Philosophische Bibliothek

Gottfried Wilhelm Leibniz

Schriften zur Syllogistik

Lateinisch – Deutsch

Meiner

Gottfried Wilhelm Leibniz

Schriften zur Syllogistik

Herausgegeben, übersetzt und
mit Kommentaren versehen von
Wolfgang Lenzen

Lateinisch – Deutsch

FELIX MEINER VERLAG
HAMBURG

PHILOSOPHISCHE BIBLIOTHEK BAND 712

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über ‹http://portal.dnb.de› abrufbar.

ISBN 978-3-7873-3616-6
ISBN eBook: 978-3-7873-3617-3

Gedruckt mit Unterstützung
des Förderungsfonds Wissenschaft der VG WORT

Satz: Type & Buch Kusel, Hamburg. Druck und Bindung: Strauss, Mörlenbach. Werkdruckpapier: alterungsbeständig nach ANSI-Norm resp. DIN-ISO 9706, hergestellt aus 100% chlorfrei gebleichtem Zellstoff. Printed in Germany. *www.meiner.de*

INHALT

3. KAPITEL

4. KAPITEL

5. KAPITEL

6.
KAPITEL

VERZEICHNISSE

VORWORT

Aller guten Dinge sind drei! Im Jahre 1982 erschien als Band 338 der „Philosophischen Bibliothek" Leibniz' wohl wichtigste Abhandlung zur Logik, die *Generales Inquisitiones de Analysi Notionum et Veritatum* bzw. auf Deutsch: *Allgemeine Untersuchungen über die Analyse der Begriffe und Wahrheiten*, herausgegeben, übersetzt und mit einem Kommentar versehen von Franz Schupp. Achtzehn Jahre später folgte als Band 525 der „Philosophischen Bibliothek", wiederum von Franz Schupp herausgegeben, übersetzt und mit einem Kommentar versehen, *Die Grundlagen des logischen Kalküls*. Dieser Sammelband enthielt außer dem titelgebenden Essay „Fundamenta calculi logici" neun weitere Texte, in denen Leibniz seine Vision einer neuen, über die traditionelle Syllogistik weit hinausreichenden Logik skizzierte und hierfür verschiedene Probestücke bzw. „Specimina" ablieferte. Nunmehr, wiederum achtzehn Jahre später, erscheinen als Band 712 der „Philosophischen Bibliothek" die von mir herausgegebenen, übersetzten und mit Kommentaren versehenen *Schriften zur Syllogistik*. Die drei Bände ergänzen sich fast ohne Überschneidungen und decken praktisch das gesamte Spektrum seines logischen Schrifttums ab.

Mit dem Erscheinen dieses Bandes wird noch eine andere Trilogie vollendet. Im Jahre 1990 hatte ich mit *Das System der Leibnizschen Logik* eine erste Monographie zu diesem Themenbereich veröffentlicht. Vierzehn Jahre später ließ ich unter dem Titel *Calculus Universalis* einen zweiten Band mit „Studien zur Logik von G. W. Leibniz" folgen. Nun, wiederum vierzehn Jahre später, wende ich mich dem gleichen Thema ein drittes Mal zu. Ein solches Vorgehen verlangt nach einer Erklärung, zumal ich bereits anlässlich der Veröffentlichung des *zweiten* Werks zugestanden hatte, dass es überzeugender Gründe bedarf, wenn ein Autor „sich entschließt, ein gutes Jahrzehnt nach dem Erscheinen einer Monographie keine Neuauflage des alten, sondern ein komplett neues Werk zum selben Thema zu veröffentlichen“.[1] Diese Gründe sind nicht *inhaltlicher* Natur, sondern betreffen »nur« die Frage der *didaktisch optimalen Präsentation.*

Tatsächlich haben sich meine Ansichten über den *Aufbau und Gehalt* des Systems der Leibnizschen Logik seit nunmehr 35 Jahren praktisch keinen Deut verändert. Nach wie vor bin ich der Auffassung, dass Leibniz *ganz allgemein* „der bedeutendste Logiker zwischen Aristoteles und Frege“ ist und dass seine „Ideen zur Logik seiner Zeit *so weit* voraus“ waren, dass sie noch Anfang des 20. Jahrhunderts „fast zwangsläufig unverstanden bleiben mussten“.[2] Außerdem ich bin *im Besonderen* immer noch fest davon überzeugt,

- dass die vor allem in den „Generales Inquisitiones“ entwickelte »intensionale« Algebra der Begriffe, *L1*, isomorph ist zur gewöhnlichen extensionalen Mengenalgebra; und
- dass die Theorie der »unbestimmten Begriffe« als eine Quantorenlogik, *L2*, rekonstruiert werden muss, in der sich Individualbegriffe als maximal-konsistente Begriffe definieren lassen.

Für diese (und einige darüber hinausreichende) Thesen wurde in meinen Büchern auf unterschiedliche Weise argumentiert. Der hauptsächliche *formale* Unterschied besteht darin, dass es sich beim *System der Leibnizschen Logik* um eine kompakte *Monographie* handelte, in der auf eine Auseinandersetzung mit der Sekundärliteratur vollständig verzichtet wurde. Dagegen enthalten die in *Calculus Universalis gesammelten Aufsätze* akademische Kontroversen über Spezialthemen der Leibnizschen Logik. *Inhaltlich* versuchte ich die Unterschiede zwischen beiden Büchern durch eine Metapher wie folgt zu erläutern:

> Während im *System* nur die aus vielen Bruchstücken zusammengesetzte, gereinigte und polierte Statue präsentiert wurde, beschreibt *Calculus Universalis* auch den Steinbruch, aus dem das

[1] Lenzen (2004), S. 5.

[2] Lenzen (1983a), S. 418/419.

> Rohmaterial stammt, und dokumentiert so die mühselige Arbeit, die der Bildhauer und der Restaurateur mit dem Kunstwerk hatten.[3]

Mit *Leibniz' Schriften zur Syllogistik* soll nun, um im Bild der Metapher zu bleiben, der Leser selber den Steinbruch betreten, die originalen Blöcke mit ihren Ecken und Kanten von allen Seiten begutachten, um sich dann – unterstützt durch meine Kommentare – ein eigenständiges Bild davon zu machen, wie die „wahre Logick" ausschaut, von der Leibniz in einem Brief an G. Wagner wie folgt schwärmte:

> Daß aber diese Vernunfft Kunst noch unvergleichlich höher zu bringen, halte ich vor gewiß, und glaube es zu sehen, auch einigen Vorschmack davon zu haben, dazu ich aber ohne die *Mathematick* wohl schwehrlich kommen wäre. [...] Was nun meines ermeßens darinn zu leisten müglich, ist von solchem begriff, daß ich mir nicht getraue ohne würckliche Proben gnugsamen glauben zu finden.[4]

Etwas prosaischer formuliert besteht das Ziel des vorliegenden Bandes darin, auf dem Hintergrund der Originalschriften ausführlich und detailliert zu schildern, wie es Leibniz gelang, aus den zarten Wurzeln der traditionellen Syllogistik eine so fortschrittliche und leistungsstarke Logik wie *L1* und *L2* zu entwickeln. Dazu werden – im Anschluss an eine inhaltliche Einführung in Kap. 1 – die wichtigsten Schriften in der lateinischen Fassung mit deutscher Übersetzung vorgestellt und kritisch erörtert. In Kap. 2 betrachten wir kleinere Fragmente zu den sog. »einfachen« Gesetzen der Opposition, Subalternation, Konversion und Obversion. Kap. 3 behandelt die Arbeiten aus dem April 1679 zur Semantik der sog. »charakteristischen Zahlen«. Kap. 4 beschäftigt sich mit Leibniz' Linien- und Kreisdiagrammen, die es gestatten, die Gültigkeit beliebiger Syllogis-

3 Lenzen (2004), S. 5.
4 GP 7, S. 522.

men zu bestätigen oder zu widerlegen. In Kap. 5 wird Leibniz' »axiomatische« Reduktion der Gesamtheit der syllogistischen Schlüsse auf wenige fundamentale Prinzipien betrachtet. Das abschließende Kap. 6 widmet sich Leibniz' vielfältigen Bemühungen, die Gesetze der traditionellen Syllogistik in seinem begriffslogischen System *L1/L2* »identitätslogisch« zu beweisen.

Mein Dank gilt dem Meiner-Verlag, namentlich Herrn Horst Brandt und Herrn Marcel Simon-Gadhof, die mich ermutigt haben, das bereits vor meiner Pensionierung in Angriff genommene, wegen außerakademischer Interessen[5] aber mehrere Jahre liegen gebliebene Buchprojekt wieder aufzugreifen, und die ihm dafür einen Platz in der „Philosophischen Bibliothek" reserviert hielten.

Ein weiterer Dank gilt dem Leibniz-Archiv, Hannover, sowie der Leibniz-Forschungsstelle, Münster, die mir die Editionsarbeit durch das Überlassen von Mikrofilmen bzw. hochauflösenden Scans der Handschriften sehr erleichtert haben.

Ein letzter, besonders herzlicher Dank gilt den Kollegen und Freunden Georg Meggle und Rainer Trapp, die die Mühe auf sich genommen haben, das umgangreiche »Manuskript« auf Verständlichkeit und Fehlerfreiheit gegenzulesen.

Osnabrück, im Dezember 2018 *Wolfgang Lenzen*

[5] Vgl. Lenzen (2016).

LESEANWEISUNG

Dem Leser wird dringend die Lektüre von Kap. 1 angeraten, das eine umfassende Einführung in die traditionelle Syllogistik und in die Leibnizsche Begriffslogik bietet. Danach können die in den Kap. 2–6 behandelten Themen relativ unabhängig voneinander studiert werden. Vom Leser werden außerdem Logik-Grundkenntnisse vorausgesetzt, wie sie Studierende in einer einsemestrigen „Einführung in die Logik“ erwerben oder wie man sie sich im Selbststudium z. B. anhand von Kutschera/Breitkopf (2014) aneignen kann. Die einzelnen Kapitel bzw. Abschnitte weisen unterschiedliche Schwierigkeitsgrade auf, die im *Inhaltsverzeichnis* durch Kennzeichnungen

*	leicht
**	mittel
***	schwierig

angezeigt werden.

Bei der *Edition der Handschriften*, speziell bei der Wiedergabe der gestrichenen bzw. geänderten Textvarianten, habe ich mich weitgehend an den Konventionen der *Akademieausgabe* orientiert, wie sie z. B. in A VI, 4, S. 470 erläutert werden.

- Inbesondere werden die Varianten durch arabische Ziffern (1), (2), … nummeriert, Untervarianten durch (a), (b), … gegebenenfalls mit weiteren Unterteilungen wie (ba), (bb), etc.
- Ferner werden unsichere Lesarten durch spitze Klammern markiert, wobei <-> bzw. <---> *einen* bzw. *mehrere* nicht zu entziffernde Ausdrücke anzeigen.
- Eckige Klammern weisen darauf hin, dass der jeweilige Ausdruck [xyz] so nicht im Manuskript steht, sondern vom Hrg. ergänzt oder geändert wurde.
- Anstelle von senkrechten Strichen |, mit denen die Hrg.

der Akademieausgabe Abschnitte des Manuskripts begrenzen, werden hier Schrägstriche / verwendet.

- Im Gegensatz zur Praxis der Akademieausgabe werden von Leibniz *metasprachlich* verwendete Ausdrücke *nicht kursiv* gedruckt, sondern in (einfache) *Anführungszeichen* eingeschlossen, allerdings nur in solchen Fällen, wo ernsthaft Missverständnisse zu befürchten wären.
- Leibniz' eigene, in der Regel durch Unterstreichen erfolgten *Hervorhebungen* werden durch *Kursivierung* wiedergegeben und nicht, wie in der Akademieausgabe, durch Sperrung.

