anleger unterschiedlich hohe negative Abweichungen von der Mindestrendite bewertet. Für $m = 1$ werden vom Investor die Abweichungen von der Mindestrendite entsprechend ihrer Höhe bewertet. Gegenüber dem LPM_0 wird also zusätzlich das erwartete Ausmaß, mit dem die Sollrendite unterschritten wird, gemessen.

Bei einem Moment von 2 werden aufgrund der Quadrierung höhere negative Abweichungen relativ stärker gewichtet als im Fall von $m = 1$. Damit drückt das LPM_2 eine höhere Risikoaversion des Investors aus, als das LPM_1 . Der Investor wählt entsprechend aus zwei Renditeverteilungen mit gleichen Mittelwerten, Varianzen und Mindestrenditen diejenige aus, die die größere Rechtsschiefe aufweist. Für den Fall, dass die geforderte Mindestrendite dem Erwartungswert entspricht, ist das LPM_2 mit der Semivarianz identisch.

Der Vorteil der Lower Partial Moment-Maße liegt darin, dass sie in Abhängigkeit von alternativen Mindestrenditen für beliebige Verteilungsfunktionen bestimmt werden können. Damit werden – anders als bei der Varianz oder Standardabweichung – auch asymmetrische Verteilungen berücksichtigt.

Das folgende Beispiel zeigt die Berechnung der Maße LPM_0 , LPM_1 und LPM_2 bei einer geforderten Mindestrendite von 2 % auf:

43 Vgl. Bawa/Lindenberg (1977), S. 191 und Harlow (1991), S. 30.

Periode	Rendite	Wahrscheinlichkeit	LPM ₀	LPM ₁	LPM ₂	negative Abw. (absolut)
1	2%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
2	3%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
3	9%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
4	-2%	10%	10%	0,4%	0,016%	4%
5	4%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
6	-5%	10%	10%	0,7%	0,049%	7%
7	7%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
8	5%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
9	1%	10%	10%	0,1%	0,001%	1%
10	8%	10%	0%	0,0%	0,000%	0%
Summe	32%	100%	30%	1,2%	0,066%	12%
μ	3,2%		(= LPM₀)	(= LPM₁)	(= LPM₂)	

Tab. 1.6: Bestimmung der Lower Partial Moments

Unterstellt wird damit, dass die einzelnen Renditewerte bzw. Perioden mit derselben Eintrittswahrscheinlichkeit $1/n$ (n = Anzahl der betrachteten Perioden) auftreten. Bei einem Moment von null steht der Investor der Ausfallhöhe indifferent gegenüber. In diesem Fall ergibt sich als Risikowert die Wahrscheinlichkeit, unter die Mindestrendite zu fallen, wobei das Ausmaß des dadurch festgelegten Verlustes nicht berücksichtigt wird. Daher kann LPM_0 auch als eine Art Ausfallwahrscheinlichkeit angesehen werden und ist folglich nicht als eigenständiges Risikomaß zu bezeichnen. Sie beträgt entsprechend dem LPM_0 in diesem Beispiel 30%, d. h. mit dieser Wahrscheinlichkeit wird die Mindestrendite von 2% in der kommenden Periode voraussichtlich nicht erreicht.

Die durchschnittliche absolute Abweichung der einzelnen Renditewerte von der Mindestrendite in den (drei) Perioden, in denen $r < r_{\min}$, beträgt in diesem Beispiel 4%-Punkte:

$$\frac{12\%}{3} = 4\% = LPM_1 \cdot \frac{10}{3} = 1,2\% \cdot \frac{10}{3}$$

Dieser Wert ergibt sich auch aus den beiden Maßen LPM_0 und LPM_1 :

$$4\% = \frac{LPM_1}{LPM_0} = \frac{1,2\%}{30\%}$$

Somit gibt der LPM_1 -Wert den auf alle Perioden bezogenen Durchschnittswert der negativen absoluten Abweichung von der Mindestrendite wieder.

Während bei den Lower Partial Moments keine bestimmte Verteilungsfunktion zugrunde liegen muss, wird bei der Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit eine Standardnormalverteilung der Renditen unterstellt. Dabei wird die Frage in den Mittelpunkt gerückt, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, eine vorgegebene Ziel- bzw. Mindestrendite zu verfehlen. Wie bei den Lower Partial Moment-Maßen generell, bedarf es zum sinnvollen Einsatz der Ausfallwahrscheinlichkeit ebenfalls der Kenntnis der investorspezifischen Mindestrenditen. Je nach Zielsetzung des Investors kann dies z. B. 0% (Ziel: kein nomineller Vermögensverlust), die Inflationsrate (Ziel: kein realer Vermögensverlust), der risikolose Zins (Ziel: mindestens

die Kosten der Opportunität), die erwartete Rendite einer anderen Anlage (Ziel: mindestens die erwartete Mehrung des Vermögens) oder eine Benchmark (Ziel: mindestens die erwarteten Kosten der Opportunität) sein.⁴⁴

Zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit (AFW) bedient man sich der folgenden Formel:⁴⁵

$$AFW = N \left[\frac{r_{\min} - E(r)}{\sigma} \right]$$

mit

$r_{\min}$ = Mindestrendite,

$E(r)$ = Renditeerwartungswert,

$N(\cdot)$ = Flächeninhalt der Verteilungsfunktion der Normalverteilung [= $F_N(z)$] und

σ = Standardabweichung bzw. Volatilität der Rendite.

