

Lehrbuch

Christoph Gallus
Martin Schmidt

DERIVATIVE FINANZINSTRUMENTE

Anwendungsorientierte
Einführung in Optionen,
Futures und Swaps

Mit praktischen Übungen
für Excel und Python

5. Auflage



SCHÄFFER
POESCHEL

Hinweis zum Urheberrecht:

Alle Inhalte dieses eBooks sind urheberrechtlich geschützt.

Bitte respektieren Sie die Rechte der Autorinnen und Autoren, indem Sie keine ungenehmigten Kopien in Umlauf bringen.

Dafür vielen Dank!

myBook+

Ihr Portal für alle Online-Materialien zum Buch!

Arbeitshilfen, die über ein normales Buch hinaus eine digitale Dimension eröffnen. Je nach Thema Vorlagen, Informationsgrafiken, Tutorials, Videos oder speziell entwickelte Rechner – all das bietet Ihnen die Plattform myBook+.

Und so einfach geht's:

- Gehen Sie auf **<https://mybookplus.de>**, registrieren Sie sich und geben Sie Ihren Buchcode ein, um auf die Online-Materialien Ihres Buches zu gelangen
- **Ihren individuellen Buchcode finden Sie am Buchende**

Wir wünschen Ihnen viel Spaß mit myBook+!



Derivative Finanzinstrumente

Christoph Gallus/Martin Schmidt

Derivative Finanzinstrumente

Anwendungsorientierte Einführung in Optionen,
Futures und Swaps

5., überarbeitete und aktualisierte Auflage

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de/> abrufbar.

Print:	ISBN 978-3-7910-6639-4	Bestell-Nr. 20517-0002
ePub:	ISBN 978-3-7910-6640-0	Bestell-Nr. 20517-0101
ePDF:	ISBN 978-3-7910-6641-7	Bestell-Nr. 20517-0151

Christoph Gallus/Martin Schmidt

Derivative Finanzinstrumente

5., überarbeitete und aktualisierte Auflage, Juli 2026

© 2026 Schäffer-Poeschel Verlag für Wirtschaft · Steuern · Recht GmbH
Breitscheidstr. 10, 70174 Stuttgart
www.schaeffer-poeschel.de | service@schaeffer-poeschel.de

Bildnachweis (Cover): © wabeno, iStock

Produktmanagement: Anna Pietras

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung, des auszugsweisen Nachdrucks, der Übersetzung und der Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen, vorbehalten. Der Verlag behält sich auch eine Nutzung des Werks für Text und Data Mining im Sinne von § 44b UrhG vor. Alle Angaben/Daten nach bestem Wissen, jedoch ohne Gewähr für Vollständigkeit und Richtigkeit.

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart
Ein Unternehmen der Haufe Group SE

Sofern diese Publikation ein ergänzendes Online-Angebot beinhaltet, stehen die Inhalte für 12 Monate nach Einstellen bzw. Abverkauf des Buches, mindestens aber für zwei Jahre nach Erscheinen des Buches, online zur Verfügung. Ein Anspruch auf Nutzung darüber hinaus besteht nicht.

Sollte dieses Buch bzw. das Online-Angebot Links auf Webseiten Dritter enthalten, so übernehmen wir für deren Inhalte und die Verfügbarkeit keine Haftung. Wir machen uns diese Inhalte nicht zu eigen und verweisen lediglich auf deren Stand zum Zeitpunkt der Erstveröffentlichung.

Vorwort zur fünften Auflage

Die Popularität derivativer Finanzinstrumente sowohl für Absicherungen als auch für den spekulativen Handel mit Hebelwirkung bleibt unverändert hoch. Derivate stellen weiterhin ein zentrales Scharnier für den Risikotransfer zwischen Unternehmen und Investoren, Banken und anderen Finanzinstituten dar.

In den über zehn Jahren seit der vierten Auflage wurde der Derivatemarkt jedoch stärker reguliert, standardisiert und digitalisiert. Den Referenzzinssatz LIBOR gibt es nicht mehr, hingegen gibt es mittlerweile Derivate auf Kryptowährungen, ETFs und implizite Volatilitäten, die über Optionen und Futures auf VIX und VSTOXX eigenständig handelbar wurden. Der Druck zum Einsatz zentraler Clearingstellen, beispielsweise für Zins- und Kreditderivate, wurde verstärkt. Banken sehen sich im Rahmen von Basel III/IV strenger Anforderungen gegenüber und der Value at Risk wird in diesem Bereich durch den Expected Shortfall abgelöst. EMIR, Dodd-Frank, MiFID II und MiFIR bringen zusätzliche Auflagen, insbesondere erweiterte Transparenz- und Handelsplatzpflichten.

Auch in der Lehre haben sich die Anforderungen verändert. Mittlerweile liegen für diesen Kurs Lehrerfahrungen und anregende Diskussionen mit Studierenden aus über 25 Jahren vor, für die sich beide Autoren herzlich bei ihren Studierenden bedanken möchten. All dies hat Anlass zu einer gründlichen Überarbeitung gegeben, wobei es immer wichtig war, trotz der Themenvielfalt den Charakter eines einführenden, schlanken Lehrbuches im Blick zu behalten. Inhaltlich wird an verschiedenen Stellen Bezug genommen zu ausgewählten aufsichtsrechtlichen Aspekten und neueren Produkten. Neben Übungsdateien in Excel wurden für diese Auflage auch Beispieldateien für Python erstellt. Die Leserfreundlichkeit wurde gestärkt durch Kurzdefinitionen von Begriffen, Zusammenfassungen der Anwendungsmöglichkeiten von Produkten, Einschüben mit vertiefenden Inhalten, Bezügen zu bestimmten Marktsituationen in der Vergangenheit oder einfach nur kleinen Anekdoten. Im Hinblick auf eine geschlechterneutrale Sprache wurden weibliche und männliche Formen ohne feste Systematik im Text vermischt. Die zentralen Anliegen dieses Buches bestehen weiterhin in zwei Punkten: Erstens soll ein Verständnis der Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Segmenten der Finanzmärkte und zweitens die Einzelheiten der Preisbildung und Bewertung der Produkte vermittelt werden. Dazu dienen zahlreiche Beispiele und Aufgaben, die anhand der begleitenden Materialien in Tabellenkalkulationsform bzw. Python selbst nachvollzogen werden können (siehe Verzeichnis der ergänzenden Unterlagen zum Download).

Wenn es möglich und sinnvoll ist, wird der Bezug zum realen Marktgeschehen hergestellt und die dort üblichen Gepflogenheiten erläutert. In diesem Zusammenhang sind wir zu Dank verpflichtet der Deutsche Börse Group, der Börse Stuttgart, der Commerzbank AG, dem Bundesverband für Strukturierte Wertpapiere sowie der Deutschen Bundesbank für die Erlaubnis

zur Veröffentlichung von Finanzinformationen. Für kritische Anmerkungen bedanken wir uns bei Frau Prof. Dr. Birgit Wolf. Nicht zuletzt gilt unser Dank Frau Anna Pietras und Frau Claudia Knapp vom Schäffer-Poeschel Verlag für die geduldige Unterstützung und die freundliche Begleitung dieses Werkes.

Bad Nauheim und Gießen, im Herbst 2025

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur fünften Auflage	7
Verzeichnis der ergänzenden Unterlagen zum Download	13
Aufbau des Buches	19
1 Grundlagen	21
1.1 Grundbegriffe der derivativen Finanzprodukte	21
1.1.1 Systematisierung	23
1.1.2 Grundidee der Derivate	29
1.2 Finanzmathematische Grundlagen	30
1.2.1 Zinsrechnungsarten	30
1.2.2 Diskontierung, Barwert und Nettobarwert	35
1.2.3 Effektivzins	39
1.2.4 Stetige Verzinsung	43
1.3 Aufbau einer Bewertungskurve	47
1.3.1 Zinskurven	48
1.3.2 Euribor-Futures-Kurve	51
1.3.3 Zero-Kupon-Kurve	55
1.3.4 Forward-Kurve	64
1.4 Statistische Grundlagen	71
1.4.1 Standardabweichung und Volatilität	71
1.4.2 Normalverteilung	75
1.4.3 Log-Normalverteilung	76
1.5 Risikobetrachtung	82
1.5.1 Überblick zu den Marktpreisrisiken	82
1.5.2 Risikomaße für Zinsrisiken	83
1.5.2.1 Duration	83
1.5.2.2 Basis Point Value	86
1.5.2.3 Konvexität	89
1.5.2.4 Key Rate Duration und Key Rate Basis Point Value	91
1.5.3 Value-at-Risk und Expected Shortfall	94
1.5.4 Risikomaße für Aktien und Aktienportfolien	107
1.6 Ausgewählte Aspekte des Aufsichtsrechts	114
1.6.1 Basel	115
1.6.2 Regelwerk zur Abwicklung notleidender Banken	120
1.6.3 Selbstbehalt bei Verbriefungen	122
1.6.4 Clearing- und Meldepflichten für Derivate	122
1.6.5 Makroprudenzielle Aufsicht	123