Innerhalb der *Übersetzungen* habe ich mir die Freiheit genommen, gelegentlich Ausdrücke kursiv (und selten auch fett) wiederzugeben, obwohl sie im Original nicht hervorgehoben wurden. Dies soll einerseits dem Leser das Verständnis eventuell mehrdeutiger Textpassagen erleichtern und andererseits eine Übereinstimmung mit den formalen Konventionen garantieren, die in meinen eigenen Beiträgen (d.h. in der *Einleitung* und in den *Kommentaren*) gelten. Und zwar verwende ich durchgängig:

(i) **fette** Buchstaben **A**, **E**, **I**, **O** zur Symbolisierung der kategorischen Satzformen;

(ii) *kursive* Großbuchstaben aus dem Anfang (*A*, *B*, *C*, *D*) bzw. vom Ende des Alphabets (*V*, *W*, *X*, *Y*, *Z*) zur Symbolisierung von bestimmten bzw. »unbestimmten« *Begriffen*;

(iii) Auch die traditionellen *Namen* der syllogistischen *Modi* (*Barbara*, *Celarent*, etc.) werden überall *kursiviert*.

(iv) Die mnemotechnisch gewählten »Namen« von *zentralen logischen Formeln* (z.B. Konv 1 für das erste Konversionsgesetz) werden stets in Kapitälchen gesetzt.

1.
KAPITEL

1
Einleitung: Syllogistik und Begriffslogik

1.1 Die traditionelle Syllogistik

Aus heutiger Perspektive handelt es sich bei der von Aristoteles begründeten Syllogistik um eine relativ triviale Theorie, da sie sich als ein kleiner Ausschnitt der monadischen Prädikatenlogik rekonstruieren lässt.[1] Ihre Grundelemente sind die vier *kategorischen Satzformen*, die in der Terminologie des 17. Jahrhunderts wie folgt formuliert werden:

Omne *B* est *C*
Nullum *B* est *C*
Quoddam *B* est *C*
Quoddam *B* non est *C*.

Dabei stehen die Symbole *B*, *C*, etc. für einstellige Prädikate bzw. *Begriffe* wie ‚(ist ein) Mensch', ‚(ist) gelehrt', ‚(ist ein) Lebewesen', usw.[2] Die ersten beiden Satzformen sind *universeller*, die beiden letzten *partikulärer* Natur. Die erste und dritte haben bejahenden bzw. *affirmativen*, die zweite und vierte verneinenden oder *negativen* Charakter. Im Einklang mit der Tradition sprechen wir von der *universell affirmativen*, der *universell negativen*, der *partikulär affirmativen* und der *partikulär negativen* Aussage und kürzen dies wie üblich durch UA, UN, PA und PN ab.

[1] ‚Monadisch' hat nichts mit den berühmten Leibnizschen Monaden zu tun, sondern bedeutet einfach ‚einstellig'.

[2] Wie dieser Satz illustriert, verwende ich *einfache* Anführungszeichen, um in metasprachlicher Weise *über* den angeführten Ausdruck zu reden. *Doppelte* Anführungszeichen werden hauptsächlich für Zitate benutzt. Darüber hinaus verwende ich sog. »*französische*« Anführungszeichen, um anzudeuten, dass der fragliche Ausdruck in einer ungewöhnlichen (etwas seltsamen oder »schiefen«) Bedeutung gebraucht wird.

In der Literatur werden die Satzformen häufig mittels der Vokale A, E, I und O symbolisiert, z. B. die UA durch Formeln wie $A(B,C)$, BaC, BC^a, usw. Hier benutzen wir fette Großbuchstaben **A**, **E**, **I**, **O**, die den Begriffen als Operatoren vorangestellt werden. Die Bedeutung der normierten Satzformen $\mathbf{A}(B,C)$, $\mathbf{E}(B,C)$, $\mathbf{I}(B,C)$ und $\mathbf{O}(B,C)$ lässt sich mit den Mitteln der modernen Prädikatenlogik[3] wie folgt präzisieren:

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{A}(B,C) & = \forall x(B(x) \supset C(x)) \\
\mathbf{E}(B,C) & = \forall x(B(x) \supset \neg C(x))^{4} \\
\mathbf{I}(B,C) & = \exists x(B(x) \wedge C(x)) \\
\mathbf{O}(B,C) & = \exists x(B(x) \wedge \neg C(x)).
\end{array}$$

Dabei symbolisiert $\forall x$ den *Allquantor* ‚für alle x', $\exists x$ entsprechend den *Existenzquantor* ‚für (mindestens) ein x'. Darüber hinaus verwenden wir die satzlogischen Junktoren $\neg$ für die *Negation* ‚nicht'; $\wedge$ für die *Konjunktion* ‚und'; $\vee$ für die *Disjunktion* ‚oder' und $\supset$ als Zeichen für die sog. *materiale Implikation*, die *cum grano salis* als ‚wenn, dann' verstanden werden kann. Die *strikte* oder *logische* Implikation wird hingegen durch $\rightarrow$ symbolisiert. Allerdings erweist sich die Unterscheidung zwischen materialer und strikter Implikation innerhalb der Leibnizschen Logik als gar nicht sonderlich wichtig.

Leider ist es nicht ganz einfach, die lateinischen Satzformen inhaltlich klar und idiomatisch ins Deutsche zu übertragen. Zwar lässt sich der Gehalt der UA, ‚Omne *B* est *C*', meist adäquat durch ‚Jedes *B* ist ein *C*' oder ‚Alle *B* sind *C*' wiedergeben; gelegentlich erscheint aber auch die Formulierung ‚Das ganze *B* ist *C*' angemessen. Die Normalfassung der UN, ‚Nullum *B* est *C*', darf unproblematisch durch ‚Kein *B* ist *C*' bzw. ‚Kein *B* ist ein *C*' verdeutscht werden. Manchmal wird die UN aber durch ‚Omne *B* non est *C*' ausgedrückt, und die wörtliche Übersetzung hiervon, also ‚Jedes *B* ist nicht (ein) *C*', wäre mehrdeu-

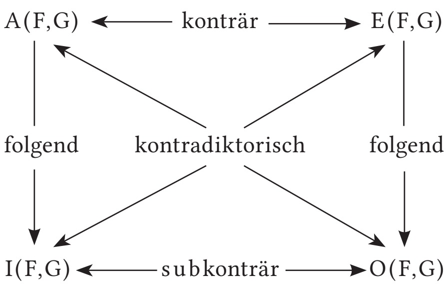
[3] Für eine Einführung in die Grundgesetze der Aussagen- und Prädikatenlogik vgl. etwa Kutschera/Breitkopf (2014).

[4] Bzw. damit logisch äquivalent: $\neg\exists x(B(x) \wedge C(x))$.

tig, insofern der Ausdruck auch als Verneinung der UA, also als ‚Nicht jedes *B* ist (ein) *C*‘, verstanden werden könnte. Der Ausdruck ‚quoddam‘ wird in manchen Lehrbüchern durch ‚ein gewisser‘ übersetzt, in anderen durch ‚einige‘ oder durch ‚manche‘. Wir verwenden den Ausdruck ‚ein‘, der allerdings bei drohenden Missverständnissen zu ‚(*mindestens*) ein‘ präzisiert werden kann. Gelegentlich bietet es sich auch an, die PA ‚Quoddam *B* est *C*‘ mengentheoretisch als ‚Ein Teil von *B* ist *C*‘ zu paraphrasieren. Schließlich könnte man die PN ‚Quoddam *B* non est *C*‘ nicht nur durch ‚Ein *B* ist nicht ein *C*‘, sondern idiomatischer durch ‚Ein *B* ist kein *C*‘ wiedergeben. Um keine Konfusionen zu provozieren, legen wir im Allgemeinen folgende Normalformen zugrunde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(B,C) &= \text{Jedes } B \text{ ist ein } C\\
\mathbf{E}(B,C) &= \text{Kein } B \text{ ist ein } C\\
\mathbf{I}(B,C) &= \text{Ein } B \text{ ist ein } C\\
\mathbf{O}(B,C) &= \text{Ein } B \text{ ist nicht ein } C.
\end{aligned}$$

Die logischen Beziehungen zwischen den Satzformen werden oft durch das sog. *Logische Quadrat* illustriert:



Ihm zufolge verhalten sich die universellen Satzformen **A**(*F*,*G*) und **E**(*F*,*G*) *konträr* zueinander, d. h. sie können auf keinen Fall *zusammen wahr*, wohl aber zusammen falsch sein.[5] Durch die

[5] Vgl. Band 4, Reihe VI der Akamieausgabe der Leibnizschen Schrif-

diagonalen Pfeile wird angezeigt, dass UA und PN einerseits sowie UN und PA andererseits *kontradiktorisch* entgegengesetzt sind, d. h. dass der eine Satz die Negation des jeweils anderen darstellt. In der Terminologie der modernen Logik nehmen diese *Gesetze der Opposition* folgende Gestalt an, wobei ein Doppelpfeil $\leftrightarrow$ eine beidseitige logische Implikation, d. h. eine logische Äquivalenz symbolisiert:

Opp 1 $\neg\mathbf{A}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{O}(B,C)$
Opp 2 $\neg\mathbf{E}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{I}(B,C)$.[6]

Die äußeren, vertikalen Pfeile des Logischen Quadrats signalisieren, dass gemäß dem Prinzip der *Subalternation* aus einer (affirmativen oder negativen) *universellen* Aussage die jeweilige *partikuläre* folgt:

Sub 1 $\mathbf{A}(B,C) \rightarrow \mathbf{I}(B,C)$
Sub 2 $\mathbf{E}(B,C) \rightarrow \mathbf{O}(B,C)$.

Die Relation zwischen den partikulären Satzformen $\mathbf{I}(B,C)$ und $\mathbf{O}(B,C)$ wird als *subkonträr* bezeichnet, was bedeutet, dass sie auf keinen Fall *zusammen falsch*, wohl aber zusammen wahr sein können.[7]

Ein weiterer wichtiger Baustein der traditionellen Syllogistik, der im Logischen Quadrat *nicht* dargestellt werden kann, besteht in der Lehre der *Konversion*. Hier geht es darum zu klären, unter welchen Voraussetzungen man die Reihenfolge der

ten (kurz A VI, 4), S. 248: „*Theor. 6* Universalis Affirmativa et Universalis Negativa sibi opponuntur contrarie […] Non possunt simul esse verae […] Possunt tamen simul esse falsae".

[6] Vgl. A VI 4, 244-245: „*Theorem. 1* Hinc Universalis Affirmativa et particularis negativa contradictorie sibi opponuntur adeoque nec simul verae sunt, nec simul falsae. […] *Theorem. 3* Propositio universalis negativa et particularis affirmativa sibi contradictorie opponuntur (ita, ut non possint esse simul verae aut simul falsae)."

[7] Vgl. A VI, 4, 248: „*Theorema 7.* Particularis affirmativa et particularis negativa sibi opponuntur subcontrarie, seu possunt esse simul verae, non tamen simul falsae."

Begriffe *B*, *C* innerhalb einer Satzform umkehren darf. Die partikulär affirmative ebenso wie die universell negative Aussage gestattet offenbar eine einfache Konversion („conversio simplex") im Sinne von:

Konv 1 $\mathbf{E}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{E}(C,B)$
Konv 2 $\mathbf{I}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{I}(C,B)$.[8]

Denn wenn ein *B* ein *C* ist, dann ist auch umgekehrt ein *C* ein *B*; wenn hingegen kein *B* ein *C* ist, dann ist auch kein *C* ein *B*. Eine solch einfache Konversion ist bei den übrigen Satzformen nicht möglich. Aus ‚Jedes *B* ist ein *C*' folgt keineswegs generell, dass jedes *C* ein *B* wäre. Die universell affirmative Aussage kann allenfalls – wie es in der Tradition heißt – »akzidentell« („per accidens")[9], d. h. bei gleichzeitiger Abschwächung der Quantität von einer universellen zu einer partikulären Aussage, konvertiert werden:

Konv 3 $\mathbf{A}(B,C) \rightarrow \mathbf{I}(C,B)$.