Entspricht der Renditeerwartungswert dem Mittelwert der Renditen μ , so kommt die Ausfallwahrscheinlichkeit dem Wert der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $F_N(z)$ gleich mit

$$z = \frac{r_{\min} - \mu}{\sigma}$$

Wie aus der Abbildung 1.8 ersichtlich ist, gibt die Ausfallwahrscheinlichkeit den Flächeninhalt und damit die Wahrscheinlichkeit an, mit der Renditen unterhalb der festgesetzten Mindestrendite realisiert werden.

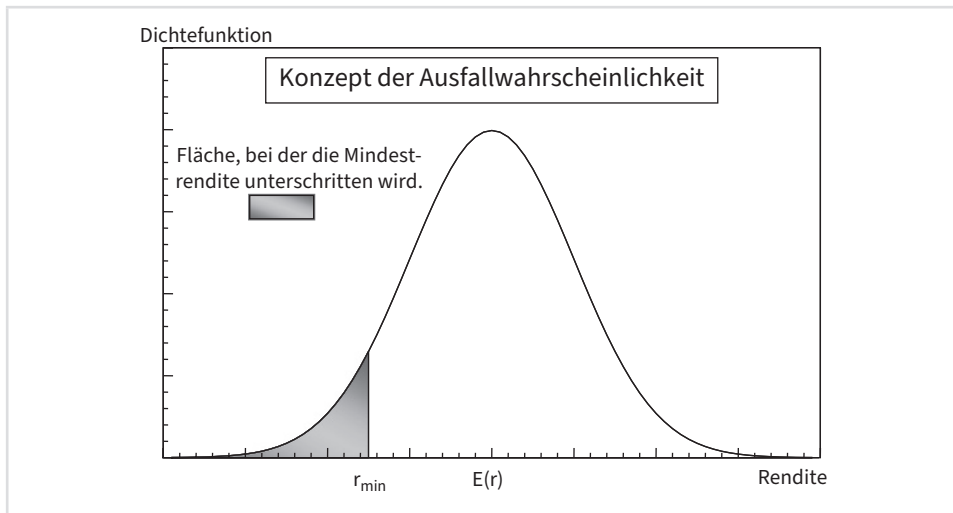


Abb. 1.8: Ausfallwahrscheinlichkeit

⁴⁴ Vgl. Schmidt-von Rhein (1996), S. 427 ff.

⁴⁵ Vgl. Breuer/Gürtler/Schuhmacher (2006), S. 117.

Ein wichtiges Problem des Ausfallwahrscheinlichkeitsansatzes liegt in der Unbekanntheit des Ausmaßes der Zielverfehlung. Es wird zwar berechnet, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Mindestrendite verfehlt wird, die Höhe der Verfehlung bleibt jedoch unberücksichtigt. Ebenso wie das Risikokzept der Volatilität fußt auch die Ausfallwahrscheinlichkeit auf der Annahme normalverteilter Renditen.

Für das obige Beispiel (Tabelle 1.6) zu den Lower Partial Moments ergeben sich die folgenden Werte:

$$\mu = 3,2\%, \quad \sigma = 4,4171\%$$

$$z = \frac{r_{\min} - \mu}{\sigma} = \frac{2\% - 3,2\%}{4,4171\%} = -0,2717.$$

Für diesen z-Wert kann aus der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung eine Wahrscheinlichkeit von $F_N(z) = F_N(-0,2717) = 39,29\%$ abgeleitet werden. Nach diesem Konzept liegt die Wahrscheinlichkeit, dass die Rendite geringer ausfällt als 2%, bei ca. 39%. Unterstellt wird dabei allerdings eine Standardnormalverteilung der Renditen. Verglichen mit dem oben berechneten LPM₀-Wert von 30% erscheint 39% sehr hoch. Allerdings ist zu beachten, dass in Periode 1 die Rendite genau der Mindestrendite von 2% entsprach. Hätte die Rendite in dieser Periode stattdessen nur 1,99% betragen, hätte sich ein LPM₀-Wert von 40% ergeben.

1.1.2.5 Value-at-Risk (VaR)

1.1.2.5.1 Grundkonzept des VaR

Ein der Ausfallwahrscheinlichkeit ähnliches Konzept liegt mit dem Value-at-Risk-Ansatz vor, der von *J.P. Morgan* in der Schrift *RiskMetrics*TM eingeführt wurde.⁴⁶ Hierbei wird gefragt, wie hoch der maximal zu erwartende absolute Verlust ist, der sich unter normalen Bedingungen am Markt ergeben kann. Der Value-at-Risk kann als wahrscheinliche Barwertänderung eines Portfolios beschrieben werden. Die Berechnung erfolgt für eine bestimmte Periode und ein vorgegebenes Wahrscheinlichkeitsniveau (z. B. 1%). So besteht beispielsweise bei einem 99%igen Wahrscheinlichkeitsintervall eine Restwahrscheinlichkeit von 1%, dass die Verlustgrenze (Value-at-Risk) für eine bestimmte Periode von den tatsächlichen Verlusten überschritten wird. Falls sich beispielsweise bei einem Konfidenzniveau von 95% ein Value-at-Risk von € 100.000 ergibt, wird davon ausgegangen, dass der Verlust mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% noch höher als € 100.000 ausfallen kann. Insofern kann auch nicht von einem Maximalverlust gesprochen werden, da die tatsächlichen Verluste durchaus höher als der Value-at-Risk sein können.

Im Unterschied zur Ausfallwahrscheinlichkeit drückt das Value-at-Risk-Konzept das bestehende Risiko in Geldeinheiten aus.