1.6.6	Leerverkaufsverbote	123
1.6.7	Markt- und Wertpapieraufsicht, Verbraucherschutz	124
1.6.8	Weitere Entwicklungen	125
2	Termingeschäfte	129
2.1	Grundlagen	130
2.1.1	Herleitung von Terminkursen	130
2.1.2	Terminbörsen: Funktionsweise und Überblick über die Produkte	132
2.1.3	Terminbörsen im Vergleich zu OTC-Geschäften	134
2.2	Devisentermingeschäfte	138
2.2.1	Kurzfristige Devisentermingeschäfte	138
2.2.2	Arbitrage zwischen Geld- und Devisenmärkten	142
2.2.3	Langfristige Devisentermingeschäfte	147
2.2.4	Devisenfutures	148
2.3	Aktientermingeschäfte, Aktienindizes und Aktienfutures	150
2.3.1	Aktientermingeschäfte	150
2.3.2	Aktienindizes in Deutschland	152
2.3.3	Futures auf Aktienindizes	155
2.4	Forward Rate Agreements	158
2.5	Zinsfutures	165
2.5.1	Geldmarktfutures	165
2.5.2	Kapitalmarktfutures	168
2.5.2.1	Preisbestimmung: der Fair Value	171
2.5.2.2	Exkurs: Repo-Geschäfte	177
2.5.2.3	Cash&Carry-Arbitrage und Implied Repo Rate	181
2.5.2.4	Basis	185
3	Swaps	189
3.1	Entwicklungsstand und Arten von Swaps	189
3.2	Zinsswaps	192
3.2.1	Details eines Zinsswap-Abschlusses	192
3.2.2	Zahlungsstruktur	196
3.2.3	Swapbewertung	198
3.2.4	Anwendungsbeispiele	205
3.3	Asset-Swaps	210
3.4	Spreads	215
3.5	Währungsswaps	221
3.5.1	Zahlungsstruktur	222
3.5.2	Basisswaps	223
3.5.3	Risikosteuerung	227
3.5.4	Pricing	229
3.6	Credit Default Swaps	232

4	Optionen (bedingte Produkte)	239
4.1	Bewertung und Replikation	239
4.1.1	Grundbegriffe und Grundformen	239
4.1.2	Put-Call-Parität	246
4.1.3	Dynamische Replikation einer Option	248
4.1.4	Optionspreisbestimmung mit Black-Scholes-Formel	258
4.1.5	Risikokennzahlen	262
4.2	Devisenoptionen	271
4.3	Aktienoptionen	277
4.3.1	Optionen auf einzelne Aktien mit Dividenden	277
4.3.2	Optionen auf den DAX®	279
4.4	Zinsoptionen	280
4.4.1	Caps und Floors	281
4.4.2	Swaptions	286
4.4.3	Bondoptionen	291
5	Optionsstrategien, Zertifikate und weitere Finanzinnovationen	297
5.1	Optionsstrategien	297
5.1.1	Spread-Positionen	297
5.1.2	Straddles, Strangles, Butterflies und Condors	305
5.1.3	Covered Call Writing	310
5.1.4	Cash Secured Put Writing	313
5.2	Zertifikate	316
5.2.1	Überblick	316
5.2.2	Aktien-, Umtausch- und Wandelanleihen	320
5.2.3	Discount-Zertifikate	329
5.3	Contracts for Difference	332
5.4	Volatilitätsfutures	334
	Lösungen der Aufgaben	343
	Kapitel 1	343
	Kapitel 2	344
	Kapitel 3	346
	Kapitel 4	347
	Kapitel 5	351
	Literaturverzeichnis	355
	Internet- und Datenquellen	358
	Stichwortverzeichnis	361
	Die Autoren	365

Verzeichnis der ergänzenden Unterlagen zum Download

Für dieses Lehrbuch bieten wir ergänzende Unterlagen für Excel und Python zum Download an. Den zum Abruf der Daten notwendigen Webcode finden Sie auf der letzten Seite des Buches. Mit diesem Webcode können Sie sich in Kombination mit Ihrer E-Mail-Adresse einloggen und die Daten abrufen.

Folgende Inhalte stehen zur Verfügung:

- Excel-File Beispiele
- Excel-File Aufgaben (ohne Lösungen)
- Excel-File Aufgaben (mit Lösungen)
- Fünf Jupyter-Notebook-Files mit Python-Code: PY-Intro, PY-MC, PY-Daten, PY-Deriv-1, PY-Deriv-2

Das Excel-File »Beispiele« enthält die Arbeitsblätter in der folgenden Tabelle, deren Nummerierung den Beispielen im Text entspricht; die erste Ziffer gibt die Nummer des Kapitels, die zweite diejenige des Beispiels an. Die Lösungen werden ausführlich im Buch besprochen.

Während das Tabellenkalkulationsprogramm Excel allgemein bekannt sein dürfte, so könnten ein paar einführende Worte zu Python hilfreich sein: Python ist eine beliebte moderne zeilenorientierte Programmiersprache (→ <https://python.org>), die vielfältig eingesetzt wird. Im Rahmen der 5. Auflage dieses Buches haben wir uns dazu entschlossen, ergänzend Beispiele in Python anzubieten, weil man über Python Zugang zu einem mächtigen Werkzeugkasten erhält, in dem bereits viele Bibliotheken, insbesondere für den Einsatz von Methoden des maschinellen Lernens und der künstlichen Intelligenz, kostenfrei verfügbar sind. Falls die Leserin oder der Leser schon erste Erfahrungen in der Programmierung gemacht hat oder diese parallel zum Lernen des Themas Finanzderivate machen möchte, so bietet sich hier eine gute Gelegenheit. Ist letzteres der Fall, so empfiehlt es sich, begleitend zu diesem Buch Python-Tutorials aus dem Internet und gegebenenfalls generative KI, wie LLMs, als parallele Unterstützung für die eigene Programmierung heranzuziehen. Natürlich empfehlen sich auch klassische Lehrbücher zum Erlernen des Programmierens in Python (beispielsweise Hilpisch, 2019; Klein, 2021; Steyer, 2018; Theis, 2024).

Die begleitenden fünf Jupyter-Notebook-Files tragen Dateinamen, die jeweils mit »PY-...« beginnen. Dort werden zum einen ausgewählte Beispiele aus dem Excel-File mittels Python-Code berechnet, zum anderen werden ausgewählte komplexere Beispiele behandelt, die sich in Excel kaum umsetzen lassen. Der Python-Code wurde in sogenannten Jupyter-Notebook-Files erstellt, mit denen man interaktiv arbeiten kann und in denen sich auch erläuternder Text einbinden lässt. Die Jupyter-Notebook-Dateien tragen die Endung »ipynb« und müssen in einem

geeigneten Environment/Interface (→ <https://jupyter.org>) geöffnet werden. Entsprechende Editoren für Jupyter-Notebook finden sich kostenfrei in größeren Softwarepaketen, wie z. B. Anaconda (→ <https://anaconda.org>). Soweit ein entsprechendes Environment nicht zur Verfügung steht, kann man sich den Inhalt der Dateien (Python-Code, Kommentare und Berechnungsergebnisse) auch in den entsprechenden html-Files in den Unterlagen zum Download ansehen. Soweit man nur mit den html-Files arbeitet, kann man natürlich keine Modifikationen vornehmen oder eigene Berechnungen in Python durchführen, was aber auch nicht erforderlich ist, um die Lerninhalte dieses Buches, d. h. die derivativen Finanzinstrumente, zu verstehen. In den Jupyter-Notebook-Files wird im Text auf die Namen bestimmter Excel-Arbeitsblätter gemäß der folgenden Tabelle Bezug genommen:

Excel-Mappe Nr.	Inhalt in Stichworten	Seite
B1-1	Roll-over-Kredit	32
B1-2	Bondkauf	34
B1-3	Wirkung unterjähriger Verzinsung	43
B1-6a	Aufbau der Zinskurve aus Geldmarktfutures, 3 Kontrakte	52
B1-6b	Aufbau der Zinskurve aus Geldmarktfutures	52
Zero	Berechnung der Zero-Kupon-Kurve	60
B1-8	Diskontierung mit der richtigen Zinskurve	61
B1-10	Berechnung von Forward-Kupon-Kurven	68
B1-11	Berechnung der historischen Volatilität	72
B1-15a	Berechnung der Duration, Kupon-Bond	86
B1-15a (2)	Berechnung der Duration, Zero-Kupon-Bond	88
B1-15b	bpv: Verschiebung der Kupon-Kurve	88
B1-15c	bpv: Verschiebung der Zero-Kupon-Kurve	88
B1-15d	Änderung der Duration bei Zinsänderungen	88
B1-16	Zinssensitivität für einzelne Zinspunkte	92
B1-17	VaR für Gold versus DAX	97
B1-18	VaR für Bundesanleihen	102
B2-2	Devisentermingeschäft: Euro – Dollar	138
B2-6	Anlage in Fremdwährung mit Absicherung des Wechselkursrisikos	145
B2-12_17	Cash&Carry-Arbitrage, Wirkung der Einflussfaktoren	171/175
B2-18	Repo-Geschäft	179
B2-19	Berechnung der Implied Repo Rate	184
bew-0	Bewertung von Swaps, allgemein	202