Wie man leicht sieht, ist dieses Gesetz eigentlich überflüssig, denn aus $\mathbf{A}(B,C)$ folgt wegen Sub 1 $\mathbf{I}(B,C)$ und hieraus gemäß Konv 2 $\mathbf{I}(C,B)$. Die akzidentelle Konversion der UA ist also ein Korollar der *Subalternation* in Konjunktion mit der »echten« Konversion der PA.

Nach traditioneller Auffassung gestattet die partikulär negative Aussage keinerlei Konversion.[10] Dies ist sicher richtig in dem Sinne, dass aus ‚(Mindestens) Ein *B* ist nicht ein *C*' nicht allgemein gefolgert werden kann, dass umgekehrt ‚(Mindes-

[8] Angesichts von Opp 2 folgt Konv 2 logisch aus Konv 1, denn wenn zwei Aussagen logisch äquivalent sind, so auch deren Negationen. Im Übrigen hätte es ausgereicht, Konv 1 als einseitige Implikation $\mathbf{E}(B,C) \rightarrow \mathbf{E}(C,B)$ zu formulieren, denn gemäß demselben Prinzip folgt umgekehrt aus $\mathbf{E}(C,B)$ auch $\mathbf{E}(B,C)$. Analoges gilt für die Konversion der PA.

[9] Die Konventionen bezüglich der Verwendung der unterschiedlichen Anführungszeichen wurden in Fußnote 2 erklärt!

[10] Vgl. Leibniz' knappe Bemerkung: „Conversio neutra (vi formae) in particulari negativa locum habet" (A VI, 4, 249).

tens) Ein *C* ist nicht ein *B*' gilt. Allerdings kann man die konverse PN aus der stärkeren Prämisse einer *universell* negativen Aussage ableiten. Als Korollar von Konv 1 und Sub 2 gewinnt man nämlich aus $\mathbf{E}(B,C)$ via $\mathbf{E}(C,B)$ unmittelbar $\mathbf{O}(C,B)$:

Konv 4 $\quad \mathbf{E}(B,C) \rightarrow \mathbf{O}(C,B)$.

Dieses Gesetz ist jedoch ebenso »überflüssig« wie Konv 3 und drückt keine eigentliche Konversion der *PN*, sondern eine »akzidentelle Konversion« der UN aus.

Im Rahmen der sog. Scholastischen Syllogistik zieht man auch *negative Begriffe* (non-*B*, non-*C*, ...) in Betracht. Zur Unterscheidung von der Satznegation $\neg$ soll die Negation eines Begriffs hier mittels des Operators ~ symbolisiert werden. Ebenso wie eine doppelt verneinte Aussage $\neg\neg\alpha$ mit der unverneinten Aussage α logisch äquivalent ist, beinhaltet auch ein doppelt negierter Begriff nichts anderes als der unnegierte. Das entsprechende Gesetz der Doppelten Verneinung („duplex negatio affirmat")

Neg 1 $\quad {\sim}{\sim}B = B$

wird freilich in der Tradition selten explizit erwähnt, sondern bei einschlägigen Beweisen meist stillschweigend vorausgesetzt. Als »offizielles« Gesetz der Scholastischen Syllogistik zählt hingegen das Prinzip der *Kontraposition*:

Kontra 1 $\quad \mathbf{A}(B,C) \rightarrow \mathbf{A}({\sim}C,{\sim}B)$,

das als weiteres Gesetz der *Konversion* („conversio per contrapositionem") betrachtet werden kann. Dabei ist das *begriffslogische* Prinzip der Kontraposition einem *aussagenlogischen* Gesetz nachgebildet, das den Übergang von $(\beta \rightarrow \gamma)$ zur konversen Implikation $(\neg\gamma \rightarrow \neg\beta)$ gestattet: Wenn aus β logisch γ folgt, so folgt umgekehrt aus der Falschheit von γ die Falschheit von β.[11]

[11] Nicht nur die *strikte*, sondern auch die *materiale* Implikation gehorcht dem Prinzip der Kontraposition, d.h. $(\beta \supset \gamma)$ ist mit $(\neg\gamma \supset \neg\beta)$ logisch äquivalent.

Angesichts des Gesetzes der doppelten Verneinung lässt sich das Prinzip KONTRA 1 umkehren und damit zu einer Äquivalenz verstärken. Denn aus der Voraussetzung $\mathbf{A}(\sim C,\sim B)$ folgt (durch Substitution von $\sim C$ für B und von $\sim B$ für C) die Konklusion $\mathbf{A}(\sim\sim B,\sim\sim C)$, die sich gemäß NEG 1 zu $\mathbf{A}(B,C)$ vereinfachen lässt. Wegen der Äquivalenz von $\mathbf{A}(B,C)$ und $\mathbf{A}(\sim C,\sim B)$ sind dann aber auch deren *Negationen* äquivalent, d. h. man erhält für die *partikulär negative* Aussage ein analoges Prinzip der *Konversion durch Kontraposition*:

KONTRA 2 $\mathbf{O}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{O}(\sim C,\sim B)$.

Als weiteres wichtiges Prinzip der Scholastischen Syllogistik bleibt das Gesetz der *Obversion*[12] zu erwähnen, dem zufolge man von einer *negativen* Aussage (sei es einer universellen, sei es einer partikulären) zu der entsprechenden *affirmativen* übergehen kann, sofern man den ursprünglichen Prädikatbegriff, C, durch die Negation, $\sim C$, ersetzt:

OBV 1 $\mathbf{E}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{A}(B,\sim C)$[13]
OBV 2 $\mathbf{O}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{I}(B,\sim C)$.

Angesichts von NEG 1 ergibt sich als Korollar, dass auch eine affirmative Aussage (egal, ob universell oder partikulär) mit der entsprechenden negativen Aussage mit negiertem Prädikat äquivalent ist:

OBV 3 $\mathbf{A}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{E}(B,\sim C)$[14]

[12] Vgl. den Abschnitt „The Principles of Contraposition and Obversion" im Eintrag „The Traditional Square of Opposition" in der *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (http://plato.stanford.edu/).

[13] Vgl. Leibniz' Bemerkung: „Propositio Universalis negativa: Nullum *B* est *C*: reducetur ad hanc universalem affirmativam: Omne *B* est non-*C*" (A VI, 4, 126; die von Leibniz benutzten Kleinbuchstaben *b*, *c* wurden zur Vereinheitlichung durch Großbuchstaben ersetzt).

[14] Die simple Ableitung etwa von OBV 3 aus OBV 1 läuft so: Substituiert man in OBV 1 für $C \sim C$, so wird $\mathbf{E}(B,\sim C)$ mit $\mathbf{A}(B,\sim\sim C)$ äquivalent, also gemäß NEG 1 mit $\mathbf{A}(B,C)$. Genau so simpel fällt die Ableitung von OBV 4 aus OBV 2 aus. Weniger trivial hingegen ist die Tatsache, dass sich unter Voraussetzung von OBV 1 auch das Kontrapositionsgesetz KONTRA 1 beweisen lässt.

OBV 4 $\mathbf{I}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{O}(B,\sim C)$.

Das wichtige Prinzip OBV 1 nimmt im Rahmen der »informellen« Syllogistik die Gestalt an, dass die UN ‚Kein *B* ist ein *C*' („Nullum *B* est *C*") alternativ als ‚Jedes *B* ist nicht ein *C*' bzw. ‚Jedes *B* ist ein nicht-*C*' („Omne *B* non est *C*" bzw. „Omne *B* est non *C*") formuliert werden kann.

Zu erwähnen sind schließlich noch die »identischen« Aussagen ‚Jedes *B* ist ein *B*' und ‚(Mindestens) Ein *B* ist ein *B*':

OMNE $\boldsymbol{A}(B,B)$
QUODDAM $\mathbf{I}(B,B)$

die dazu benutzt werden können, die Gesetze der Subalternation und der Konversion syllogistisch zu beweisen.[15]

Unter einem *Syllogismus* versteht man den Schluss von zwei Prämissen auf eine Konklusion, wobei alle drei Sätze kategorische Satzformen darstellen und in dem Schluss insgesamt (maximal) drei Begriffe vorkommen. Die beiden Begriffe, aus denen die Konklusion gebildet wird, heißen *Minor* bzw. *Major*,[16] wobei der Minor das *Subjekt* und der Major das *Prädikat* dieser Aussage darstellt. Minor- und Majorbegriff bezeichnet man auch als *Außenbegriffe*. Der dritte Begriff, der sogenannte *Medius*, kommt in beiden Prämissen vor und wird dort mit dem Minor- bzw. mit dem Major zu einer Satzform verknüpft. Dementsprechend bezeichnet man diese Prämissen als *Minor*- bzw. *Major-Aussage*. Im Folgenden sollen die drei Begriffe (in Übereinstimmung mit der Systematik, die Leibniz in seinen reiferen Arbeiten verfolgt hat) so normiert werden:

Denn von $\mathbf{A}(B,C)$ kann man gemäß OBV 3 zu $\mathbf{E}(B,\sim C)$ übergehen, was sich gemäß KONV 1 zu $\mathbf{E}(\sim C,B)$ konvertieren lässt, woraus schließlich mit OBV 1 das gewünschte $\mathbf{A}(\sim C,\sim B)$ folgt.

[15] Vgl. vor allem die in Kap. 5.2 vorgestellte Arbeit „De formis Syllogismorum ...". Ähnliche Beweise finden sich in A VI, 4, 507 und A VI 4, 805.

[16] In anderen Lehrbüchern spricht man vom *Unter*begriff vs. *Ober*begriff. Der Mediusterm heißt entsprechend ‚*Mittel*begriff'.

B	Minorbegriff
C	Mediusbegriff
D	Majorbegriff.

Die Konklusion nimmt also immer die Gestalt $\mathbf{Q}(B,D)$ an, wobei das „signum" **Q** (das die »Quantität« und die »Qualität« der Aussage symbolisiert) jeweils als **A**, **E**, **I** oder **O** zu konkretisieren bleibt.