46 Vgl. Bode/Mohr (1996), S. 470.

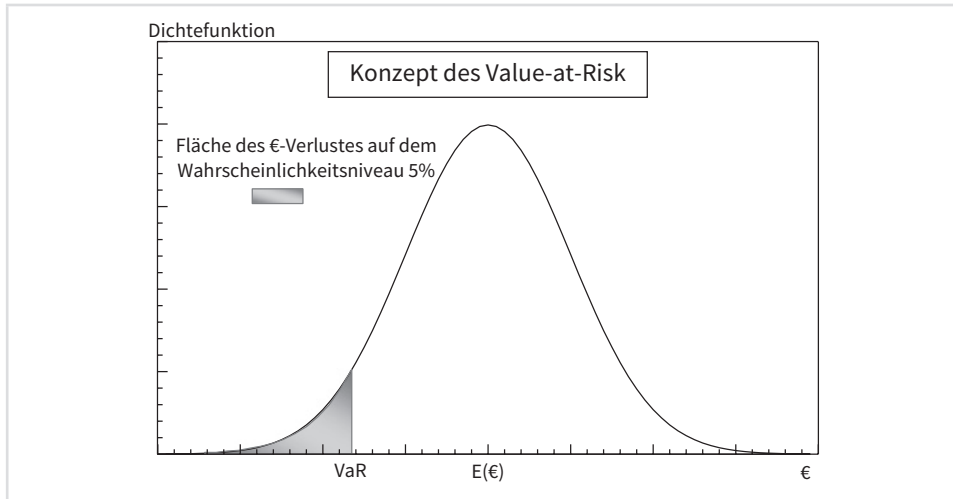


Abb. 1.9: Value-at-Risk

Wie beim Vergleich der obigen Grafik zur Ausfallwahrscheinlichkeit (Abbildung 1.8) mit Abbildung 1.9 deutlich wird, besitzt die Abszisse hier die Dimension €.

Wird eine Normalverteilung der Renditen unterstellt, so kann nach Vorgabe des Wahrscheinlichkeitsniveaus der entsprechende z-Wert der Standardnormalverteilung bestimmt werden. Dieser ist dann noch in den Value-at-Risk (VaR) zu transformieren. Obwohl der VaR einen Verlust bezeichnet, wird er oftmals als absoluter Betrag ausgedrückt und somit wird bei seiner Darstellung kein negatives Vorzeichen verwendet. Im Folgenden soll entsprechend verfahren werden. Da der für z einzusetzende Wert negativ ist (der VaR liegt »links« vom Mittelwert, der einen z-Wert von null aufweist), wird dementsprechend im Folgenden ein negatives Vorzeichen vor die Formel gesetzt, so dass sich mathematisch ein positiver Wert für den VaR ergibt. Die Formel dazu lautet deshalb wie folgt:⁴⁷

$$\text{VaR} = -\text{Volumen} \cdot (\mu + z \cdot \sigma)$$

Bei dem Volumen handelt es sich um das finanzielle Volumen der jeweiligen Risikoposition, z. B. den Marktwert einer Aktienposition. Die Standardabweichung kann auf Basis der Veränderungsraten oder Renditen der zugrunde liegenden Risikoposition ermittelt werden, wobei der Mittelwert der Verteilung μ dann der mittleren Veränderungsrate bzw. Rendite entsprechen würde. Bei der hier vorgestellten Formel werden diskrete, d. h. nicht logarithmierte Renditen unterstellt.

Häufig wird bei der Value-at-Risk-Ermittlung besonders bei einem kurzem Planungshorizont im Risk Management der Banken, wie z. B. 1 Tag oder 10 Tage unterstellt, dass der Mittelwert der Verteilung einen Wert von null annimmt. Andernfalls würde sich die Standardnormalverteilung z. B. bei einem positiven Erwartungswert nach rechts verschieben. Dies würde

⁴⁷ Vgl. Ernst/Häcker (2021), S. 83 ff.; Blatter et al. (2023), S. 133 ff.; Vanini/Rieg (2021), S. 268 ff.; Baule (2019), S. 128 ff. und Schierenbeck/Lister/Kirmße (2014), S. 403 ff.

zu einem geringeren (absoluten) Betrag für den Value-at-Risk führen; denn der Abstand $z \cdot \sigma$ bleibt gleich und wird ebenfalls nach rechts verschoben. Die Formel für den Value-at-Risk lautet unter Berücksichtigung der Prämisse, dass $\mu = 0$:

$$\text{VaR} = -\text{Volumen} \cdot z \cdot \sigma$$

Liegt eine Normalverteilung der Renditen vor, so kann der Value-at-Risk z.B. einer Aktienanlage im Volumen von € 385.000 bei einer Standardabweichung von 8% für ein einseitiges Konfidenzniveau von 97,725% wie folgt bestimmt werden, wobei z einen negativen Wert annimmt, weil der Value-at-Risk in diesem Fall den Verlust ausdrückt, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,275% ($= 100\% - 97,725\%$) noch überschritten wird. In der Dichtefunktion der Standardnormalverteilung macht also die Fläche links vom Value-at-Risk 2,275% der Gesamtfläche unter dem Graphen aus:⁴⁸

$$\text{VaR} = -€ 385.000 \cdot (-2) \cdot 8\% = € 61.600$$

Das Ergebnis besagt somit, dass der Verlust dieser Aktienanlage in der betrachteten Periode mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,275% höher als € 61.600 ausfällt.