Excel-Mappe Nr.	Inhalt in Stichworten	Seite
B3-2	Zinssatz für Swaps	203
B3-3	Bewertung von Swaps	203
B3-6	Asset-Swap	210
B4-3a	Put-Call-Parität im Einperiodenbinomialmodell	251
B4-3b	Gleichungssystem für Teilschritt im Binomialbaum	254
B4-3c	Binomialbaum durchgerechnet	256
B4-4	Optionsbewertung nach Black/Scholes	261
B4-4b	Dynamische Replikation von Calloptionen	266
B4-5	Wert eines Euro-Calls sowie Euro-Puts	273
B4-6	Zero-Cost-Option	275
B4-7	Participating Forward	275
B4-9	Berechnung einer Cap-Prämie	284
B4-10a	Prämien für Swaptions: Bestimmung des Forwardzinses	288
B4-10c	Prämien für Swaptions	289
B4-11a	Bewertung von Kauf- und Verkaufsoptionen: Bestimmung des Terminkurses	292
B4-11b	Bewertung von Kauf- und Verkaufsoptionen	293
B5-1	Time Spread	302
B5-2	Verkauf einer (gedeckten) Call-Option an der Eurex	310
B5-3	Wirkung eines Anstiegs der Volatilität	315
B5-4	Aktienanleihe	322
B5-5	Discount-Zertifikat	330

Für Python finden sich in den Begleitmaterialien fünf modifizierbare Jupyter-Notebook Dateien, die die Endung ».ipynb« tragen. Soweit kein passender Editor installiert wurde, lassen sich diese Dateien nicht anzeigen. In diesem Fall empfiehlt es sich zunächst, die fünf html-Versionen dieser Dateien, die wie üblich die Endung ».html« tragen, im Browser zu öffnen und den Inhalt zu lesen. Danach sei dem Leser nahegelegt, bei vertieftem Interesse Jupyter-Notebook und Python zu installieren (das beispielsweise über www.anaconda.com kostenfrei in einem Paket heruntergeladen werden kann), damit sich Änderungen vornehmen und eigene Berechnungen in Python durchführen lassen.

Datei	Inhalt in Stichworten	Seite ab
PY-Intro	Rechnen, Programmbibliotheken nutzen, Variablen und Schleifen verwenden, Berechnungsergebnisse formatiert ausgeben und graphisch darstellen: B1-1, B1-2, B1-6b, Zero, B1-10, B1-11, B1-15a, B1-15b, B1-16.	35
PY-MC	Monte Carlo Verfahren: Pseudo-Zufallszahlen erzeugen, gleich-, normal- und lognormal-verteilte Stichproben generieren, Erwartungswerte und Quantile berechnen. Value-at-Risk und Expected Shortfall rechnerisch ermitteln. Erwartete Optionsauszahlung auf Basis von Zufallszahlen berechnen: B1-17, B1-18.	79
PY-Daten	Historische Daten laden, bereinigen, als csv- File speichern. Import von Daten aus einem Excel-File. Berechnung von statistischen Kennzahlen sowie Berechnung von Value-at-Risk und Expected Shortfall auf Basis der historischen Daten: B1-17, B1-18.	97
PY-Deriv-1	Berechnungen zu den unbedingten Derivaten: B2-2, B2-6, B2-18.	140
PY-Deriv-2	Berechnungen zu den bedingten Derivaten, insbesondere Binomialbaum und Black-Scholes-Formel: B4-3a, B4-3b, B4-3c, B4-4, B4-4b, B4-5, B4-6, B5-2, B5-3.	251

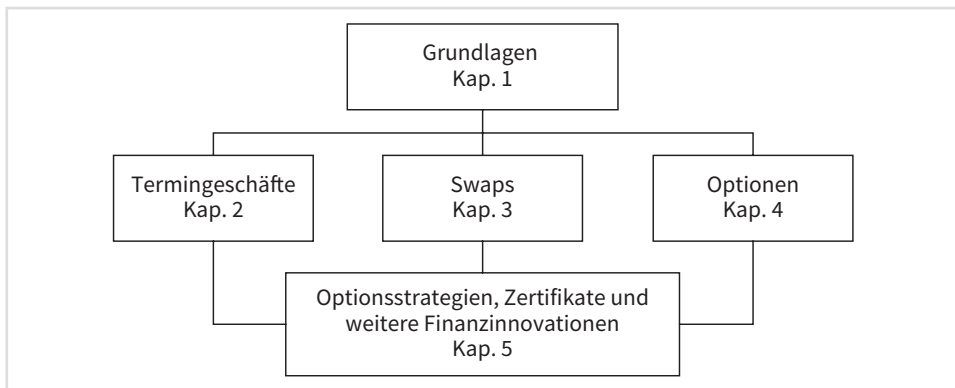
Zusätzlich werden im Text Aufgaben zur eigenen Bearbeitung gestellt, dazu steht das File »Aufgaben (ohne Lösungen)« zur Verfügung. Die Lösungen können anhand des Files »Aufgaben (mit Lösungen)« sowie ergänzenden Kommentaren im Anhang des Buches überprüft werden.

Excel-Mappe Nr.	Inhalt in Stichworten	Seite
A1-1	Diskontierungsfaktoren und Barwerte	38
A1-2	Kurs eines Wertpapiers	38
A1-3	Rendite eines Wertpapiers	41
A1-4	Disagio	42
A1-5	Rendite eines Zero-Bonds	42
A1-6	Jahreseffektivzins	44
A1-7	Falsch: Diskontierung mit der Zinskurve	64

Excel-Mappe Nr.	Inhalt in Stichworten	Seite
A1-8	Forward-Zinskurve C1	70
A1-9	Finanzierungsalternativen	71
A1-10	Forward-Zinskurve C2	71
A1-11	Historische Volatilität	75
A2-4	Langfristige Devisenterminkurse	148
A2-5	Hedging mit dem DAX®-Future-Kontrakt	158
A2-6	FRA-Sätze, unterjährig	162
A2-7	Anlagealternativen mit FRA	165
A2-8	Finanzplanung mit FRAs	165
A2-9	Variation Margin	177
bew-0	Bewertung von Zinsswaps	202
A3-2	Spread beim Asset-Swap	215
A3-5a	Bewertung von Währungsswaps, EURO-Teil	232
A3-5b	Bewertung von Währungsswaps, USD-Teil	232
A4-2	Put-Call-Parität	261
A4-3	Delta-Funktion	270
A4-6	Devisen-Option: Phi und Rho	274
A4-7	Devisen-Option: Theta	274
A4-8	Cap-Bewertung mit einheitlicher Volatilität	285
A4-9	Cap-Bewertung mit unterschiedlicher Volatilität	285
A4-11a	Swaptions: Berechnung der Forward-Zinsen, C1	290
A4-11b	Swaptions: Berechnung der Forward-Zinsen, C2	290
A4-11c	Swaptions: Berechnung der Optionsprämien	290
A4-13	Swaptions: Settlement	290
A4-14a	Bond-Option: Berechnung der Terminkurse	294
A4-14b	Bond-Option: Berechnung der Optionsprämien	294
A5-2	Forward-Vola	305
A5-3_4	Butterfly, Put-Call-Parität	308/309
A5-6	Wirkung von Volatilitätsänderungen	316
A5-7	Kurs einer Aktienanleihe	329

Aufbau des Buches

Das Grundlagenkapitel 1 führt in das Thema der derivativen Finanzinstrumente ein und behandelt dabei auch fortgeschrittenere Themen, wie z.B. Bewertungskurven im Zinsmarkt und Betrachtungen zur Risikomessung. Da Studierende im Allgemeinen Vorkenntnisse aus Einführungsveranstaltungen der Finanzwirtschaft und der Statistik besitzen, wird auf diesen aufgebaut. In [Kapitel 2](#) werden Termingeschäfte aus verschiedenen Marktsegmenten besprochen und die Unterschiede zwischen den börsengehandelten und den außerbörslichen Varianten hervorgehoben.



Die Swaps im [Kapitel 3](#) bauen darauf auf, vor allem auf den Forward Rate Agreements bei den Zinsswaps und auf den Devisentermingeschäften bei den Währungsswaps. Sie werden aber aufgrund ihrer Bedeutung und Variantenvielfalt gesondert behandelt. [Kapitel 4](#) befasst sich mit der Bewertung und dem Einsatz von Optionen mit den wichtigsten Varianten aus den Bereichen der Zinsen, Devisen und Aktien. Im [Kapitel 5](#) werden ausgewählte Options- und Volatilitätsstrategien sowie Zertifikate und CFDs vorgestellt.