Die Syllogismen lassen sich – je nach Position des Mediusbegriffs innerhalb den Prämissen – in vier verschiedene Klassen oder »Figuren« einteilen. In der Ersten Figur ist der Medius, *C*, das Subjekt der Major- und das Prädikat der Minoraussage. Bei der Zweiten Figur tritt *C* in beiden Prämissen als Prädikat auf. In der Dritten Figur hingegen ist *C* beide Male das Subjekt. In der Vierten Figur schließlich ist *C* Prädikat der Major- und Subjekt der Minoraussage. Folgt man der Konvention, die Majorprämisse an erste Stelle zu setzen, so lassen sich die vier Figuren also folgendermaßen schematisieren:

	Majorprämisse	*Minorprämisse*	*Konklusion*
Erste Figur	$\mathbf{Q}_1(C,D)$	$\mathbf{Q}_2(B,C)$	$\mathbf{Q}_3(B,D)$
Zweite Figur	$\mathbf{Q}_1(D,C)$	$\mathbf{Q}_2(B,C)$	$\mathbf{Q}_3(B,D)$
Dritte Figur	$\mathbf{Q}_1(C,D)$	$\mathbf{Q}_2(C,B)$	$\mathbf{Q}_3(B,D)$
Vierte Figur	$\mathbf{Q}_1(D,C)$	$\mathbf{Q}_2(C,B)$	$\mathbf{Q}_3(B,D)$

Die einzelnen Syllogismen oder »Modi« entstehen aus diesem Schema dadurch, dass für die Variablen $\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_2$ und $\mathbf{Q}_3$ jeweils konkrete Quantitäts- bzw. Qualitätszeichen **A**, **E**, **I** oder **O** eingesetzt werden. Pro Figur gibt es rein kombinatorisch $4*4*4 = 64$ Möglichkeiten, also in allen Figuren zusammen $4*64 = 256$ mögliche Modi, von denen »üblicherweise« nur 24 als formal gültig angesehen werden. Innerhalb der Ersten Figur sind das vor allem die (gelegentlich als »perfekt« bezeichneten) Modi

Barbara	$\mathbf{A}(C,D),\ \mathbf{A}(B,C) \to \mathbf{A}(B,D)$
Celarent	$\mathbf{E}(C,D),\ \mathbf{A}(B,C) \to \mathbf{E}(B,D)$
Darii	$\mathbf{A}(C,D),\ \mathbf{I}(B,C) \to \mathbf{I}(B,D)$
Ferio	$\mathbf{E}(C,D),\ \mathbf{I}(B,C) \to \mathbf{O}(B,D).$

Die Vokale in den Merknamen symbolisieren die Qualität und Qualität der Satzformen (in der Reihenfolge: Majorprämisse, Minorprämisse, Konklusion). *Ferio* kennzeichnet also z. B. den Schluss von einer Majorprämisse des Typs **E** und einer Minorprämisse des Typs **I** auf eine Konklusion vom Typ **O**. Grundsätzlich kann man (bei Kenntnis der zugehörigen Figur und damit der Position der Terme *B*, *C*, *D*) aus den Vokalen des Merknamens den jeweiligen Schluss rekonstruieren. Bei *Fesapo* der Vierten Figur etwa handelt es sich um den Schluss von $\mathbf{E}(D,C)$ und $\mathbf{A}(C,B)$ auf $\mathbf{O}(B,D)$. Der die gleichen Vokale enthaltende *Felapton* der Dritten Figur wäre hingegen als $\mathbf{E}(C,D)$, $\mathbf{A}(C,B) \to \mathbf{O}(B,D)$ zu rekonstruieren.[17] Im Übrigen stecken in den Konsonanten der Merknamen noch weitere Informationen darüber, mit welchen logischen Mitteln man den Syllogismus aus einem Syllogismus der Ersten Figur gewinnen könnte. Dieser systematisch weniger bedeutsame Punkt soll hier nicht weiter betrachtet werden.

Die Modi *Barbara* und *Celarent* haben als Konklusion jeweils eine universelle Aussage, die sich gemäß den Gesetzen der Subalternation zu einer partikulären abschwächen lässt. Man erhält so die subalternen Modi

Barbari	$\mathbf{A}(C,D),\ \mathbf{A}(B,C) \to \mathbf{I}(B,D)$
Celaro	$\mathbf{E}(C,D),\ \mathbf{A}(B,C) \to \mathbf{O}(B,D).$

In den Figuren II und IV gibt es drei weitere »sekundäre« Modi, die sich mittels der Subalternationsgesetze aus entsprechenden »primären« ableiten lassen.[18] Einige Logiker wollten die subal-

[17] »Inhaltlich« handelt es sich bei beiden Syllogismen jedoch um den gleichen Schluss, denn die formal unterschiedlichen Prämisse $\mathbf{E}(D,C)$ und $\mathbf{E}(C,D)$ sind angesichts von Konv 2 logisch äquivalent.

[18] Vgl. die Unterscheidung in primäre und sekundäre bzw. notwendige

ternen Modi nicht als genuine Syllogismen zulassen und haben deshalb nur 19 gültige Modi anerkannt. Zählt man die »sekundären« Modi jedoch mit, so ergeben sich insgesamt 24 und zwar – wie Leibniz mit Genugtuung bemerkte – in jeder einzelnen Figur gleich viel, nämlich jeweils sechs.[19]

Ein weiterer Baustein der traditionellen Syllogistik sind gewisse *Regeln*, mit denen man bestimmte Schlüsse als *ungültig* nachweisen möchte. Gemäß dem wichtigsten Textbuch des 17. Jahrhunderts, der sog. „Logique de Port Royal", lauten die beiden ersten Regeln:

SYLL 1 Der Mediusbegriff darf nicht in beiden Prämissen partikulär sein.

SYLL 2 Wenn ein Begriff in der Konklusion universell ist, so muss er auch in der entsprechenden Prämisse universell sein.[20]

Was es dabei heißen soll, dass ein *Begriff* universell bzw. partikulär ist, wird durch die »Axiome der Quantität und Qualität« erläutert:[21]

QUAN Der Subjektbegriff einer universellen Aussage ist stets universell; der einer partikulären Aussage hingegen partikulär.

und nicht-notwendige Syllogismen in den „Schedae de Novis formis …", die in Kap. 5 näher diskutiert wird.

19 Vgl. vor allem die in Kap. 5.2 vorgestellte Arbeit „De Formis Syllogismorum …".

20 Vgl. Arnauld/Nicole (1683: 183-184): „Le moyen ne peut être pris deux fois particulierement […] Les termes de la conclusion ne peuvent point être pris plus universellement dans la conclusion que dans les prémisses".

21 Vgl. Arnauld/Nicole (1683: 183): „Le sujet d'une proposition pris universellement ou particulierement, est ce qui la rend universelle ou particuliere […] L'attribut d'une proposition affirmative […] est toûjours consideré comme pris particulierement […] L'attribut d'une proposition negative est toûjours pris generalement".

QUAL Der Prädikatbegriff einer affirmativen Aussage ist stets partikulär; der einer negativen Aussage hingegen universell.

Die nächsten Regeln enthalten Restriktionen bezüglich der *Qualität* der *Aussagen*:

SYLL 3 Mindestens eine der Prämissen muss eine affirmative Aussage sein.
SYLL 4 Wenn die Konklusion eine negative Aussage ist, dann muss auch eine der Prämissen negativ sein.[22]

Eine weitere Regel drückt aus, dass die Konklusion sowohl in der Qualität als auch in der Quantität nicht »stärker« sein kann als die Prämissen[23], d. h.:

SYLL 5.1 Wenn eine der Prämissen partikulär ist, dann muss auch die Konklusion partikulär sein.
SYLL 5.2 Wenn eine der Prämissen negativ ist, dann muss auch die Konklusion negativ sein.

Die letzte Regel schließlich besagt:

SYLL 6 Mindestens eine der Prämissen muss eine universelle Aussage sein.[24]

Darüber hinaus gibt es eine Fülle von speziellen Regeln für die einzelnen Figuren. Bei den Figuren I - III hat man je zwei Restriktionen:

[22] Vgl. Arnauld/Nicole (1683: 186) „On ne peut rien conclure de deux propositions negatives [...] On ne peut prouver une conclusion negative par deux propositions affirmatives".

[23] Vgl. Arnauld/Nicole (1683: 186): „La conclusion suit toûjours la plus foible partie, c'est-à-dire, que s'il y a une des deux propositions negatives, elle doit être negative; & s'il y en a une particuliere, elle doit être particuliere".

[24] Vgl. Arnauld/Nicole (1683: 187): „De deux propositions particulieres il ne s'ensuit rien".

Figur I 1	In Figur I muss die Minorprämisse affirmativ sein.
Figur I 2	In Figur I muss die Majorprämisse universell sein.
Figur II 1	In Figur II muss eine der Prämissen negativ sein.
Figur II 2	In Figur II muss die Majorprämisse universell sein.
Figur III 1	In Figur III muss die Minorprämisse affirmativ sein.
Figur III 2	In Figur III muss die Konklusion partikulär sein.

Die komplizierteren Restriktionen für die Vierte Figur werden konditional wie folgt formuliert:

Figur Iv 1	Wenn die Majorprämisse in der Vierten Figur affirmativ ist, dann muss die Minorprämisse universell sein.
Figur IV 2	Wenn die Minorprämisse in der Vierten Figur affirmativ ist, dann muss die Konklusion partikulär sein.
Figur IV 3	Wenn die Konklusion in der Vierten Figur negativ ist, dann muss die Majorprämisse universell sein.

Mit diesen Regeln werden wir uns in Kapitel 6 beschäftigen, wenn Leibniz' Versuch in „Mathesis rationis“ zu betrachten bleibt, die Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit der traditionellen Syllogistik mit den Mitteln des Allgemeinen Kalküls der Begriffslogik zu beweisen.

1.2 Extension und »Intension«

Die schon in der Scholastik geläufige Unterscheidung zwischen der Extension und der »Intension« eines Begriffs spielt für das Verständnis von Leibniz' Logik eine zentrale Rolle. Im Standard-Lehrbuch des 17. Jahrhundert, der sog. *Logik von Port-Royal*, wird dieser Punkt wie folgt dargestellt:

> Bei den universellen Ideen sind zwei Dinge gut zu unterscheiden: die *Komprehension* und die *Ausdehnung*. Unter der *Komprehension* einer Idee verstehe ich die Attribute, die sie in sich enthält und die man von ihr nicht wegnehmen kann, ohne sie zu zerstören. So enthält z. B. die Idee des Dreiecks die Eigenschaft der Ausdehnung, der Gestalt, von drei Geraden, drei Winkeln und der Gleichheit dieser drei Winkel mit zwei Rechten, etc. in sich.
>
> Unter der *Ausdehnung* der Idee verstehe ich die Subjekte, denen diese Idee zukommt, was man auch als Inhalt eines allgemeinen Terms bezeichnet [...][25]

Arnauld & Nicoles Verständnis der »Ausdehnung« einer »Idee« stimmt zumindest ungefähr mit dem überein, was heutzutage als Extension bzw. *Umfang* eines einstelligen Prädikates bezeichnet wird, nämlich die Menge aller Dinge, die unter den Begriff F fallen bzw. denen das Prädikat $F(x)$ wahrheitsgemäß zugeschrieben werden darf, formal $\mathrm{Ext}(F) = \{x: F(x)\}$.