Zur Bestimmung des Value-at-Risk eines Aktienportfolios, das aus n Aktien besteht, kann auf die folgende Formel zurückgegriffen werden:⁴⁹

$$\text{VaR}_{\text{PF}} = \sqrt{\begin{matrix} [\text{Risikovektor}] \\ \cdot [\text{Korrelationskoeffizientenmatrix}] \\ \cdot [\text{Transponente des Risikovektors}] \end{matrix}}$$

mit

$$[\text{Risikovektor}] = [\text{VaR (Aktie A)} \text{ VaR (Aktie B)} \dots \text{VaR (Aktie n)}].$$

Die Korrelationskoeffizientenmatrix lässt sich wie folgt darstellen:

	Aktie A	Aktie B		Aktie n
Aktie A	1	Korrelation (A,B)		Korrelation (A,n)
Aktie B	Korrelation (B,A)	1		Korrelation (B,n)
.....				
Aktie C	Korrelation (n,A)	Korrelation (n,B)		1

Tab. 1.7: Korrelationskoeffizientenmatrix

48 Die standardnormalverteilte Zufallsvariable z hat in diesem Fall einen Wert von -2 , vgl. *Bleymüller/Weißbach/Dörre* (2020), S. 78 f.

49 Vgl. *Schierenbeck/Lister/Kirmße* (2014), S. 411 und *Arnsfeld* (1999), S. 353 ff.

Nunmehr soll das folgende, aus drei Aktien bestehende Portfolio betrachtet werden:

	Aktie A	Aktie B	Aktie C
Kurs	50	60	70
Anzahl	7.700	5.000	4.500
Volumen in €	385.000	300.000	315.000
σ	8,00%	12,00%	6,00%
z-Wert	-2	-2	-2
VaR in €	61.600	72.000	37.800

Tab. 1.8: Value-at-Risk der Aktien im Beispielportfolio

Darüber hinaus wird folgende Korrelationsmatrix zugrunde gelegt:

	Aktie A	Aktie B	Aktie C
Aktie A	1	0,5	0,7
Aktie B	0,5	1	0,2
Aktie C	0,7	0,2	1

Tab. 1.9: Korrelationskoeffizientenmatrix im Beispielportfolio

Aus diesen Angaben lässt sich der Value-at-Risk wie folgt berechnen:

$$\text{VaR}_{\text{PF}} = \sqrt{\begin{bmatrix} 61.600 & 72.000 & 37.800 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,7 \\ 0,5 & 1 & 0,2 \\ 0,7 & 0,2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 61.600 \\ 72.000 \\ 37.800 \end{bmatrix}}$$

$$\text{VaR}_{\text{PF}} = \sqrt{19.191.112.000} = 138.531,99$$

Damit beläuft sich mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,725% der Verlust des Aktienportfolios innerhalb der betrachteten Periode auf nicht mehr als € 138.531,99. Im Umkehrschluss sagt der Value-at-Risk-Wert aus, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,275% der Verlust innerhalb der Periode mehr als € 138.531,99 beträgt.

Der Betrag von € 138.531,99 ist somit deutlich niedriger als die Summe der einzelnen Value-at-Risks (€ 171.400). Dies ist auf die Berücksichtigung der Korrelationen zurückzuführen. Der Value-at-Risk des Portfolios lässt sich im Übrigen auch mithilfe der Standardabweichung des gesamten Portfolios bestimmen, wobei Letztere z. B. auf Basis der noch vorzustellenden Varianz-Kovarianz-Matrix ermittelt werden kann:

$$\begin{aligned} \text{VaR}_{\text{PF}} &= -\text{Volumen}_{\text{PF}} \cdot z \cdot \sigma_{\text{PF}} = -(385.000 + 300.000 + 315.000) \cdot (-2) \cdot 6,926599\% \\ &= 138.531,99 \end{aligned}$$

Zu beachten ist allerdings, dass im Falle der Verwendung von logarithmierten Renditen zur Ermittlung von Mittelwert und Standardabweichung eine Transformation in einen diskreten Wert zu erfolgen hat. In diesem Fall wird der Value-at-Risk wie folgt bestimmt:⁵⁰

$$\text{VaR} = -\text{Volumen} \cdot (e^{(\mu + z \cdot \sigma)} - 1)$$

mit

E = Eulersche Zahl = 2,718281828.

Berücksichtigt man nunmehr, dass im Portfoliomanagement eher längerfristige Anlagehorizonte vorherrschen, so erscheint die Unterstellung eines Erwartungswertes (μ) von null nicht mehr angemessen. Wird dies bei der Value-at-Risk-Ermittlung berücksichtigt, so ist zu beachten, dass die Bedeutung der erwarteten Rendite mit ansteigendem Anlagehorizont gegenüber der Volatilität zunimmt. Dies ist auf die unterschiedliche zeitliche Aggregation bei der stetigen Rendite und der entsprechenden Standardabweichung zurückzuführen. Beispielsweise lässt sich eine stetige Jahresrendite durch Multiplikation der stetigen Monatsrenditen mit dem Faktor 12 berechnen, während die annualisierte Standardabweichung durch Multiplikation der monatlichen Standardabweichung mit der Quadratwurzel von 12 bestimmt wird. Werden diese Aspekte beachtet, so ergibt sich für den Value-at-Risk der folgende Wert:⁵¹

$$\text{VaR} = -\text{Volumen} \cdot (e^{(\mu \cdot t + z \cdot \sigma \cdot \sqrt{t})} - 1)$$

mit

t = Haltedauer in Jahren,

μ = jährliche erwartete stetige Rendite und

σ = jährliche Standardabweichung der stetigen Renditen.