1 Grundlagen

LERNZIELE

Am Ende dieses Kapitels können Sie folgende Fragen beantworten:

- Was versteht man unter derivativen Finanzprodukten und wie kann man sie systematisieren?
- Wie werden Barwerte und Effektivzinsen berechnet?
- Wie wird die historische Volatilität berechnet und was hat sie mit der Normalverteilung zu tun?
- Mit welchen Kennzahlen kann man Finanzrisiken abbilden und wie werden diese berechnet?

Derivate = abgeleitete Produkte.

Unter einem Derivat versteht man in der Chemie eine Verbindung, welche auf der Basis einer anderen hergeleitet wird. In der Finanzwelt entsteht ein Derivat durch eine vertragliche Vereinbarung, deren wirtschaftlicher Wert wesentlich durch einen definierten Bezug zu einer Referenzgröße, dem *Basiswert* (engl. *Underlying*), etwa Aktien oder Zinssätze, bestimmt wird. Auch Preise für reale Güter wie Rohstoffe oder landwirtschaftliche Produkte kommen als Basiswerte in Frage. Wer beispielsweise seinen Öltank nachfüllen lässt, hat einen Kaufvertrag abgeschlossen und sich damit zu einer Zahlung verpflichtet, deren Höhe vom Ölpreis abhängt. Das macht den Kauf allerdings noch nicht zum derivativen Geschäft, dazu müsste der wirtschaftliche Wert dieses Vertrages (nicht der des Tankinhalts) von zukünftigen Entwicklungen abhängen.

Ein derivatives Geschäft würde daraus, wenn der Öllieferant sich verpflichten würde, im nächsten Jahr zum gleichen Preis zu liefern, oder unter gewissen Voraussetzungen einen Teil des Kaufpreises zu erstatten, etwa wenn der Ölpreis unter einen bestimmten Wert fällt (Basiswert: Ölpreis) oder es einen milden Winter gibt (Basiswert: Temperatur). Letzteres mag abwegig klingen, aber etwas ganz Ähnliches hat vor einigen Jahren ein Lieferant von Winterreifen angeboten: Einen Preisnachlass, falls der Winter mild wird.

1.1 Grundbegriffe der derivativen Finanzprodukte

Die Begriffe *Derivate*, *derivative Instrumente* und *Finanzinnovationen* sollen in diesem Buch als Synonyme verwendet werden. Ihr wesentliches Merkmal ist die schon beschriebene Ableitung von einem Basiswert, der den eigentlichen Werttreiber des Geschäftes darstellt, weil es von seiner Preis- oder Kursentwicklung abhängen kann, ob

- bestimmte Zahlungen zu leisten sind,
- Wahlrechte sinnvoll ausgeübt werden oder nicht,
- eine Transaktion, deren Durchführung eine nennenswerte Zeitspanne nach ihrer Vereinbarung erfolgt, einen Vorteil für die eine oder für die andere Vertragspartei bringt.

Die letzte Variante bezeichnet man als Termingeschäft, deren frühe Formen seit Jahrhunderten bekannt sind.

Die sprunghafte Entwicklung des modernen Derivategeschäftes wurde jedoch mit der Eröffnung der ersten Terminbörsen in USA in den 70er-Jahren und der Entstehung des Swapmarktes Anfang der 80er-Jahre eingeläutet. In Deutschland stellt die Gründung der »Deutsche Terminbörse« (heute Eurex) 1990 ein markantes Ereignis dar.

Welche Ursachen stehen hinter diesen Entwicklungen?

- Nach dem Zusammenbruch des Systems fixer Wechselkurse 1973 waren die 70er- und 80er-Jahre geprägt durch *gestiegene Marktpreisschwankungen* an den Finanzmärkten aufgrund der hohen Zahlungsbilanzungleichgewichte und der weltweit großen Unterschiede in der praktischen Auslegung der Geldpolitik der nationalen Notenbanken. Dies führte zu höheren Absicherungsbedürfnissen der Marktteilnehmer.
- Wesentlichen Einfluss auf die Marktentwicklung hatten die Änderungen im Banken-Aufsichtsrecht, sowohl im Sinne einer Deregulierung, die manche Marktsegmente erst eröffnet hat, als auch einer stärkeren Kontrolle des Derivategeschäftes durch die Aufsichtsbehörden, insbesondere nach der Finanzkrise von 2008, in Form von verschärften Eigenkapitalunterlegungsvorschriften und Risikobegrenzungen.
- Von nicht zu unterschätzender Bedeutung ist die *technologische Entwicklung*, die zu einer erheblichen Verringerung der Transaktionskosten geführt hat. Eine elektronische Terminbörse setzt effiziente Kommunikationsmöglichkeiten für das Zustandekommen von Abschlüssen und deren Abwicklung voraus. Risikosteuerung und Controlling dieser Geschäfte mit ihren enormen Größenordnungen sind ohne leistungsfähige Hard- und Software, aber auch ohne die Fortschritte in der modernen Finanztheorie sowie entsprechend ausgebildetes Personal, nicht denkbar. Es ist sicher ein historischer Zufall, aber ein bezeichnender: Die Gründung der ersten Börsen für Finanzkontrakte in Chicago (CME 1972 und CBOT 1973) fällt zusammen mit der Veröffentlichung der ersten modernen Optionsbewertungsformel (vgl. Black/Scholes 1973).
- Der *Wettbewerb* zwischen den Finanzinstituten und zwischen den Börsen tut ein Übriges.

1.1.1 Systematisierung

Derivate können nach verschiedenen Kriterien eingeteilt werden:

- Nach dem Erfüllungszeitpunkt in
 - Kassa- (oder Kasse-)geschäfte (engl. *spot transactions*): Die Vertragserfüllung (engl. *settlement*) erfolgt in einer handelsüblichen Unmittelbarkeit, häufig nach zwei Arbeitstagen. Kassegeschäfte werden primär zur Abgrenzung erwähnt, denn sie stellen eigentlich keine derivativen Produkte dar.
 - Termingeschäfte: Die Vertragserfüllung erfolgt in der Zukunft.
- Nach dem Vertragsinhalt in
 - unbedingte Geschäfte: Die Erfüllung ist an keine vertragliche Bedingung geknüpft, d.h., beide Vertragsparteien sind zur Erfüllung verpflichtet. Hierzu gehören Termingeschäfte und Swaps, diese Instrumente können im Wege der statischen Replikation dargestellt werden.
 - bedingte Geschäfte: Wesentliche Teile der Erfüllung unterliegen einer vertraglichen Bedingung. Darunter kann das Wahlrecht einer Vertragspartei verstanden werden (Option), aber auch Leistungsverpflichtungen, die an bestimmte Voraussetzungen geknüpft sind (z.B. Versicherungsleistungen). Hierzu gehören insbesondere Call- und Putoptionen sowie Swaptions. Derartige Instrumente können im Wege der dynamischen Replikation dargestellt werden.
- Nach dem Ort des Vertragsabschlusses in
 - börsliche: an (Termin-)Börsen gehandelte, standardisierte Produkte.
 - außerbörsliche (engl. *OTC – Over the counter*): Zwischen Banken bzw. Banken und Kunden ausgehandelte individuelle Abschlüsse.
- Sowie nach den zugrunde liegenden Basiswerten:
 - Zinsen (engl. *interest rates*),
 - (Festzins-)Anleihen und Schuldverschreibungen (engl. *bonds, fixed income instruments*)
 - Devisen (engl. *foreign exchange* oder nur *fx*),
 - Aktien (engl. *equities*),
 - Indices (engl. *indices*),
 - Güterpreise (engl. *commodities*).

Ferner können auch Derivate selbst als Basis für andere Instrumente dienen wie z.B. die Optionen oder Futures auf Options- und Volatilitätsindizes.

Als *Grundformen* derivativer Instrumente können die Termingeschäfte mit den beiden Varianten der Forwards und der Futures sowie die Optionen genannt werden.

- *Termingeschäfte* sind Vereinbarungen über zukünftige Lieferungen und Leistungen, wobei alle Vertragsbestandteile, insbesondere Lieferobjekt, Betrag, Preis und Erfüllungszeitpunkt, bei Vertragsabschluss festgelegt werden.
 - *Forwards* oder »gewöhnliche« Termingeschäfte sind solche, die Banken untereinander oder Banken mit Kunden (auch: Kunden mit Kunden) direkt auf einzelvertraglicher Basis abschließen. Die wichtigste Form sind die Devisentermingeschäfte.