Bezüglich der *Intension* hat sich die Auffassung im Laufe der Jahrhunderte jedoch stark geändert. Im Rahmen der modernen Sprachphilosophie und Logik wird die Intension eines Ausdrucks als etwas verstanden, das in starkem Maße von der

[25] Vgl. Arnauld/Nicole (1683: 59): „Or dans ces idées universelles il y a deux choses qu'il est très-important de bien distinguer, *la comprehension*, & *l'etendue*. J'appelle *comprehension* de l'idée, les attributs qu'elle enferme en soi, & qu'on ne lui peut ôter sans la détruire, comme la comprehension de l'idée du triangle enferme extension, figure, trois lignes, trois angles, & l'égalité de ces trois angles à deux droits, &c. J'appelle étendue de l'idée, les sujets à qui cette idée convient, ce qu'on appelle aussi les inferieurs d'un terme general [...]".

jeweils betrachteten *möglichen Welt* abhängt. Nach traditioneller Auffassung ist die »Intension« eines Begriffs hingegen nicht auf unterschiedliche Welten relativiert, sondern quasi ein Spiegelbild seiner Extension (in der wirklichen Welt). So verstehen Arnauld & Nicole unter der Komprehension einer »Idee« *F* die Menge aller *essentiellen* Attribute des entsprechenden Begriffs, d. h. all jene Eigenschaften *G*, die in *F* enthalten sind und die man nicht aus *F* entfernen könnte, ohne *F* zu »zerstören«. Allgemeiner bzw. liberaler wollen wir (im Einklang mit Leibniz) unter der »Intension« des Begriffs *F* die Menge *aller* Merkmale oder Begriffe *G* verstehen, die in *F* enthalten sind, d. h. für die gilt $F \in G$. Aus dieser Auffassung bzw. »Definition«[26] ergibt sich das Gesetz der (umgekehrten) *Reziprozität* von »Intension« und Extension:

Rezi 1 $\quad \mathrm{Ext}(F) \subseteq \mathrm{Ext}(G) \leftrightarrow \mathrm{Int}(F) \supseteq \mathrm{Int}(G).$

Leibniz hat die Gleichwertigkeit des extensionalen und des »intensionalen« Ansatzes in vielen Schriften hervorgehoben. In den „Elementa Calculi" vom April 1679 erläutert er:

> Zum Beispiel verhält sich der Begriff des Goldes zum Begriff des Metalls wie Ganzes zum Teil. Denn im Begriff des Goldes ist der Begriff des Metalls und einiges darüber hinaus enthalten, z. B. der Begriff des schwersten unter den Metallen. Deshalb ist der Begriff des Goldes größer als der des Metalls.
>
> (12) In den Schulen, wo nicht die Begriffe, sondern die unter die allgemeinen Begriffe fallenden Dinge betrachtet werden, spricht man anders. Dort sagt man dementsprechend, dass Metall größer ist als Gold, denn es enthält mehr Arten als das Gold. Und wollten wir die einzelnen Stücke Gold einerseits und die einzelnen Stücke Metall andererseits aufzählen, gäbe es von den letzteren mehr als von den ersteren, ja dann wären die ersteren in den letzteren wie

[26] Die Festlegung der Intension von *F*, Int(*F*), als Attributsmenge $\{G\colon F \in G\}$ (bzw. bei prädikatenlogischer Darstellung als $\{G\colon \forall x(F(x) \supset G(x))\}$) ist nur *heuristisch* zu verstehen. Für Details einer formal einwandfreien Definition einer »intensionalen« Interpretation vgl. Lenzen (1983b) bzw. Kap. 3 von Lenzen (2004).

> ein Teil im Ganzen enthalten. [...] In Wahrheit ziehe ich es aber vor, die allgemeinen Begriffe oder Ideen und deren Zusammensetzungen zu betrachten, weil sie nicht von der Existenz der Einzeldinge abhängen. Deshalb sage ich, dass Gold größer ist Metall, weil zum Begriff des Goldes mehr Bestimmungen nötig sind als für das Metall, und es erfordert mehr, Gold herzustellen, als ein beliebiges Metall. Meine Ausdrucksweise widerspricht zwar in dieser Beziehung nicht derjenigen der Schulen, aber sie sind doch sorgfältig auseinander zu halten.[27]

Aus dem Gesetz Rezi 1 folgt übrigens unmittelbar, dass zwei extensionsgleiche Begriffe immer dieselbe »Intension« besitzen:

Rezi 2 $\quad \mathrm{Ext}(F) = \mathrm{Ext}(G) \rightarrow \mathrm{Int}(F) = \mathrm{Int}(G).$

Dieses Prinzip gilt selbstverständlich *nicht* für die moderne Auffassung, der zufolge zwar intensionsgleiche Ausdrücke immer extensionsgleich sind, aber umgekehrt extensionsgleiche Ausdrücke noch lange nicht die gleiche Intension haben müssen. In den Lehrbüchern der Logik veranschaulicht man das gerne mit einem Beispiel von Quine. Alle Lebewesen mit Herz, so wird als empirisch korrekt vorausgesetzt, besitzen eine Niere. Deshalb haben die Begriffe F = ‚Lebewesen mit Herz'

[27] Vgl. Couturat, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz* (im Folgenden kurz C.), S. 53: „Exempli causa Notio auri et notio metalli differunt ut pars et totum; nam in notione auri continetur notio metalli et aliquid praeterea, exempli causa notio ponderosissimi inter metalla. Itaque notio auri est major notione metalli. (12) In scholis aliter loquuntur, non notiones spectando, sed exempla notionibus universalibus subjecta. Itaque metallum dicunt esse latius auro, nam plures continet species quam aurum; et si individua auri ab una parte et individua metalli ab altera parte numerare vellemus, utique plura essent haec illis, imo illa in his continerentur ut pars in toto. [...] Verum malui spectare notiones universales sive ideas earumque compositiones, quia ab individuorum existentia non pendent. Itaque dico aurum majus metallo, quia plura requiruntur ad notionem auri quam metalli, et majus est aurum producere quam metallum qualecunque. Nostrae itaque et scholarum phrases hoc loco non quidem contradicunt sibi, distinguendae sunt tamen diligenter."

und G = ‚Lebewesen mit Niere' kontingenterweise, d.h. in der Welt, in der wir leben, dieselbe Extension. Doch beide Prädikate haben offensichtlich verschiedene *Bedeutungen* oder verschiedene Intensionen: In einer anderen möglichen Welt können es ja durchaus Tierarten geben, die zwar ein Herz aber keine Niere besitzen.

Aus der Diskrepanz zwischen jetziger und damaliger Auffassung folgt aber keineswegs, wie Couturat Anfang des 20. Jahrhunderts noch meinte, dass die »intensionale« Sichtweise der Logik, die Leibniz von der Tradition übernommen hatte, „verworren und vage" und deshalb der modernen, von Boole begründeten extensionalen Methode zwangsläufig unterlegen sei.[28] Zu Recht hat Leibniz Zeit seines Lebens darauf beharrt, dass man die logischen Beziehungen *wahlweise* extensional oder »intensional« betrachten kann. In einem Fragment vom 1. August 1690 erläuterte er z.B. den Übergang von den einzelnen Gegenständen zu den »Ideen« („ab individuis ad ideas") wie folgt:

> Wenn ich nämlich sage ‚Jeder Mensch ist ein Lebewesen', will ich ausdrücken, dass die Menschen unter den Lebewesen zu suchen sind, d.h. wenn etwas kein Lebewesen ist, dann ist es auch kein Mensch. Umgekehrt, wenn ich sage ‚Jeder Mensch ist ein Lebewesen', will ich ausdrücken, dass der Begriff des Lebewesens im Begriff des Menschen enthalten ist.
>
> Die Methode der Begriffe ist nämlich konträr zu der der Individuen: Wenn alle Menschen einen Teil aller Lebewesen darstellen, bzw. wenn alle Menschen in allen Lebewesen [enthalten] sind, dann ist umgekehrt der Begriff des Lebewesens im Begriff des Menschen [enthalten]; und so wie es mehrere Lebewesen außer

[28] Vgl. Couturat (1901: 387): „L'échec final de son système est donc extrêmement instructif, car il prouve que la Logique algorithmique (c'est-à-dire en somme la Logique exacte et rigoureuse) ne peut pas être fondée sur la considération confuse et vague de la compréhension; elle n'a réussi à se constituer qu'avec Boole, parce qu'il l'a fait reposer sur la considération exclusive de l'extension, seule susceptible d'un traitement mathématique."

> dem Menschen gibt, so ist irgendetwas zur Idee des Lebewesens hinzuzufügen, damit die Idee des Menschen entsteht. Indem nämlich die Bedingungen vermehrt werden, vermindert sich die Anzahl.[29]

Gegen 1700 lässt Leibniz seinen Protagonisten Theophile in den *Nouveaux Essais* diese Sichtweise noch einmal wie folgt erläutern:

> Die gewöhnliche Ausdrucksweise betrachtet mehr die Individuen, die Aristotelische hingegen mehr die Ideen oder Universalbegriffe. Sage ich nämlich ‚Alle Menschen sind Lebewesen', so will ich zum Ausdruck bringen, dass die Menschen in den Lebewesen enthalten sind; aber ich meine zugleich, dass die Idee des Lebewesens in der Idee des Menschen enthalten ist. ‚Lebewesen' umfasst mehr Einzeldinge als ‚Mensch', doch ‚Mensch' umfasst mehr Ideen oder mehr Formalbegriffe; der eine hat mehr Instanzen, der andere mehr Realitätsgrad; der eine hat eine größere Extension, der andere eine größere Intension.

Da Leibniz hier selber den Ausdruck ‚Intension' verwendet, wollen wir von nun an die (französischen) Anführungszeichen um die Ausdrücke »Intension« bzw. »intensional« fallenlassen.

[29] Vgl. C., 235: „Scilicet quando dico Omnis homo est animal, hoc ipsum volo, homines inter animalia esse quaerendos, seu qui non sit animal nec hominem esse. Rursus quando dico Omnis homo est animal, volo notionem animalis contineri in idea hominis. Et contraria est methodus per notiones et per individua, scilicet: Si omnes homines sunt pars omnium animalium, sive si omnes homines sunt in omnibus animalibus, vicissim animalis notio erit in notione hominis; et si plura sunt animalia extra homines, addendum est aliquid ad ideam animalis, ut fiat idea hominis. Nempe augendo conditiones, minuitur numerus."

1.3 Die Algebra der Begriffe (*L1*)

Die von Leibniz vorwiegend zwischen 1679 und 1686 entwickelte Algebra der Begriffe lässt sich systematisch wie folgt beschreiben. Als Ausgangspunkt dient eine Menge von Begriffskonstanten *A*, *B*, *C*, … mit den Operatoren der Begriffskonjunktion und der Begriffsnegation. Die *Konjunktion* der Begriffe *A* und *B* symbolisiert Leibniz durch *Juxtaposition* als

$$AB.$$

Diese Konvention soll auch hier übernommen werden. Die *Negation* von *A* bezeichnet er hingegen durch „non *A*", gelegentlich mit einem Bindestrich als „non-*A*". In früheren Arbeiten hatte ich die *Begriffs*negation im Gegensatz zur *Satz*negation, die durch das übliche Zeichen $\neg$ symbolisiert wird, durch Überstreichen in der Gestalt $\overline{A}$ dargestellt. Hier soll jedoch die typographisch einfachere Formel

$$\sim A$$

verwendet werden. Der von Leibniz durch „*A* non-*A*" dargestellte *kontradiktorische* Begriff nimmt dann z.B. die Gestalt *A*~*A* an, und dessen Negation, ~(*A*~*A*), repräsentiert den tautologischen Begriff, der allerdings bei Leibniz so gut wie nie vorkommt.

Wie diese Beispiele klarmachen, muss die Reichweite des Negationsoperators gegebenenfalls durch Klammern deutlich gemacht werden. Während mit ~*AB* nur der erste Begriff verneint und dann konjunktiv mit dem zweiten, unnegierten Begriff verknüpft würde, wird in ~(*AB*) die gesamte Konjunktion verneint. Die Konjunktion zweier verneinter Begriffe stellt sich hingegen als ~*A*~*B* dar, und dies ist wiederum etwas anderes als ~(*A*~*B*). Die »de Morgansche« Reduktion der Disjunktion auf eine Negation der Konjunktion der einzelnen negierten Komponenten lässt sich entsprechend wie folgt wiedergeben:

$$\text{DISJ 1} \qquad A \vee B := \sim(\sim A \sim B).$$

Dieser Operator spielt jedoch in Leibniz' Logik so gut wie keine Rolle.