Im Folgenden soll die Entwicklung des Value-at-Risk bei verschiedenen Zeitintervallen aufgezeigt werden.⁵² Dazu wird ein Portfolio betrachtet, das aus 2.000 Aktien einer Gesellschaft besteht, wobei sich der Aktienkurs auf € 30 beläuft. Auf der Basis von logarithmierten bzw. stetigen Renditen der Vergangenheit wurde ein Mittelwert für die jährliche Rendite von 7,0% und eine jährliche Standardabweichung von 11,0% ermittelt. Betrachtet wird ein Konfidenzniveau von 95%, d.h. der z-Wert der entsprechenden Restwahrscheinlichkeit (5%) aus der Standardnormalverteilung beträgt -1,644853. Je nach Betrachtungsdauer ergeben sich die folgenden Werte, wobei davon ausgegangen wird, dass der Planungshorizont von beispielsweise einem Jahr (zwei Jahre etc.) insgesamt 250 (500 etc.) Börsentagen entspricht:

⁵⁰ Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2014), S. 404 ff.

⁵¹ Vgl. Kleeberg/Schlenger (2000), S. 976 ff.

⁵² Vgl. dazu auch Kleeberg/Schlenger (2000), S. 976 ff. und Rohweder (2000), S. 1021 ff.

Börsentage	1	125	250	375	500	750	1.000	1.250	1.500	1.625	1.750	1.875
Jahre (t)	0,004	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	6,50	7,00	7,50
VaR in €	666	5.325	6.300	6.603	6.565	5.893	4.716	3.187	1.376	376	-681	-1.796

Tab. 1.10: Value-at-Risk in Abhängigkeit vom Anlagehorizont bei $\mu = 7,0\%$

Zur Bestimmung des maximalen Value-at-Risk in Abhängigkeit vom Anlagehorizont t kann zunächst die erste Ableitung der obigen VaR-Funktion nach t mit null gleichgesetzt werden. Im Ergebnis erhält man die folgenden Werte:

$$t^* = \frac{z^2 \cdot \sigma^2}{4 \cdot \mu^2} = \frac{(-1,6448543)^2 \cdot (0,11)^2}{4 \cdot (0,07)^2} = 1,67026$$

$$\Rightarrow \text{VaR} = -60.000 \cdot (e^{(0,07 \cdot 1,67026 - 1,6448543 \cdot 0,11 \cdot \sqrt{1,67026})} - 1) = 6.621$$

Der Zeitpunkt t^{**} , bei dem die VaR-Funktion den Wert null annimmt, lässt sich ebenfalls analytisch bestimmen:

$$t^{**} = \left(\frac{-z \cdot \sigma}{\mu} \right)^2 = \left(\frac{-(-1,644853) \cdot 0,11}{0,07} \right)^2 = 6,68103588$$

Grafisch kann der Zusammenhang zwischen dem Anlagehorizont und dem Value-at-Risk für dieses Beispiel wie in Abbildung 1.10 dargestellt werden:

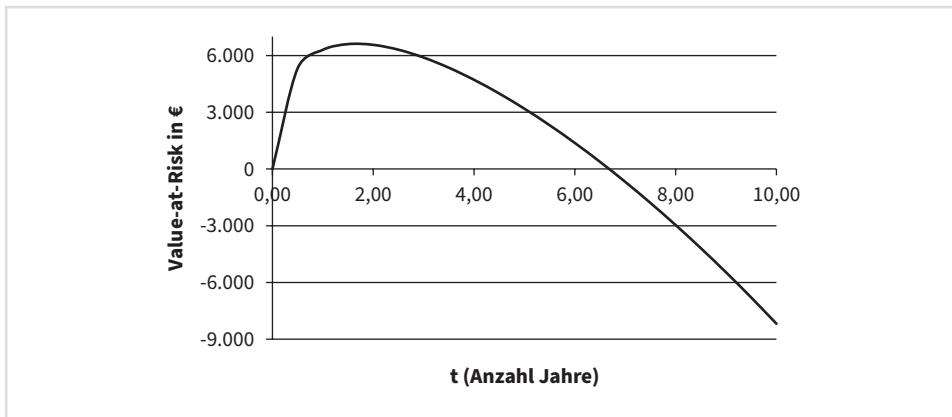


Abb. 1.10: Value-at-Risk in Abhängigkeit vom Anlagehorizont bei $\mu = 7,0\%$

Wie die Abbildung zeigt, steigt der Value-at-Risk zunächst an, um zum Zeitpunkt $t^* = 1,67026$ (= 417,56 Tage) ein Maximum zu erreichen. Danach nimmt der Value-at-Risk immer mehr ab und wird ab dem Zeitpunkt $t^{**} = 6,68104$ (= 1.670,26 Tage) sogar negativ. Insofern gilt für dieses Beispiel, dass bei einem Anlagehorizont von 1.670,26 Tagen mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% der Wert des Aktienportfolios das eingesetzte Kapital unterschreitet.

Wird dagegen von einem Mittelwert für die jährliche Rendite von 0% (anstelle von 7,0%) ausgegangen, so ergeben sich die folgenden Werte:

Börsentage	1	125	250	375	500	750
Jahre (t)	0,004	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00
VaR in €	683	7.206	9.931	11.926	13.546	16.142
Börsentage	1.000	1.250	1.500	1.625	1.750	1.875
Jahre (t)	4,00	5,00	6,00	6,50	7,00	7,50
VaR in €	18.218	19.965	21.481	22.172	22.825	23.444

Tab. 1.11: Value-at-Risk in Abhängigkeit vom Anlagehorizont bei $\mu = 0\%$

Abbildung 1.11 stellt die entsprechende Entwicklung grafisch dar:

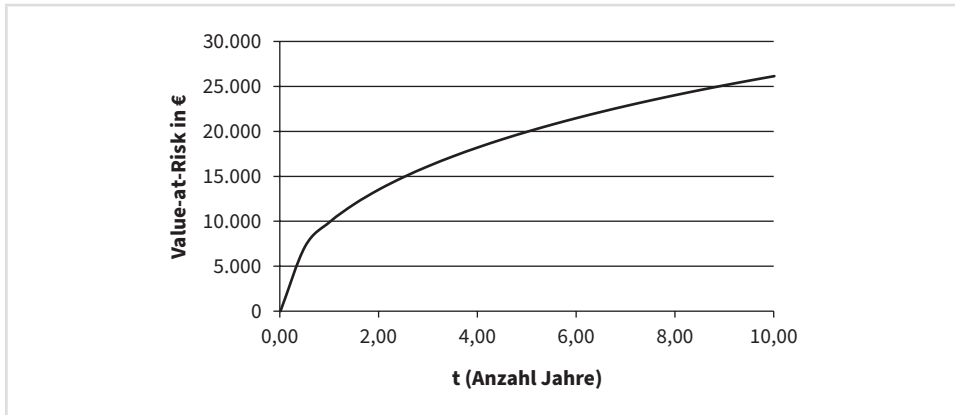


Abb. 1.11: Value-at-Risk in Abhängigkeit vom Anlagehorizont bei $\mu = 0\%$

Wird also von einem Mittelwert für die jährliche Rendite von 0% ausgegangen, so steigt der Value-at-Risk kontinuierlich mit zunehmendem Anlagehorizont an. Von besonderem Interesse ist ein kurzfristiger Anlagehorizont, bei dem beide Verläufe verglichen werden können (Abbildung 1.12).

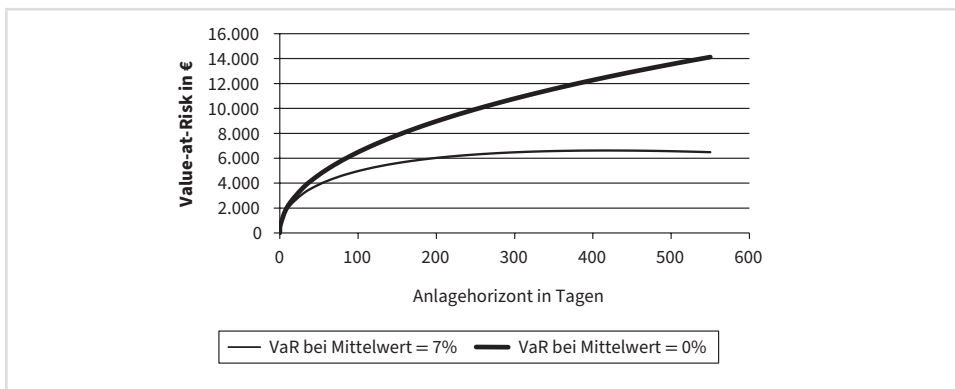


Abb. 1.12: Value-at-Risk in Abhängigkeit vom Anlagehorizont bei $\mu = 0\%$ bzw. $\mu = 7\%$

Erkennbar ist, dass der Value-at-Risk bei einem Mittelwert (Erwartungswert) von 0 % immer oberhalb des Value-at-Risk liegt, bei dem der Erwartungswert von 7 % berücksichtigt wird.

Bei den hier betrachteten Value-at-Risk-Verläufen wird allerdings unterstellt, dass die Renditen für alle Intervalle seriell unabhängig sind und die Renditeverteilung symmetrisch ist. Darüber hinaus wird von der Konstanz von Mittelwert und Standardabweichung über den gesamten Anlagehorizont ausgegangen. Problematisch sind diese Annahmen besonders in den Fällen, in denen der betrachtete Anlagehorizont nicht mit dem Intervall der Renditemessung übereinstimmt, d. h. dass beispielsweise auf der Basis von Wochenrenditen ein auf ein Jahr bezogener Value-at-Risk bestimmt wird, anstatt jährliche Renditen zu seiner Berechnung heranzuziehen.⁵³

Grundsätzlich stehen verschiedene Ansätze zur Berechnung eines Value-at-Risk zur Verfügung, wobei die Auswahl einer bestimmten Methode insbesondere von der Art der vorhandenen Finanzinstrumente, der Datenverfügbarkeit und den Möglichkeiten der Informatik abhängt. Oftmals erfolgt die Berechnung anhand der parametrischen Gleichung und unter der Annahme einer Normalverteilung, wobei die parametrische oder die Delta-Bewertungsmethode Kursveränderungen für jedes Finanzinstrument anhand der Volatilität schätzt und bei der Value-at-Risk-Berechnung für ein Portfolio die Korrelationen zwischen den einzelnen Marktpreisveränderungen berücksichtigt. Bei der Delta-Bewertungsmethode werden entweder die impliziten oder die historischen Volatilitäten zugrunde gelegt.⁵⁴

Neben dem analytischen Verfahren können auch Simulationen zur Bestimmung des Value-at-Risk herangezogen werden. Dazu zählen insbesondere die historische Simulation und die Monte-Carlo-Simulation. Bei der historischen Simulation werden Portfolioveränderungen auf Basis der Daten der Vergangenheit generiert. Statistische Parameter sind dazu nicht erforderlich. Jede Periode der Vergangenheit wird dabei sozusagen als mögliches Szenario für die kommende Periode betrachtet. Anschließend werden die Gewinne/Verluste der einzelnen Szenarien in eine Rangfolge gebracht. In Abhängigkeit vom gewählten Konfidenzniveau lässt sich der Value-at-Risk dann durch Abzählen ermitteln. Beispielsweise ergeben sich bei einer historischen Simulation auf Basis der Monatsrenditen der vergangenen 10 Jahre insgesamt 120 Renditen, die anschließend in eine Reihenfolge gebracht werden:

Rendite	Rang
12,1%	1
11,7%	2
11,5%	3
10,8%	4
9,4%	5
9,2%	6

Rendite	Rang
9,1%	7
8,8%	8
:	:
:	:
-7,4%	113
-8,6%	114

Rendite	Rang
-9,5%	115
-10,7%	116
-11,8%	117
-12,3%	118
-14,4%	119
-21,4%	120

Tab. 1.12: Beispiel 1 zur historischen Simulation

⁵³ Vgl. Kleeberg/Schlenger (2000), S. 976 ff.