- *Futures* sind Termingeschäfte, die an einer Terminbörse gehandelt werden. Sie unterscheiden sich von den Forwards in zwei Punkten. Erstens setzt ein liquider Börsenhandel eine Standardisierung, d.h. eine präzise und für alle Marktteilnehmer einheitliche Definition des Kontraktes, voraus. Ein Future-Kontrakt ist vor allem definiert durch das zugrunde liegende Instrument (Basiswert, engl. *Underlying*), die Kontraktgröße und die Laufzeit (engl. *time to maturity* oder *DTE – Days to expiration*). Zweitens werden die Wertänderungen von Futures-Positionen täglich abgerechnet und gebucht (→ 2.1.2), während Forwards, soweit zwischen den Vertragspartnern keine zusätzlichen Sicherheitsabreden vereinbart wurden, nur die Erfüllung bei Fälligkeit vorsehen.
- *Optionen* geben der Käuferin der Option gegen Zahlung einer Prämie das Recht, innerhalb eines bestimmten Zeitraumes (*amerikanischer Typ*) oder zu einem bestimmten zukünftigen Zeitpunkt (*europäischer Typ*) ein Wirtschaftsgut zu einem vereinbarten Preis zu kaufen bzw. zu verkaufen:
 - Kaufoption (engl. *Call*): Recht zum Kauf,
 - Verkaufsoption (engl. *Put*): Recht zum Verkauf.
 Beide Optionsvarianten können gekauft und verkauft werden. Optionen werden an den Terminbörsen gehandelt, aber auch von den Banken direkt angeboten.

Damit ergibt sich die in Abb. 1-1 dargestellte Systematisierung, wobei unter bedingten Termingeschäften vor allem Optionen zu verstehen sind.

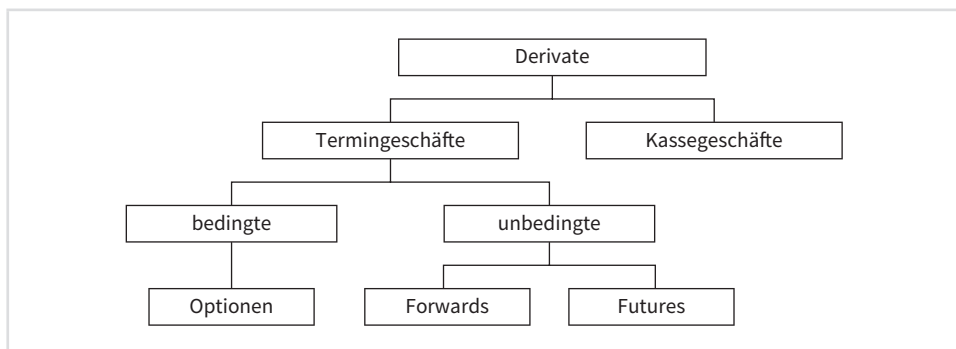


Abb. 1-1: Systematisierung der Derivate

Handelsabteilungen von Banken sind meist nach den Basiswerten als oberstes Kriterium organisiert, dort gibt es beispielsweise einen Aktien- und Devisenhandel. Innerhalb dieser Abteilungen sind neben den Kassahändlern Derivate-Gruppen angesiedelt. Die Aktienoptionshändlerin fühlt sich also dem Aktiengeschäft näher als dem Devisenoptionshandel. Aus dieser Perspektive ordnet Abb. 1-2 zunächst nach den Basiswerten und trennt danach die Optionen von den sonstigen Geschäften. Ferner sind die OTC-(Bank-)Produkte von den börsengehandelten zu unterscheiden, da erstere höheren rechtlichen Dokumentationsaufwand mit sich bringen. Unter Marktrisikogesichtspunkten werden OTC-(Bank-)Produkte jedoch meist gemeinsam mit

börsengehandelten Derivaten betrachtet. Die unbedingten Instrumente werden im [Kapitel 2](#) und [3](#), die bedingten im [Kapitel 4](#) besprochen.

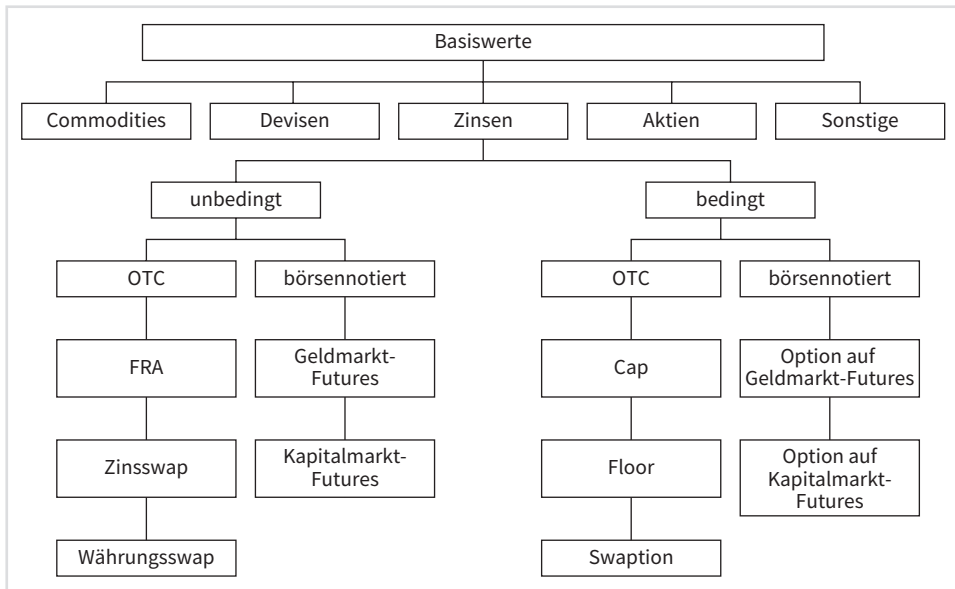


Abb. 1-2: Übersicht Zinsderivate

Abb. 1-3 zeigt Volumina und Marktwerte in OTC-Geschäften marktführender Banken in Deutschland und der Welt. OTC-Geschäfte sind, anders als börsengehandelte Derivate, naturgemäß nicht einfach an Börsenumsätzen ablesbar, jedoch erhebt die Bank für Internationalen Zahlungsausgleich (BIZ) regelmäßig eine OTC-Derivatestatistik, in der rund 66 marktführende Banken auf Konzernbasis über ihre diesbezüglichen Aktivitäten berichten. Auf diese Institute entfällt ein Anteil von mehr als drei Vierteln des globalen OTC-Marktes in Derivaten. Aus Deutschland nehmen an der Erhebung vier im Derivategeschäft aktive Banken teil.

Derivate sind typischerweise außerbilanzielle Geschäfte, so dass der Nominalwert nicht in der Bankbilanz auftaucht. Die Nominalwerte sind groß gegenüber der Bilanzsumme deutscher Banken.

	Nominalwerte		Marktwerte	
	weltweit	dt. Banken	weltweit	dt. Banken
OTC-Derivate				
davon währungsbezogen	121.308	7.227	3.426	147
zinsbezogen	540.475	55.670	11.197	666
Kreditderivate	8.419	1.135	160	25
index- und aktienbezogen	8.115	37	629	5
Commodity-Kontrakte	2.285	66	237	3
Gesamtsumme	680.602	64.135	15.649	846
Zum Vergleich: Bilanzsumme deutscher Banken		10.491		

Abb. 1-3: OTC-Geschäfte marktführender Banken weltweit und in Deutschland (per 2024 1.Hj.), in Mrd. Euro (Quelle: Deutsche Bundesbank: OTC-Derivatestatistik der BIZ sowie Monatsbericht Januar 2025)

Zins- und währungsbezogene Derivate haben den größten Anteil. Kredit-, Commodity- sowie index- und aktienbezogene Derivate erscheinen demgegenüber klein, wobei die Basiswerte in diesen Märkten stärker schwanken können, so dass diese, vom Nominalwert her gesehen kleineren Derivateklassen, bei einer risikobezogenen Betrachtung größer erscheinen würden.

Eine etwas andere Perspektive gewährt der Blick auf die Umsätze an der Terminbörse Eurex. Die Eurex ist eine weltweit bedeutende Terminbörse, die ihren Sitz in Eschborn bei Frankfurt am Main in Deutschland hat. Dort handeln nicht nur Banken, sondern auch andere Finanzinstitute, Unternehmen und Private, jeweils inländische wie ausländische.

Abb. 1-4 zeigt die Handelsumsätze der meistgehandelten Kontrakte an der Eurex. Spitzenreiter ist der Euro-Bund Future, ein unbedingter Terminkontrakt auf langlaufende Staatsanleihen, gefolgt von Optionen auf den EURO STOXX 50 Aktienindex. Diese Eurex-Kontrakte haben die Kürzel FGBL bzw. OESX, wobei »F« generell für Futures-Kontrakte und »O« generell für Optionskontrakte verwendet wird. Ein Kontrakt im Euro-Bund Future bezieht sich auf ein Nominal von 100.000 Euro, so dass das Handelsvolumen allein im FGBL-Kontrakt äquivalent zum Handel mit Staatsanleihen im Nominal von 2.392 Milliarden Euro ist.

Most Active Products (Traded Contracts)			
Product Name	Type	Code	Traded Contracts
Euro-Bund Futures	Future	FGBL	23.919.266
EURO STOXX 50® Index Options	Option	OESX	21.755.400
Euro-Bobl Futures	Future	FGBM	16.504.943
Euro-Schatz Futures	Future	FGBS	13.251.396
EURO STOXX 50® Index Futures	Future	FESX	13.161.917
Euro-BTP Futures	Future	FBTP	6.900.599
Euro-OAT-Futures	Future	FOAT	5.589.857
EURO STOXX® Banks Options	Option	OESB	4.735.209
Short Term Euro-BTP-Futures	Future	FBTS	4.136.141
EURO STOXX® Banks Futures	Future	FESB	3.596.507

Abb. 1-4: Meistgehandelte Kontrakte an der Eurex, Angaben in Anzahl von Kontrakten, Januar 2025 (vgl. Eurex [1], S. 4).