Als nächstes lassen sich beliebige Begriffe *A*, *B* mittels eines aus der syllogistischen »Kopula« abgeleiteten zweistelligen Operators ‚ist' (bzw. „est") zu Primsätzen der Gestalt „*A* est *B*" verknüpfen. Diese fundamentale, durch

$$A \in B$$

symbolisierte Beziehung bedeutet *intensional*, dass der Begriff *A* den Begriff *B enthält* („*A* continet *B*"). Bei *extensionaler* Betrachtung läuft dies darauf hinaus, dass der Umfang von *A* umgekehrt im Umfang von *B enthalten ist.* Als Abkürzung für die *Verneinung* der est-Relation dient im Folgenden das Zeichen

$$\notin .$$

Trivialerweise ist die $\in$-Relation *reflexiv* und *transitiv*, d. h. jeder Begriff *A* enthält sich selbst; und wenn ein Begriff *A* einen Begriff *B* enthält, der wiederum einen anderen Begriff *C* enthält, dann enthält auch der erste den dritten. Leibniz formulierte diese Prinzipien z. B. in den „Generales Inquisitiones" – im Folgenden kurz GI – wie folgt: „*B* est *B*" (§ 37), „[...] si *A* sit *B* et *B* sit *C*, *A* erit *C*" (§ 19). Unter Verwendung der heute üblichen Junktoren lassen sich die Gesetze wie folgt formalisieren:

EST 1 $\quad A \in A$

EST 2 $\quad A \in B \wedge B \in C \rightarrow A \in C.$

Die *Identität* oder »Koinzidenz« zweier Begriffe wird von Leibniz auf unterschiedliche Weise ausgedrückt, u. a. mittels der Zeichen ∞ und =, oft aber auch informell durch die Ausdrücke ‚idem', ‚coincidunt' oder ‚aequivalent'. Wie Leibniz selber betont hat, lässt sich die Koinzidenz als wechselseitige Inklusion im Sinne der folgenden Definition verstehen.

ID 1 $\quad A = B \leftrightarrow (A \in B \wedge B \in A).$

Die Standardeigenschaften der Identität, also Reflexivität, Symmetrie und Transitivität, können dann mittels Id 1 aus den entsprechenden Gesetzen der $\in$-Relation hergeleitet werden.

Id 2 $A = A$

Id 3 $A = B \rightarrow B = A$

Id 4 $(A = B \wedge B = C) \rightarrow A = C$.[30]

Die Grundprinzipien der Konjunktion lauten für Leibniz: „*AB* est *A*" (C. 263, Prinzip (15)), „*AB* est *B*" (GI, § 38) sowie „*A* continere *B* et *A* continere *C* idem est quod *A* continere *BC*" (GI, § 35), also formal:

Konj 1 $AB \in A$

Konj 2 $AB \in B$

Konj 3 $A \in B \wedge A \in C \leftrightarrow A \in BC$.

Ein konjunktiver Begriff enthält somit – trivialerweise – beide einzelnen Konjunktionsglieder, und wenn ein Begriff *A* sowohl *B* als auch *C* enthält, dann enthält *A* auch die Konjunktion *BC*.

Für die Begriffsnegation gilt zum einen das *Prinzip der doppelten Verneinung*, „Non-non-*A* = *A*" (GI § 96), d. h.

Neg 1 $\sim\sim A = A$.

Zweitens genügt die Negation dem Prinzip der *Kontraposition*, d. h. wenn der Begriff *A* den Begriff *B* enthält, dann enthält umgekehrt die Negation von *B* die Negation von *A*:

Neg 2 $A \in B \leftrightarrow \sim B \in \sim A$.

In § 77 GI lautet dieses Gesetz „Generaliter *A* esse *B*, idem est quod non-*B* esse non-*A*", also auf Deutsch: „Dass *A B* enthält ist dasselbe wie, dass Nicht-*B* Nicht-*A* enthält". Ein weiterer, mit

[30] Die berühmte Leibnizsche Regel der *Substituierbarkeit* identischer Ausdrücke, der zufolge koinzidierende Begriffe *A*, *B* innerhalb beliebiger Aussagen Ψ für einander *salva veritate* ersetzt werden dürfen, formal: $A{=}B \vdash \Psi[A] \leftrightarrow \Psi[B]$, könnte *induktiv* (z. B. nach der »Länge« der Formel Ψ) bewiesen werden.

der Begriffsnegation verwandter Operator ist der der *Möglichkeit* oder Widerspruchsfreiheit eines Begriffs, der hier durch

$$\mathrm{M}(A)$$

symbolisiert werden soll. Leibniz drückt diese Bedingung nur informell aus, indem er davon spricht, dass der Begriff »seiend« oder möglich („ens seu possibile") ist. Wie er selber bemerkte, lässt sich die Möglichkeit des Begriffs A jedoch durch die Forderung präzisieren, dass A keinen Widerspruch der Art ‚B [und] non-B' enthält[31], also formal:

Mögl 1 $\quad \mathrm{M}(A) \leftrightarrow A \notin (B\sim B).$[32]

Leider war Leibniz sich nicht immer darüber im Klaren, dass mit der Bedingung ‚ist »seiend«' dem Begriff A quasi eine »Meta«-Eigenschaft zugeschrieben wird. Er neigte stattdessen dazu, das Wort ‚seiend' bzw. ‚Ens' als »echten« Begriff zu deuten, der von einem Subjekt A – im Sinne der Formel ‚$A\in$Ens' – normal *prädiziert* werden kann. Eine solche Auffassung erweist sich jedoch als *unhaltbar.* Denn angesichts des simplen Prinzips Konj 1 würde für beliebige Begriffe B aus $A\in$Ens mit $AB\in A$ per Transitivität $AB\in$Ens folgen. Dass A selber widerspruchsfrei ist, garantiert jedoch keinesfalls, dass die Konjunktion AB ebenfalls widerspruchsfrei wäre. Speziell könnte man aus $AB\in$Ens mittels der Substitution $B/{\sim}A$ die Folgerung $A{\sim}A\in$Ens ableiten im krassen Widerspruch zu Leibniz' Einsicht „A Nicht-A ist nicht »seiend«":

Mögl 2 $\quad \neg\mathrm{M}(A{\sim}A).$[33]

[31] Vgl. GI, ZZ. 330-331: „*A* non-*A contradictorium est. Possibile* est quod non continet contradictorium seu *A* non-*A*", also auf Deutsch: ‚*A* [und] Nicht-*A*' ist ein Widerspruch. Möglich ist, was nicht einen Widerspruch bzw. *A* Nicht-*A* enthält'.

[32] Diese Definition ließe sich noch weiter vereinfachen, indem man verlangt, dass ein widerspruchsfreier Begriff nicht die eigene Negation enthalten darf: Mögl 1* $\quad \mathrm{M}(A) \leftrightarrow A\notin{\sim}A.$

[33] Vgl. etwa § 171 GI: „*A* non-*A* non est res".

Zur Abrundung seien noch zwei weitere, den Möglichkeitsoperator betreffende Gesetze erwähnt, die Leibniz entdeckt hat:

Mögl 3 $A \in B \rightarrow (\mathrm{M}(A) \rightarrow \mathrm{M}(B))$
Mögl 4 $A \in B \leftrightarrow \neg \mathrm{M}(A{\sim}B)$.

Gemäß Mögl 3 muss jeder Begriff *B*, der in einem widerspruchsfreien Begriff *A* enthalten ist, selber widerspruchsfrei sein,[34] und durch Mögl 4 wird ein fundamentaler Zusammenhang zwischen ∈-Relation, Konjunktion, Negation und Widerspruchsfreiheit etabliert. Leibniz formulierte dieses überaus wichtige Gesetz z.B. in § 169 GI wie folgt:

> Dass *A* Nicht-*B* nicht ein Ding ist, ist gleichwertig mit der universell affirmativen Aussage Jedes *A* ist ein *B*.[35]

Man beachte dabei, dass der Ausdruck ‚est res', d.h. ‚ist ein Ding', eine für Leibniz übliche Alternativformel für ‚est Ens', d.h. ‚ist »seiend«' darstellt. Die große Bedeutsamkeit des Gesetzes Mögl 4 besteht darin, dass es sich als *notwendig und* (zusammen mit den übrigen, bisher aufgelisteten Prinzipien) *hinreichend* für eine vollständige Axiomatisierung der Begriffsalgebra erweist. Wie in Lenzen (1984) gezeigt wurde, ist nämlich die durch die obige Liste axiomatisierte Algebra der Begriffe isomorph zur *Booleschen Mengenalgebra*.

[34] Vgl. § 55 GI: „Si *A* continet *B*, et *A* est vera, etiam *B* est vera". Mit dieser Formulierung wollte Leibniz *zugleich* ein satz- und ein begriffslogisches Gesetz ausdrücken. Bei satzlogischer Interpretation bedeutet es, dass wenn α *logisch* β *impliziert*, dann β wahr sein muss, sofern α wahr ist. Bei begriffslogischer Deutung hingegen ist unter einem »wahren« *A* ein widerspruchsfreier Begriff („terminus possibilis") zu verstehen, und dann läuft das Zitat genau auf Mögl 3 hinaus. Zur Relevanz der Leibnizschen Idee, die Gesetze der Satzlogik aus den Prinzipien der Begriffslogik herzuleiten, vgl. Lenzen (2004), Kap. 11.

[35] „*A* non-*B* est non res aequivalet Universali Affirmativae: Omne *A* est *B*".

Für spätere Bezugszwecke sei noch eine Reihe weiterer Theoreme angeführt:

Est 3	$A \in B \leftrightarrow A = AB$
Id 5	$A = B \rightarrow AC = BC$
Id 6	$A = B \rightarrow {\sim}A = {\sim}B$
Konj 4	$AB = BA$
Konj 5	$A = AA$
Neg 3	$A \neq {\sim}A$
Neg 4*	$A \in B \rightarrow A \notin {\sim}B$
Mögl 5	$A \neq B \rightarrow \mathrm{M}(A{\sim}B) \vee \mathrm{M}(B{\sim}A)$

Leibniz' teils formale, teils informelle Formulierungen lauten im Original:

„Generaliter *A* esse *B*, idem est quod *A* = *AB*", d. h.
Dass *A B* enthält ist dasselbe, wie dass *A* = *AB* ist (GI, § 83).

„Si *A* = *B* erit *AC* = *BC*" (GI, § 171, *quinto*).

„Si *A* coincidit ipsi *B*; non-*A* coincidit ipsi non-*B*", d. h.
Wenn *A* mit *B* zusammenfällt, dann fällt Nicht-*A* mit Nicht-*B* zusammen (GI, § 9).

„*AB* ∞ *BA*" (C., 235, Prinzip (7)).

„*AA* = *A*" (GI, § 171, *tertio*).

„Propositio per se falsa est *A* coincidit ipsi non-*A*", d. h.
Dass *A* mit Nicht-*A* zusammenfällt, ist eine aus sich heraus falsche Aussage (GI, § 11).

„Si *A* est *B* tunc *A* non est non-*B*", d. h.
Wenn *A B* enthält, dann enthält *A* nicht Nicht-*B* (GI, § 91).

„Si *A* non = *B* tunc vel *A* non-*B* erit res, vel *B* non-*A* erit res", d. h.
Wenn *A* ≠ *B*, dann ist *A*~*B* »ein Ding« oder *B*~*A* ist »ein Ding« (GI, § 168).

Die aufgelisteten Axiome bzw. Gesetze der »intensionalen« Begriffslogik können durch die folgende (auch von Leibniz so intendierte) extensionale Semantik leicht als *allgemeingültig* nachgewiesen werden[36]: Lediglich das Widerspruchsfreiheitsprinzip NEG 4* muss zuvor auf widerspruchsfreie Begriffe A eingeschränkt werden:

NEG 4 $\quad M(A) \rightarrow (A{\in}B \rightarrow A{\notin}{\sim}B)$.