⁵⁴ Vgl. Weibel/Dubois (1997), S. 323 ff. Zur Möglichkeit, den Value-at-Risk durch Rechentechniken zu reduzieren vgl. Bode/Mohr (1997), S. 695 ff.

In diesem Beispiel werden Renditen und nicht absolute Wertveränderungen des Portfolios zugrunde gelegt. Wird dabei ein Konfidenzniveau von 95 % unterstellt, so entspricht die an 114. Stelle ($120 \cdot 95\% = 114$) ermittelte Rendite dem Value-at-Risk. Der Value-at-Risk ergibt sich also zu $-8,6\%$, d. h. mit 5 % Wahrscheinlichkeit wird der Verlust noch höher ausfallen bzw. die Rendite noch negativer sein. Dies gilt in dem Beispiel für 6 Fälle (= 5 % von 120).⁵⁵

Zumeist ergeben sich allerdings in der Praxis keine ganzzahligen Rangfolgewerte. Liegen z. B. 68 Renditen vor, so wäre bei einem Konfidenzniveau von 95 % der Rang 64,6 maßgeblich für den Value-at-Risk. Damit würden 5 % der beobachteten Renditen 3,4 Renditen entsprechen. In diesem Fall kann durch Interpolation zwischen dem dritt- und dem viertniedrigsten Renditewert der Value-at-Risk bestimmt werden. Beispielsweise sollen folgende Renditewerte betrachtet werden:⁵⁶

Rendite	Rang
11,2 %	1
:	:
-9,2 %	64
-9,4 %	65
-9,5 %	66
-9,9 %	67
-10,2 %	68

Tab. 1.13: Beispiel 2 zur historischen Simulation

Der Value-at-Risk liegt entsprechend zwischen dem 64. und 65. Wert und kann wie folgt berechnet werden:

$$\text{VaR} = 0,4 \cdot (-9,2\%) + 0,6 \cdot (-9,4\%) = -9,32\%$$

Damit wäre in 3,4 Fällen (5 % aller Fälle) die Rendite noch geringer als $-9,32\%$. Zur Bestimmung der entsprechenden absoluten Value-at-Risk-Beträge sind diese Werte noch mit dem Risikovolumen (z. B. dem Anlagebetrag) zu multiplizieren.

Wird ein Portfolio mit mehreren Wertpapieren zugrunde gelegt, so können bei Betrachtung des Gesamtportfolios mithilfe einer historischen Simulation jeweils die Gesamrenditen bzw. die Veränderungen des Gesamtportfoliowertes simuliert werden. Letztere ergeben sich aus den gegen- oder gleichläufigen Wertveränderungen der einzelnen Wertpapiere. Somit werden die zwischen den Wertpapieren bestehenden Korrelationen indirekt berücksichtigt.⁵⁷

Anders als bei der historischen Simulation werden bei der Monte-Carlo-Simulation nicht die historischen, beobachteten Wertveränderungen zugrunde gelegt, sondern diese Werte werden mithilfe von Zufallszahlen generiert. Dabei werden Verteilungsannahmen

55 Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2014), S. 413 ff. In diesem und dem nachfolgenden Beispiel wird der Value-at-Risk als negativer Wert dargestellt. Da er eine Verlustgröße darstellt, kann er auch mit einem positiven Wert ausgedrückt werden, d. h. er würde hier $8,6\%$ betragen.

56 Vgl. Bodie/Kane/Marcus (2011a), S. 138.

57 Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2014), S. 416.

vorgegeben. Anschließend werden die erhaltenen Ergebnisse auch hier – analog zur historischen Simulation – in eine Reihenfolge gebracht und der Value-at-Risk durch Abzählen bestimmt.⁵⁸

Die Zielsetzung des Value-at-Risk-Ansatzes besteht darin, Risikoabschätzungen für Worst-Case-Szenarien abgeben zu können. Daher bietet es sich an, Value-at-Risk-Zahlen als Nebenbedingung zu alternativen Risikokennziffern festzulegen. Als alleiniges Risikomaß im Portfoliomanagement ist der Ansatz allerdings kaum geeignet.

Wenngleich dieser Ansatz häufig nur mit den Handels-Aktivitäten der Banken assoziiert wird, so findet er daneben auch im Asset Management im Rahmen des internen Controllings von Mandaten häufig Anwendung.⁵⁹ Ausgehend von der Annahme, dass das Wertpapierportfolio auf der Basis quantitativer Modelle anhand einer Benchmark gemessen wird, bietet sich der erwartete Tracking Error als Risikogröße an. Um auch hier zu einer absoluten Risikokennzahl zu gelangen, kann auch ein risikobehafteter relativer Vermögenswert in Geldeinheiten ermittelt werden. Bei normalverteilten Portfolio- und Benchmarkrenditen kann z. B. bei einem geschätzten Tracking Error von 7% p. a. ceteris paribus erwartet werden, dass die Benchmarkrendite nach Ablauf eines Jahres mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,275% um mehr als 14%-Punkte unterschritten wird. Damit kann allerdings noch keine Aussage über einen absoluten Kapitalverlust getroffen werden, wenn keine Angabe zur erwarteten Benchmarkrendite vorliegt.⁶⁰