Die Abb. 1-5 und Abb. 1-6 zeigen die zeitliche Entwicklung der Bestände bei marktführenden deutschen Banken bzw. der Marktwerte in OTC-Derivaten bei führenden Banken weltweit. Während bis Mitte 2011 die Nominalvolumina stiegen, gab es danach für längere Zeit eine Seitwärtstendenz, die unter anderem regulatorischen Maßnahmen im Nachgang zur globalen Finanzkrise von 2008 geschuldet ist.

Der Hintergrund ist, dass OTC-Derivate auf bilateraler Basis abgeschlossen werden und bis zur Fälligkeit in den Büchern beider Parteien bleiben. Bei OTC-Geschäften ist die Aufrechnung (engl. *Netting*) verschiedener Geschäfte, selbst wenn sie zwischen denselben Vertragspartnern bestehen, schwieriger und die rechtliche Dokumentation muss genau überlegt werden, um eine insolvenzfeste Aufrechnung zu erreichen. Zudem können unter OTC-Derivaten hohe Forderungen auflaufen, ohne dass hierfür zwingend der Austausch von Sicherheiten vereinbart werden muss. In der Abwicklung der Insolvenz großer Finanzmarktteilnehmer, wie z. B. Lehman Brothers, ergaben sich so einige Probleme.

Dies unterscheidet OTC-Derivate von den Derivaten an einer Terminbörse. Dort tritt eine eigene Rechtseinheit des Terminbörsenbetreibers, die Clearingstelle, als Vertragspartner sowohl für den Käufer als auch für den Verkäufer eines Derivates auf; diese wird als zentraler Kontrahent (engl. *Central Counterparty*, CCP) bezeichnet. Diese Konstruktion erlaubt es, Positionen gegeneinander zu verrechnen, denn jeder wird ausschließlich Vertragspartner gegenüber dem zentralen Kontrahenten. An einer Terminbörse werden Derivate entweder als *Opening Transaction* (Positionseröffnung) oder als *Closing Transaction* (Positionsschließung) gehandelt. Wenn der Käufer eines Terminkontraktes nach dem Opening diesen wieder schließt, ist sein Bestand null

und die Zahl der offenen Kontrakte (*open interest*) wird entsprechend verringert. Zudem nimmt die Eurex täglich Abrechnungen und Marginzahlungen für die offenen Derivatepositionen mit den einzelnen Marktteilnehmer vor, so dass sich keine größeren Kontrahentenrisiken über die Zeit aufbauen können. Eine Terminbörse mit Central Counterparty bietet also klare Vorteile.

Die Finanzaufsicht wünschte nach der globalen Finanzkrise von 2008 kleinere offene Derivatebestände und machte den zentralen Kontrahenten für standardisierte Derivate zur Pflicht. Die entsprechende Verordnung, die European Market Infrastructure Regulation (EMIR), ist seit 2012 in Kraft. Sie kodifiziert nicht nur die Clearingpflicht, sondern auch Meldepflichten zum Aufbau eines Transaktionsregisters. Damit wurde die Transparenz des Marktgeschehens deutlich erhöht, das komplexe Geflecht bilateraler OTC-Abschlüsse wurde entflochten und damit wurden die Rahmenbedingungen für eine geordnete Abwicklung eines insolventen Instituts verbessert. Zum anderen wurden nicht standardisierte OTC-Derivate ohne zentrales Clearing durch gestiegene Eigenkapitalanforderungen für Banken unattraktiv gemacht. Für OTC-Derivate ohne zentrales Clearing müssen Bankinstitute unter anderem Eigenkapital für potenzielle Kreditbewertungsanpassungen (*Credit Valuation Adjustments (CVA)*) vorhalten. Derivate mit zentraler Gegenpartei bieten somit aufsichtsrechtliche Vorteile gegenüber OTC-Geschäften (vgl. Abschnitt 1.6).

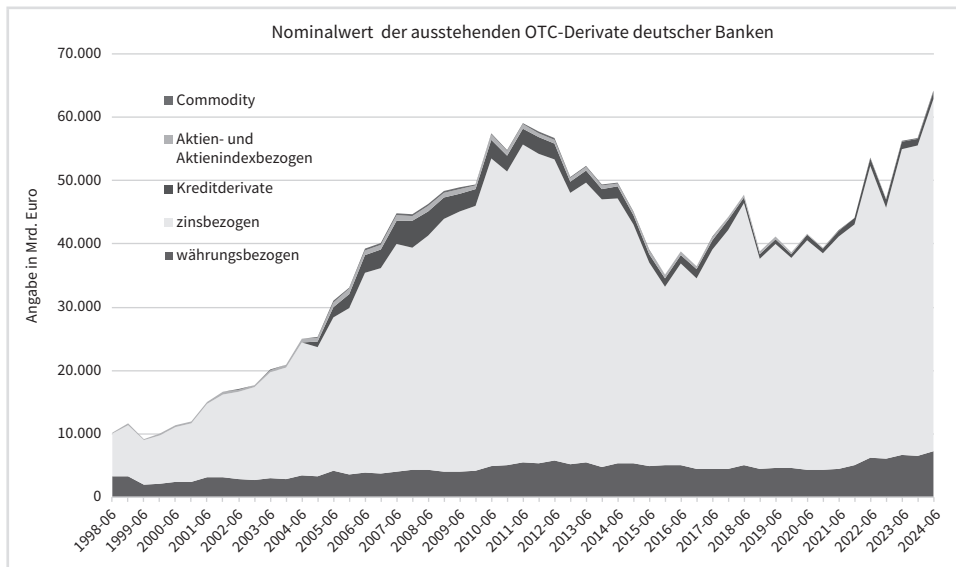


Abb. 1-5: Entwicklung der Nominalwerte von OTC-Geschäften marktführender Banken in Deutschland, in Mrd. Euro (Quelle: Deutsche Bundesbank: OTC-Derivatestatistik der BIZ)

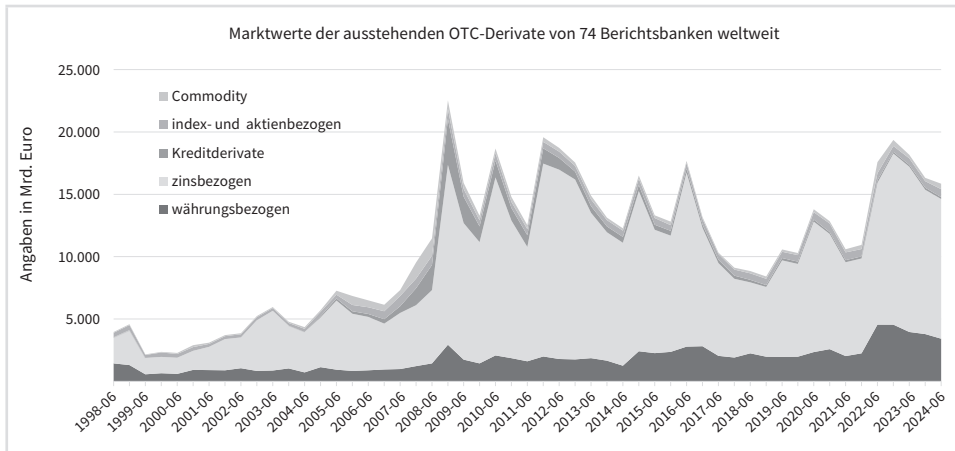


Abb. 1-6: Entwicklung der Marktwerte von OTC-Geschäften von 74 Berichtsbanken weltweit, in Mrd. Euro (Quelle: Deutsche Bundesbank: OTC-Derivatestatistik der BIZ)

Netting: Vereinbarung zwischen zwei oder mehreren Vertragsparteien, gegenseitige Ansprüche im Konkursfall aufzurechnen.

1.1.2 Grundidee der Derivate

Auf die Hintergründe für die Entstehung der Derivate wurde bereits hingewiesen. Ihre Grundidee besteht darin, Finanzgeschäfte in ihre Komponenten zu zerlegen und diese separat marktgängig zu machen. Dies soll am Beispiel eines langfristigen Kredites mit festen Zinsen erläutert werden.

Die Vergabe eines langfristigen Festzinskredites beinhaltet aus Sicht der kreditgebenden Bank:

- ein Liquiditätsrisiko, falls der Kredit im Rahmen der Fristentransformation durch kurzfristige Einlagen refinanziert wird,
- ein Zinsänderungsrisiko sowie
- das Ausfallrisiko und das Bonitätsrisiko.