Definition: Eine *Interpretation* der Leibnizschen Begriffslogik *L1* (über einem nicht-leeren *Gegenstandsbereich* **G**) besteht aus einer Funktion **Ext** und einer Bewertungsfunktion („*valuation-function*“) **Val**, so dass **Ext** jeder Begriffskonstanten A eine *Extension*, d. h. eine Menge von Individuen aus **G**, zuordnet, während **Val** jedem Satz einen *Wahrheitswert* (w oder f) so zuordnet, dass gilt:

(a) $\mathbf{Ext}(AB) = \mathbf{Ext}(A) \cap \mathbf{Ext}(B)$, d. h. die Extension des konjunktiven Begriffs AB ist gleich dem *Durchschnitt* der einzelnen Mengen $\mathbf{Ext}(A)$ und $Ext(B)$;
(b) $\mathbf{Ext}({\sim}A) = \overline{Ext(A)}$, d. h. die Extension des Begriffs Non-A ist gleich dem mengentheoretischen *Komplement* von $\mathbf{Ext}(A)$;
(c) $\mathbf{Val}(A{\in}B) = w$ gdw. $\mathbf{Ext}(A) \subseteq \mathbf{Ext}(B)$, d. h. die Aussage ‚$A$ est B‘ erhält unter der Bewertung **Val** den Wahrheitswert *wahr* dann und nur dann, wenn die Extension von A eine *Teilmenge* der Extension von B darstellt;
(d) $\mathbf{Val}(M(A)) = w$ gdw. $\mathbf{Ext}(A) \neq \varnothing$; d. h. die Aussage ‚$A$ ist möglich‘ wird unter der Bewertung **Val** dann und nur dann wahr, wenn die Extension des Begriffs A *nicht-leer* ist.

Auf den ersten Blick möchte die Bedingung (d), der zufolge eine Aussage $M(A)$ bei der Bewertung dann und nur dann wahr wird, wenn die Menge $\mathbf{Ext}(A)$ *nicht-leer* ist, inadäquat erscheinen. Aus ihr folgt insbesondere, dass $\mathbf{Val}(M(AB))$ genau dann wahr wird, wenn $\mathbf{Ext}(AB) \neq \varnothing$, d. h. wenn es (mindestens) ein Ding x gibt, das zum Umfang des konjunktiven Begriffs AB gehört und das somit sowohl die Eigenschaft A als auch die Eigenschaft B besitzt. Zwar steht es in Einklang mit dem

[36] Man kann leicht nachprüfen, dass jedes Theorem von *L1* durch jede Funktion **Val** den Wahrheitswert w erhält.

gewöhnlichen Sprachgebrauch, aus der *Existenz* eines Dings *x* mit den Eigenschaften *A* und *B* auf die Verträglichkeit der beiden Begriffe *AB* bzw. auf *Möglichkeit* der Konjunktion *AB* zu schließen; aber umgekehrt scheint die bloße Widerspruchsfreiheit von *AB* noch kein Garant dafür zu sein, dass es (mindestens) ein Ding *x* gibt, das unter die Begriffe *A* und *B* fällt. Zur näheren Rechtfertigung dieser Annahme ist ein kleiner Exkurs in Leibniz' Metaphysik, speziell in seine *Ontologie*, notwendig.

Leibniz verwendet in seinen logischen Arbeiten recht unterschiedliche Formulierungen, um die Widerspruchsfreiheit des Begriffs *AB* – und somit die Wahrheitsbedingung der PA – auszudrücken. In den „Generales Inquisitiones" von 1686 finden sich insbesondere die Ausdrücke ‚*AB ist ein Ding*' (oder noch kürzer ‚*AB ist*')[37] mit der Variante ‚*AB ist seiend*'[38], wobei ein »seiender« Begriff auch als *möglicher*[39] bzw. als *wahrer* Begriff[40] bezeichnet wird. Dabei ist zudem die Komplikation zu beachten, dass »seiend« selber in einem zwiefachen Sinn verstanden werden kann, nämlich im Sinn des bloß *möglichen* oder des *realen* Existierens. So heißt es in § 146 GI:

> Die partikulär affirmative Aussage, ‚Ein *A* ist ein *B*' stellt sich, in eine Aussage *secundi adjecti* umgeformt, so dar: *AB* ist, nämlich entweder möglich oder aktuell, so dass die Aussage entweder essentiell oder existentiell ist.[41]

Vgl. § 151 GI: „Quoddam *A* est *B* dat: *AB* est res". Vgl. auch § 169 „*AB* est res aequivalet quoddam *A* est *B*".

[38] Vgl. C., 232: „Omnis propositio categorica potest concipi ut terminus incomplexus cui tantum adjicitur est vel non est (secundi adjecti). Ita omnis homo est rationalis, sic concipi potest: Homo non rationalis non est, seu est non Ens. Quidam homo est doctus dat: Homo doctus est Ens."

[39] Vgl. GI § 69: „*BC* est possibile seu non involvit contradictionem".

[40] Vgl. GI § 194: „Terminus falsus est qui continet oppositos *A* non-*A*. Terminus verus qui est non-falsus".

[41] Vgl. A VI, 4, 780: „Propositio particularis affirmativa, Quoddam *A* est *B*, transformata in propositionem secundi [adjecti], sic stabit: *AB* est,

Dass dabei die aktuelle oder *reale Existenz* eine durchaus anspruchsvollere Bedingung als die bloß *mögliche Existenz* oder »Essenz« darstellt, wird z. B. im Fragment A VI, 4, 931 in Gestalt zweier Axiome wie folgt ausgedrückt: „Alles Existierende ist möglich. Einiges Mögliche ist nicht existierend."[42] In der verwandten Arbeit A VI, 4, 864 erklärt Leibniz seine zugrunde liegende Sichtweise etwas ausführlicher:

> Der Beweis einer wahren Aussage kann auf zweifache Weise erfolgen, entweder *a priori* durch reine Explikation, was man Apodeixis nennt, oder *a posteriori* durch hinzukommende Beobachtung. Erstere beruht auf der Essenz, letztere auf der Existenz, die erstere auf Notwendigkeit, letztere auf Kontingenz.
>
> Dasjenige, was existiert, ist seiend bzw. ein mögliches Seiendes. Dasjenige existiert, was übereinstimmend wahrgenommen wird, d. h. so, dass sich zusammen mit den anderen, die wahrgenommen werden, kein Widerspruch ergibt.
>
> Seiend ist, was übereinstimmend verstanden wird, d. h. so, dass es keinen Widerspruch impliziert.[43]

Diese Erläuterungen stehen in engem Zusammenhang mit Leibniz' metaphysischen Ansichten über Gott und die Welt. Vor dem Akt der Schöpfung betrachtete Gott die umfassende Menge aller (logisch) *möglichen Individuen* und überlegte sich, welche davon mit welchen anderen »kompossibel« wären, d. h. zusammen (in ein und derselben Welt) existieren könnten. Dabei lässt sich eine *mögliche Welt* als *maximale* Menge von wech-

nempe vel possibilis vel actualis, prout propositio est essentialis vel existentialis".

[42] „Omne existens est possibile. Quoddam possibile non est existens".

[43] „Probatio veritatis duplex est, a priori per explicationem meram, quae dicitur Apodixis, a posteriori per accedentem perceptionem. Prior est per essentiam, posterior per existentiam, prior per necessaria, posterior per contingentia. Quod existit est Ens seu Est possibile. Existit quod percipitur consentienter seu ita ut non inferat contradictionem cum aliis quae percipiuntur. Ens est quod concipitur consentienter, seu ita ut non implicet contradictionem."

selseitig kompossiblen Individuen auffassen. Da nicht sämtliche möglichen Individuen miteinander kompossibel sind, gibt es verschiedene mögliche Welten, und Gott hat letztendlich die *beste aller möglichen Welten* erschaffen und damit zugleich aus der Menge aller möglichen Individuen eine (kleine) Teilmenge der *real existierenden Individuen* ausgewählt. Die zentralen Konzepte der Leibnizschen Ontologie, d. h. die Begriffe der *Kompossibilität* (in Abgrenzung zur bloßen *Möglichkeit*) und der *Existenz* finden sich in äußerst komprimierter Fassung in der folgenden Sequenz von Definitionen:

> Möglich ist, was keinen Widerspruch impliziert.
> Existierend ist, was mit dem Perfektesten kompossibel ist.
> Kompossibel ist, was mit dem Anderen keinen Widerspruch impliziert.[44]

Generell ist also der einer Interpretation <**Ext**,**Val**> zugrunde liegende Gegenstandsbereich **G** stets als eine Menge von *möglichen* Individuen zu deuten. Nur auf diese Weise kann die Voraussetzung der Widerspruchsfreiheit eines Begriffs *A* garantieren, dass es (mindestens) ein *mögliches* Individuum *x* gibt, das unter diesen Begriff fällt, dass also die Extension von *A* – im Bereich der *möglichen Individuen* – nicht leer ist.

Bei Bedarf könnte man natürlich innerhalb der Menge **G** eine Teilmenge **Ex** als Menge der *aktuell existierenden* Individuen aussondern und als syntaktisches Pendant in die Sprache von *L1* eine spezielle Konstante *E* für den *Begriff der* (realen) *Existenz* einführen. Die obige Definition der (extensionalen) Interpretation wäre dann um die Bedingung zu ergänzen:

(e) $\mathrm{Ext}(E) = \mathbf{Ex}$.

[44] Vgl. A VI, 4, 867: „*Possibile* quod non implicat contradictionem. *Existens* compossibile perfectissimo. *Compossibile* quod cum alio non implicat contradictionem." Vgl. auch A VI, 4, 870 f.: „*Ens*, quicquid possibile est sive quicquid intelligi potest, hoc est in cujus notione resoluta nunquam prodit contradictio. *Existens* est quod maxime possibile est, seu cujus pauciora sunt requisita pro ratione essentiae, seu quod perfectius est."

Ferner könnte man als Gegenstück zum Möglichkeitsoperator M einen »Realitäts-Operator« R einführen, so dass die Aussage R(A) zum Ausdruck bringt, dass der Begriff *A real exemplifiziert* ist, d. h. dass es (mindestens) ein real existierendes Objekt y gibt, welches unter den Begriff A fällt. Ein solcher Operator ließe sich z. B. durch

$$\textsc{Real} \qquad \mathrm{R}(A) := \mathrm{M}(AE)$$

definieren.[45]

Im Folgenden sind deshalb zwei Varianten der kategorischen Satzformen auseinander zu halten. Die von Leibniz vorrangig intendierte »*essentielle*« Lesart, die sich auf den weiteren Bereich aller *möglichen* Individuen bezieht und die z. B. durch eines der beiden folgenden Schemata formalisiert werden kann:

Schema $1_{essentiell}$

UA	$A \in B$	UN	$A \in {\sim}B$
PA	$A \notin {\sim}B$	PN	$A \notin B$

Schema $2_{essentiell}$

UA	$\neg\mathrm{M}(A{\sim}B)$	UN	$\neg\mathrm{M}(AB)$
PA	$\mathrm{M}(AB)$	PN	$\mathrm{M}(A{\sim}B)$

Oder die »*existentielle*« Lesart, die sich auf den engeren Bereich der *real existierenden* Individuen bezieht und die somit wie folgt zu formalisieren wäre:

Schema $1_{existentiell}$

UA	$AE \in B$	UN	$AE \in {\sim}B$
PA	$AE \notin {\sim}B$	PN	$AE \notin B$

Schema $2_{existentiell}$

UA	$\neg\mathrm{R}(A{\sim}B)$	UN	$\neg\mathrm{R}(AB)$
PA	$\mathrm{R}(AB)$	PN	$\mathrm{R}(A{\sim}B)$.

[45] Denn $\mathbf{Val}(\mathrm{R}(A)) = w$ gdw. $\mathbf{Val}(\mathrm{M}(AE)) = w$ gdw. $\mathbf{Ext}(AE) \neq \emptyset$ gdw. $\mathbf{Ext}(A) \cap \mathbf{Ext}(E) \neq \emptyset$ gdw. $\mathbf{Ext}(A) \cap \mathbf{Ex} \neq \emptyset$, d. h. gdw. es (mindestens) ein $x \varepsilon \mathbf{G}$ gibt, das sowohl zum Umfang von A als auch zur Menge der real existierenden Dinge, **Ex**, gehört.