Im Rahmen der Portfoliooptimierung lässt sich der Value-at-Risk ebenfalls nutzen. So kann beispielsweise das Portfolio bestimmt werden, das den minimalen Value-at-Risk aufweist.⁶¹

1.1.2.5.2 Marginal VaR, Incremental VaR und Component VaR

Im Rahmen der Risikoanalyse eines Portfolios stellt sich oftmals die Frage, wie sich der Value-at-Risk (VaR) eines Portfolios verändert, wenn sich eine einzelne Position im Portfolio ändert. Würde jeweils nur der VaR der einzelnen Position betrachtet, so würden die Korrelationen zwischen den einzelnen Portfoliowerten außer Acht gelassen werden. Vielmehr ist also der Portfoliozusammenhang zu berücksichtigen. Infolgedessen geht es um die Ermittlung der Veränderung des Portfolio-VaR, wenn eine Position im Portfolio minimal erhöht wird. Dazu kann die erste Ableitung des Portfolio-VaR nach der Gewichtung der jeweiligen Einzelposition (x_i) bestimmt werden, so dass sich für den sog. Marginal VaR einer einzelnen Position i im Portfolio der folgende Ausdruck ergibt, wobei wiederum zu beachten ist, dass – wie oben erläutert – jeweils ein negatives Vorzeichen verwendet wird, damit trotz des für z einzusetzenden negativen Wertes ein positiver VaR resultiert:⁶²

$$\text{Marginal VaR}_i = \frac{\delta \text{VaR}_{\text{PF}}}{\delta x_i} = -\text{Volumen}_{\text{PF}} \cdot z \cdot \frac{\delta \sigma_{\text{PF}}}{\delta x_i} = -\text{Volumen}_{\text{PF}} \cdot z \cdot \frac{\text{Cov}(r_i, r_{\text{PF}})}{\sigma_{\text{PF}}}$$

mit

58 Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2014), S. 417 ff.

59 Vgl. Schlenger (1997), S. 726 ff.

60 Vgl. Schlenger (1997), S. 726.

61 Vgl. Gramlich/Peylo/Staaden (1997), S. 422 ff.

62 Vgl. Wolke (2017), S. 47 f.; Schulte-Mattler/Gaumert (2006), S. 196 f.; Hull (2016), S. 307.

x_i = wertmäßiger Anteil bzw. Gewichtung der Anlage i im Portfolio und
 $\text{Cov}(r_i, r_{PF})$ = Kovarianz zwischen den Renditen der Anlage i und des Portfolios.

Durch Umformungen lässt er sich auch wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned}\text{Marginal VaR}_i &= -\text{Volumen}_{PF} \cdot z \cdot \frac{k_{i,PF} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_{PF}}{\sigma_{PF}} \\ &= -\text{Volumen}_{PF} \cdot z \cdot \sigma_{PF} \cdot \frac{k_{i,PF} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_{PF}}{\sigma_{PF}^2} = \text{VaR}_{PF} \cdot \beta_i\end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}\text{Marginal VaR}_i &= -\text{Volumen}_{PF} \cdot z \cdot \frac{k_{i,PF} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_{PF}}{\sigma_{PF}} \cdot \frac{\text{Volumen}_i}{\text{Volumen}_i} = \text{VaR}_i \cdot k_{i,PF} \cdot \frac{\text{Volumen}_{PF}}{\text{Volumen}_i} \\ &= \frac{\text{VaR}_i \cdot k_{i,PF}}{x_i}\end{aligned}$$

Hierbei handelt es sich um die marginale Veränderung des VaR, wenn eine Position im Portfolio minimal verändert wird. Bei größeren Gewichtungsveränderungen einer Position handelt es sich entsprechend um eine approximative Veränderung des VaR. Wie die Formeln zeigen, hängt der Marginal VaR bei einem gut diversifizierten Portfolio eng mit dem Betafaktor zusammen. Im Fall einer negativen Korrelation zwischen der Aktienrendite und der Portfoliorendite würde eine Erhöhung der Aktienposition im Portfolio zu einer Verringerung des VaR_{PF} führen.⁶³

Für das obige VaR-Beispiel (Tabellen 1.8 und 1.9) ergibt sich beispielweise für die Aktie B mithilfe der in Kapitel 2 zu erläuternden, gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix der folgende Betafaktor und der entsprechende Marginal VaR:

$$\beta_B = \frac{\text{Cov}(r_B, r_{PF})}{\sigma_{PF}^2} = \frac{0,662160\%}{0,479778\%} = 1,380139$$

$$\text{Marginal VaR}_B = 138.531,99 \cdot 1,380139 = 191.193,39$$

In dem Beispiel aus Tabelle 1.8 beläuft sich der Gesamtportfoliowert auf € 1.000.000 (Aktie A: € 385.000, Aktie B: € 300.000 und Aktie C: € 315.000) bei einem Portfolio-VaR von € 138.531,99. Würde nun beschlossen, 200 weitere B-Aktien zum Kurs von € 60 zu kaufen, so würde sich das Volumen, das in Aktie B investiert ist, von € 300.000 auf € 312.000 erhöhen. Entsprechend würde sich der Anteil der Aktie B am gesamten Portfoliowert um 1,2%-Punkte von 30% auf 31,2% erhöhen, wobei für die Veränderungsberechnung der ursprüngliche Gesamtportfoliowert zugrunde gelegt wird:

$$\Delta x_B = \frac{12.000}{1.000.000} = 0,012$$

63 Vgl. Hull (2016), S. 307.