Abb. 1-7 zeigt in der oberen Hälfte den Festzinskredit in konventioneller Sichtweise als Paket, in das die drei Komponenten eingebettet sind. In der derivativen Perspektive werden daraus separat handelbare Komponenten: Die Liquidität kann durch revolvingierende kurzfristige Mittelaufnahmen in Form von Kundeneinlagen oder am Interbankenmarkt beschafft werden. Ein durch Fristeninkongruenz entstehendes Zinsänderungsrisiko kann u.a. durch den Abschluss eines Zinsswaps (Austausch von variablen gegen feste Zinsen (vgl. Abschnitt 3.2) abgesichert werden. Und drittens kann das Ausfallrisiko dieses speziellen Schuldners durch einen Kreditswap (Austausch von Ausfallrisiken, vgl. 3.6) abgesichert werden. Ziel dieser auf den ersten Blick eher komplexen Vorgehensweise ist es, Spezialisierungsvorteile durch die Arbeitsteilung unter Ausnutzung banktypischer Gegebenheiten (z.B. langfristige Aktiva – kurzfristige Passiva, unterschiedlicher Zugang zu Refinanzierung, unterschiedliche Risikotragfähigkeit) zu realisieren.

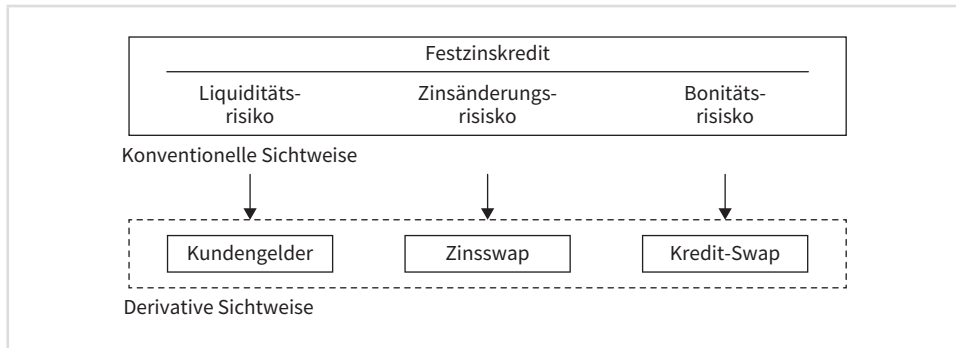


Abb. 1-7: Grundidee der Zerlegung einer Festsatzfinanzierung

Zwei ergänzende Überlegungen: Im Prinzip kann dieses Paket auch vom Kreditnehmer geschlüsselt werden; er kann ebenso die Liquiditätsbeschaffung und die Steuerung des Zinsänderungsrisikos durch entsprechende Transaktionen selbst getrennt vornehmen. Dadurch lassen sich z. B. der Zeitpunkt der Kapitalbeschaffung und derjenige der Zinssicherung entzerren. Ferner kann die günstigste Kapitalquelle mit der günstigsten Absicherungsform kombiniert werden. All dies dient der Optimierung des Gesamtergebnisses.

Finanzgeschäfte in ihre Bausteine zu zerlegen, erleichtert auch den umgekehrten Vorgang, diese nämlich in anderer Zusammensetzung zur Konstruktion neuer Produkte zu verwenden.

1.2 Finanzmathematische Grundlagen

Dieser Abschnitt soll anhand von Beispielen die wesentlichen finanzmathematischen Grundlagen für spätere Anwendungen legen. Er kann bei entsprechenden Vorkenntnissen übersprungen werden.

1.2.1 Zinsrechnungsarten

Zinsrechnungsarten dienen dazu, zu einem Geschäft, das über einen bestimmten Nennwert abgeschlossen wird und für eine bestimmte Zeitperiode läuft, den geschuldeten Zinsbetrag zu errechnen. Je nach Marktsegment haben sich unterschiedliche Zinskonventionen eingebürgert. Diese unterscheiden sich vor allem in drei Punkten:

- Der *Tageszählweise* bei der Berechnung der Anzahl der Zinstage für eine Zinsperiode. Hierbei kann man die tatsächliche, kalendarische Anzahl von Tagen als Differenz zwischen zwei Terminen verwenden (engl. *actual*, oft abgekürzt als »act«) oder vereinfacht einen Monat unabhängig vom Kalender stets mit 30 Tagen ansetzen.
- Der *Zahlungsfrequenz*, d. h. dem zeitlichen Abstand zwischen den Zinszahlungsterminen.

- Die *Arbeitsstagskonventionen* (engl. *business day conventions*) legen fest, was zu tun ist, wenn ein relevanter Tag, wie beispielsweise der Fälligkeitstag einer Anleihe, auf ein Wochenende oder einen Feiertag fällt. In einem solchen Fall wird der relevante Tag auf einen geeigneten Arbeitstag verschoben. Hierfür gibt es unterschiedliche Konventionen, wie z. B. *following*, *modified following*, *preceeding* usw., auf die hier aber nicht weiter eingegangen werden soll.

Abb. 1-8 zeigt die in Deutschland gängigen Varianten, wobei die letzte erst im Zusammenhang mit der Euro-Einführung an Bedeutung gewonnen hat.

Actual (act): tatsächliche, kalendarische Anzahl von Tagen als Differenz zwischen zwei Terminen. Verwendet man das Tabellenkalkulationsprogramm Excel und trägt in zwei Zellen eines Spreadsheets das Anfang- bzw. das Enddatum ein, so liefert die Differenz zwischen den beiden Zellen den korrekten Wert für »actual«. In Python lässt sich die Berechnung von »actual« im Rahmen der Bibliothek *datetime* mit der Methode »days« durchführen, was in Beispiel B1-2 vorggeführt wird.

Mathematisch errechnet sich der zu leistende Zinsbetrag gemäß der allgemeinen Formel

$$(1-1) \quad \text{Zinsbetrag} = \frac{\text{Nennwert} \cdot \text{Zinssatz} \cdot \text{Zinstage}}{\text{Tagefaktor (360 oder 365)}}$$

Hierbei ist der Nennwert (engl. *notional*), der auf Deutsch auch als Nominalbetrag bezeichnet wird, durch das Geschäft in einer bestimmten Währung vorgegeben. Der Zinssatz ist als Prozentzahl zu rechnen, d.h. bei einem Rechnungszins von beispielsweise vier Prozent arbeitet man in der Formel mit $\text{Zinssatz} = 0,04 = 4\%$. Die Formel liefert den Zinsbetrag in der Währung des Nennwertes.

Kurzbezeichnung	Synonyme	Beschreibung
Actual/360 (act/360)	Geldmarktusance, Eurozinismethode, Money market yield (mmy)	Tatsächliche Zinstage dividiert durch 360 Zinstage pro Jahr
Actual/365 (act/365)	Englische Zinsmethode	Tatsächliche Zinstage dividiert durch 365 Zinstage pro Jahr
30/360 (360/360)	Bondbasis (alt) Deutsche Zinsmethode	30 Zinstage pro Monat dividiert durch 360 Zinstage pro Jahr
Actual/Actual (act/act)	Bondbasis (neu) Taggenaue Zinsmethode	365 Zinstage pro Jahr dividiert durch 365 Zinstage pro Jahr, in Schaltjahren jeweils 366

Abb. 1-8: Zinsrechnungsarten

Zinsrechnung am Geldmarkt

An den internationalen Geldmärkten (engl. *money markets*) ist es üblich, die tatsächliche Anzahl von Zinstagen durch eine Normlaufzeit von 360 Tagen pro Jahr zu dividieren. Die gängige Bezeichnung *Eurozinismethode* hat nichts mit der Gemeinschaftswährung zu tun, sondern

stammt aus einer Zeit, als man noch zwischen einem inländischen Geldmarkt (mit anderer Zinsrechnung) und einem europäischen Geldmarkt unterschied. Daraus ergibt sich ein Zinsbetrag in Höhe von

$$(1-2) \text{ Zinsbetrag} = \frac{\text{Nennwert} \cdot \text{Zinssatz} \cdot \text{Zinstage}}{360}$$

Diese Methode findet beispielsweise Verwendung bei Termineinlagen oder bei variabel verzinslichen Krediten und Anleihen, deren Verzinsung an einen Referenzzins wie den Euribor gekoppelt ist.

Euribor	Euro Interbank Offered Rate Geldmarktzinssatz für unbesicherte Termingelder in Euro im Interbankengeschäft. Er wird täglich ermittelt aus den Daten von derzeit 19 Panel-Banken und auf der Webseite des European Money Markets Institute veröffentlicht (siehe European Money Market Institute (EMMI)).
€STR (auch ESTER)	Euro Short-Term Rate Zinssatz für unbesicherte Tagesgelder in Euro im Interbankengeschäft. Er wird von der EZB auf der Basis tatsächlicher Transaktionen des Vortages veröffentlicht und auch zur Berechnung von durchschnittlichen Zinssätzen (incl. Zinseszinsen) für verschiedene vergangene Laufzeiten verwendet (siehe ECB [2]). Er ersetzt seit 2022 den EONIA.
EONIA	Euro OverNight Index Average , der bis dahin eine vergleichbare Funktion erfüllt hat, jedoch auf Meldung von Panelbanken beruhte.
SOFR	Secured Overnight Financing Rate Zinssatz für besicherte Tagesgelder in Dollar im Interbankengeschäft, der von der amerikanischen Notenbank veröffentlicht wird (vgl. Federal Reserve Bank of New York).
1 Basispunkt (bp)	= 0,01 % = 0,0001

Beispiel 1-1: Roll-over-Kredit

Ein Unternehmen nimmt einen Roll-over-Kredit auf mit folgenden Konditionen:

Betrag: 10 Millionen Euro
 Laufzeit: 01.03.2026 – 01.03.2031
 Verzinsung: 6-Monats-Euribor + 50 Basispunkte (act/360)

Die Verzinsung des Kredites wird alle 6 Monate an den jeweils gültigen Geldmarktzins Euribor, wie er täglich für verschiedene Laufzeiten festgestellt wird, angepasst, jeweils zwei

Bankarbeitstage vor dem 01. März und dem 01. September. Über diesen Interbankenzins hinaus verlangt die kreditgebende Bank eine Kreditmarge in Höhe von 50 Basispunkten, was 0,5 Prozent entspricht, denn der Begriff »Basispunkt« (engl. *base point*) steht für 0,01 % = 0,0001. Dieser Zinsaufschlag gegenüber dem Geldmarktreferenzzins wird im englischen auch als *spread* bezeichnet. Bei einem 6-Monats-Euribor von z. B. 1,5 Prozent für die Laufzeit vom 01.03. bis zum 01.09.2026 (184 Tage) ergibt sich ein Zinsbetrag zahlbar am 01.09.26, in Höhe von:

$$\text{Zinsbetrag} = \frac{10.000.000 \text{ Euro} \cdot (1,5 \% + 0,5 \%) \cdot 184}{360} = 102.222,22 \text{ Euro}$$

Zinsrechnung am Bondmarkt

Am Kapitalmarkt sind, neben weiteren internationalen Varianten, vor allem zwei Methoden üblich:

- Die *alte Bondbasis* oder *Bondmethode (30/360)* unterstellt eine Anzahl von 30 Zinstagen pro Monat unabhängig von den kalendarischen Gegebenheiten. Sie findet bei Krediten immer noch Verwendung. In der Zeit vor dem Aufkommen elektronischer Rechner war diese Art der Berechnung manuell einfacher zu handhaben.
- Die *neue Bondmethode (act/act)* dividiert die tatsächliche Anzahl von Kalendertagen durch die Anzahl der Tage für ein volles Jahr. Sie ist Standard bei festverzinslichen Wertpapieren.

Bond: langfristige festverzinsliche Anleihe

Beide Methoden führen zum gleichen Zinsbetrag für eine volle jährliche Zinsperiode, nicht jedoch für Teilperioden. Bei der neuen Bondbasis ist zu beachten, dass der Nenner in einem Schaltjahr auf 366 geändert wird. Der Zinsbetrag ergibt sich als:

$$(1-3) \quad \text{Zinsbetrag} = \frac{\text{Nennwert} \cdot \text{Zinssatz} \cdot \text{Zinstage}}{365 \text{ (bei Schaltjahr 366)}}$$

Kupon: Nominalzinssatz einer Anleihe.

Stückzinsen

Zur Berechnung des insgesamt beim Kauf einer Anleihe zu zahlenden Betrages ist ferner zu beachten, dass der Verkäufer, der das Wertpapier bisher im Besitz hatte, für die Zeitdauer seit dem letzten Zinstermin (*Kupontermin*) Anspruch hat auf sog. *Stückzinsen*. Diese werden berechnet als zeitanteilige Zinsen vom letzten Zinstermin bis zum Kaufdatum. Der wirtschaftliche Grund für die Existenz von Stückzinsen liegt darin, dass der Emittent der Anleihe den Zinsbetrag über eine sogenannte Zahlstelle an einem Kupontermin nur an denjenigen auszahlt, der die Anleihe an diesem Stichtag besitzt. Erwirbt man also eine Anleihe kurz vor dem Kuponstichtag, so erhält man den vollen Kupon, auch wenn die Besitzzeit nur kurz war. Durch den Stückzins erhält

der Vorbesitzer vom Käufer eine Entschädigung. Der Emittent der Anleihe hat mit dem Stückzinsausgleich nichts zu tun.

Der Käufer hat also insgesamt den Kurs zuzüglich der Stückzinsen zu zahlen:

Dirty Price = Clean Price (Kurs) + Stückzinsen

Beispiel 1-2: Bondkauf

Kauf folgender Bundesanleihe am 01.03.2026:

Letzte Kuponzahlung:	04.01.2026
Nennwert:	100
Kurs:	102
Kupon:	2,5%
Fälligkeit:	04.01.2032

Welchen Betrag muss der Käufer genau bezahlen?

Die Bundesanleihe zahlt einmal im Jahr Zinsen aus, der Kupontermin ist in jedem Jahr der 04. Januar (Abb. 1-9). Den Kupon erhält, wer die Anleihe an diesem Tag in seinem Depot hat. Beim Kauf am 01.03.2026 muss der Käufer zusätzlich zum Kaufkurs Stückzinsen entrichten.

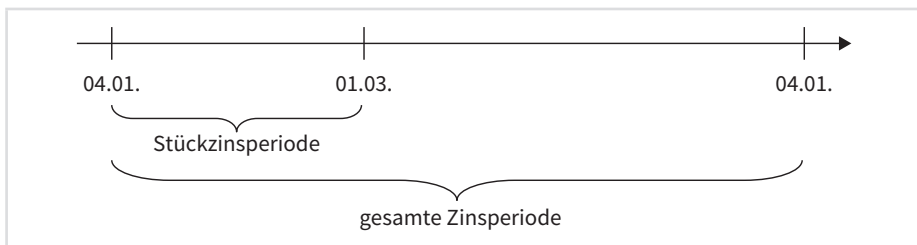


Abb. 1-9: Stückzinsen

Zwischen dem 04.01.26 und dem 01.03.26 liegen 56 Tage, die Stückzinsen auf den Nennwert sind folglich

$$\text{Stückzinsen} = \frac{100 \cdot 2,5\% \cdot 56}{360} = 0,39$$

Inklusive des Kurswertes sind damit für eine Anleihe im Nennwert von 100 zu zahlen $102,00 + 0,39 = 102,39$.

Die Abbildung *Python B1-2* zeigt, wie man die Berechnung von Zinsen und Stückzinsen in Python vornehmen kann. Die generelle Struktur in Python besteht darin, dass zunächst die notwendigen Programm-Bibliotheken über den Befehl »import« eingebunden werden. Möchte man eine Programm-Bibliothek nicht komplett, sondern nur teilweise einbinden, so nutzt man die Anweisung »from ... import ...«. Im Beispiel wird ein Teil der Bibliothek »datetime« eingebunden. Danach werden die Variablen namentlich definiert und mit den gewünschten Werten belegt. Im Berechnungsteil werden die notwendigen Rechenschritte unter Verwendung der Variablennamen durchgeführt. Im letzten Schritt erfolgt die Ausgabe der Ergebnisse, was in Python etwas zusätzliche Arbeit macht, wenn man eine hübsche Formatierung möchte. Hier erfolgt die Ausgabe über die selbst erstellte Funktion »print_euro«, die sich in PY-Intro findet. Danach stehen die beiden von Python erzeugten Ausgabesätze »Das Ergebnis für ... lautet: ...«.

```

1 # Berechnung für Excel-Mappe 'B1-2'
2
3 # Benötigte Bibliotheken importieren:
4 from datetime import date
5
6 # Definition der Variablen:
7 Kauf = date(2026,3,1)
8 Letzter_Kupon = date(2026,1,4)
9 Nominalbetrag = 100
10 Kupon = 0.025
11 Kurs = 102
12
13 # Berechnungen:
14 Stückzinstage = (Kauf - Letzter_Kupon).days
15 Zinsbetrag = Nominalbetrag * Stückzinstage / 360 * Kupon
16 print_euro("Zinsbetrag",Zinsbetrag)
17
18 # Ausgabe der Ergebnisse:
19 Dirty_Price = Zinsbetrag + Kurs
20 print_euro("Dirty Price",Dirty_Price)

```

Das Ergebnis für den Zinsbetrag lautet: 0,39 €
 Das Ergebnis für den Dirty Price lautet: 102,39 €

Python B1-2: Berechnung von Stückzinsen und Dirty Price.

1.2.2 Diskontierung, Barwert und Nettobarwert

Eine zentrale Frage in der Finanzwirtschaft besteht darin, über verschiedene Zeitpunkte verteilte Ein- und Auszahlungen zu einer einzigen Zahl zusammenzufassen. Dies ist bei einer Investition ebenso von Bedeutung wie beim Kauf eines Wertpapiers oder eines ganzen Unternehmens. Die einfache Addition der Zahlungen würde ignorieren, dass – bei positiven Rech-