Der Gedanke der Quantifikation über mögliche Objekte im Gegensatz zur Quantifikation über real existierende Objekte wurde von Leibniz vor allem im Fragment „Difficultates quaedam Logicae" näher erläutert, um die Schlussweisen der Subalternation und der akzidentellen Konversion zu rechtfertigen. Couturat (1901: 357) erblickte darin nur eine „scholastische Unterscheidung zwischen dem Möglichen und dem Realen". In Wirklichkeit handelt es sich jedoch um die geniale Antizipation eines Gedankens, der in neuester Zeit innerhalb der quantifizierten Modallogik mit großem Erfolg wieder aufgegriffen wurde.

Zum Abschluss sei noch auf Leibniz' Versuch eingegangen, die PA formal durch die (tautologische) Bedingung ‚$AB = AB$' zu repräsentieren. Nachdem er in § 151 GI das obige *Schema 2* entwickelt hatte, bei dem die kategorischen Satzformen in Aussagen „secundi adjecti" transformiert wurden, schloss er in § 152 folgende Überlegung an:

> Und da man selbst identischen Aussagen nur im Falle »seiender« Begriffe vertrauen kann, so dass keine Wahrheit behauptet werden kann, ohne das Gegenteil befürchten zu müssen, wenn nicht zumindest die essentielle, wenn schon nicht die existentielle Realität dieser Begriffe[46] feststeht, so wird es erlaubt sein, die vier Arten kategorischer Aussagen auch so auszudrücken:
>
> PA $AB = AB$ (d. h. AB und AB fallen zusammen, d. h. AB ist »ein Ding«)
>
> PN $A{\sim}B = A{\sim}B$ (d. h. $A{\sim}B$ ist »ein Ding«)
>
> UA $A{\sim}B \neq A{\sim}B$ (d. h. $A{\sim}B$ ist nicht »ein Ding«)
>
> UN $AB \neq AB$ (d. h. AB ist nicht »ein Ding«).

[46] Mit diesen Formulierungen drückt Leibniz den oben erläuterten Unterschied zwischen einer »essentiellen« und einer »existentiellen« Deutung von Aussagen (bzw. von den in solchen Aussagen vorkommenden Begriffen) aus. Die »essentielle Realität« von B ist nichts anderes als seine Widerspruchsfreiheit, M(B); die »existentielle Realität« entspricht der Bedingung R(B)!

Leibniz erwägt hier also, Identitäten wie $A = A$ oder $AB = BA$ auf widerspruchsfreie Begriffe einzuschränken, weil er befürchtet, dass andernfalls die *Logik selber* in dem Sinne *inkonsistent* würde, dass mit einer Aussage α, die etwas von einem Begriff wie $B{\sim}B$ behauptet, zugleich das Gegenteil, also $\neg\alpha[B{\sim}B]$, behauptet werden könne. Eine solche Furcht erweist sich jedoch als unbegründet. Zwar liegt der Logik *L1* – wie jeder anderen »klassischen«, zweiwertigen Logik – das Prinzip „ex contradictorio quodlibet" zugrunde, d. h. aus einer kontradiktorischen *Aussage* α folgt logisch jede beliebige Aussage β, also z. B. neben γ auch $\neg\gamma$. Das bedeutet aber nicht, dass man jemals zu befürchten hätte, dass mit einer Aussage γ zugleich die Negation $\neg\gamma$ *wahr* werden könnte. Dass aus der kontradiktorischen Aussage α sowohl γ als auch $\neg\gamma$ *logisch folgt*, bedeutet lediglich: *Wenn α wahr wäre*, so würde zugleich γ und $\neg\gamma$ wahr sein. Aber eine kontradiktorische Aussage α ist ja gerade aus logischen Gründen *falsch*, d. h. α kann *unmöglich* wahr sein!

Speziell kann man über einen widerspruchsvollen *Begriff* $B{\sim}B$ in unproblematischer Weise wahre *Aussagen* machen, ohne dass zugleich die Negation dieser Aussage wahr würde. Die Begriffslogik muss also keineswegs dahingehend eingeschränkt bzw. modifiziert werden, dass – wie Leibniz in § 153 GI erwägt – „jede Aussage, in die ein Begriff eingeht, der »kein Ding« ist, negiert wird", also als falsch angesehen wird. *Einige* Aussagen über »nicht seiende« Begriffe *sind* wahr, andere hingegen *falsch*. Z. B. ist es ein unverzichtbares Grundaxiom von *L1*, dass jeder Begriff der Gestalt $B{\sim}B$ widerpruchsvoll bzw. »nicht seiend« ist. Diese Aussage, $\neg M(B{\sim}B)$, ist also *wahr*; ihr Gegenteil, $M(B{\sim}B)$, hingegen eindeutig *falsch*! *Wahr* ist ferner, dass die Konjunktion $B{\sim}B$ mit sich selbst identisch ist; *falsch* hingegen, dass $B{\sim}B \neq B{\sim}B$ wäre. Ebenfalls *wahr* ist, dass man durch Vertauschung der Glieder des widerspruchsvollen Begriffs $B({\sim}B)$ den anderen widerspruchsvollen Begriff $({\sim}B)B$ gewinnt, und wahr ist schließlich auch, dass beide miteinander identisch sind: $B({\sim}B) = ({\sim}B)B$!

So kam auch Leibniz nach reiflicher Überlegung zu dem Schluss, dass man grundlegende Gesetze wie Id 2 oder Konj 4 besser *nicht* auf widerspruchsfreie Begriffe *begrenzen*, sondern uneingeschränkt auch für widerspruchsvolle Begriffe postulieren solle.[47] Damit werden aber die Formalisierungsversuche der kategorischen Satzformen gemäß

Schema 3

UA	$A\sim B \neq A\sim B$	UN	$AB \neq AB$
PA	$AB = AB$	PN	$A\sim B = A\sim B$

hinfällig und sollten besser durch die *sinngleichen* Bedingungen gemäß *Schema 2* ersetzt werden.

[47] Vgl. § 154-155 GI: „Wenn also jemand es vorzieht, die Zeichen so anzuwenden, dass $AB = AB$ gilt, ob nun AB »seiend« ist oder nicht […] so widerspreche ich dem nicht. […] Wenn man alles bedenkt, erscheint es vielleicht besser zu sagen, dass man jedenfalls in symbolischer Darstellung stets $A = A$ setzen kann […]“.

1.4 »Unbestimmte Begriffe«

Aus der Begriffsalgebra *L1* entsteht ein stärkeres System *L2*, indem man neben den Begriffs*konstanten* *A*, *B*, *C*, … auch »unbestimmte Begriffe« *X*, *Y*, *Z*, … zulässt. Diese Begriffs*variablen* sind durch *Quantoren*

$\exists Y$	‚es gibt ein Y'
$\forall Y$	‚für alle Y'

abzubinden, die freilich *nicht*, wie in heutigen Systemen der Prädikatenlogik, über *Gegenstände*, sondern über *Begriffe* laufen. Leibniz selber hat die Quantoren meistens nicht *explizit* angegeben, sondern lediglich mittels zweier Sorten von »unbestimmten Begriffen« darzustellen versucht. So findet sich in seinen Schriften ca. ab 1679[48] die Idee, die UA durch die Bedingung $A = BY$ wiederzugeben:

> Die [universell] affirmative Aussage ‚*A* ist *B*' bzw. ‚*A* enthält *B*', d. h. wenn man für *A* den [entsprechenden] Wert substituiert, ergibt sich, dass *A* mit *BY* zusammenfällt, wie z. B. ‚Der Mensch ist ein Lebewesen', d. h. ‚Mensch' ist dasselbe wie ‚… Lebewesen', denn ‚Mensch' ist dasselbe wie ‚vernünftiges Lebewesen'. Mit dem Zeichen *Y* bezeichne ich nämlich etwas Unbestimmtes, so dass *BY* dasselbe ist wie ‚Ein gewisses *B*' bzw. ‚Ein … Lebewesen'. Deshalb ist ‚*A* ist *B*' dasselbe wie ‚*A* fällt mit einem gewissen *B* zusammen', d. h. $A = BY$.[49]

[48] Im Rahmen der Semantik »charakteristischer Zahlen«, die in Kap. 3 näher betrachtet wird, fordert Leibniz für die Wahrheit der UA, dass die dem Subjekt zugeordnete Zahl, *a*, sich als Produkt der entsprechenden Zahl für das Prädikat, *b*, mit einer gewissen »unbestimmten Zahl« *y* darstellt, d. h. dass $a = y^*b$ gilt. In diesen zahlentheoretischen Gleichungen liegt der Ursprung der begriffslogischen Darstellung $A = YB$.

[49] Vgl. § 16 GI: „Propositio affirmativa *A* est *B* sive *A* continet *B* […] hoc est si pro *A* substituatur valor prodibit: *A* coincidere ipsi *BY*, ut homo est animal seu homo idem est quod animal …, nempe homo idem est quod animal rationale. Nota enim *Y* significo aliquid incertum, ut proinde *BY* idem sit quod quoddam *B* seu animal … (ubi subintelligitur rationale, si

Y markiert also – ebenso wie das Auslassungszeichen ‚…' – eine *Leerstelle*, an der ein Begriff einzusetzen wäre, der sich z. B. als »Wert« aus der Definition des Begriffs *A* ergibt. Bezeichnet etwa *A* eine *Art* der *Gattung B*, dann könnte als »Wert« die »*spezifische Differenz*« genommen werden, so wie im obigen Beispiel die Art des Menschen aus der Gattung der Lebewesen durch den »Wert« der Vernünftigkeit hervorgehoben wird. Wenn nun in einem Fall der »Wert« bzw. die Definition des Begriffs *A* als Unterart von *B* nicht bekannt ist, so kann man jedenfalls die Tatsache, *dass A B* enthält, mittels eines »unbestimmten Begriffs« *Y* als Gleichung $A = YB$ darstellen: *A* ist „ein gewisses *B*", „ein so-und-so *B*" bzw. „ein …. *B*". Dieser Gedanke lässt sich im Rahmen der Logik *L2* präziser wie folgt formalisieren:

Est 4 $A \in B \leftrightarrow \exists Y(A = BY)$.[50]

Est 4 stellt eine quantorenlogische Variante des Gesetzes Est 3 dar, dem zufolge $A \in B$ einfacher als $A = AB$ dargestellt werden kann, d. h. die Bedingungen $\exists Y(A = BY)$ und $(A = AB)$ sind *logisch äquivalent*. Einerseits folgt aus $(A = AB)$ gemäß dem Prinzip der »existentiellen Generalisierung«,

Exist 1 $\alpha[A] \rightarrow \exists Y \alpha[Y]$,[51]

unmittelbar die Existenz eines *Y* (nämlich $Y = A$), so dass $A = YB$. Umgekehrt kann man aus $\exists Y(A = BY)$ auf $A = AB$ schließen. Als Pendant zur Regel Exist 1 gilt nämlich das Prinzip der »Elimination« des Existenzquantors:

Exist 2 $\exists Y \alpha[Y] \rightarrow \alpha[B]$
(wobei in der Aussage α[B] eine »neue« Konstante B gewählt werden muss, die in ∃Yα[Y] noch nicht vorkommt).

modo sciamus quid subintelligendum sit) seu quoddam animal. Itaque *A* est *B*, idem est quod *A* esse coincidens cuidam *B* seu $A = BY$."

[50] Dieses Gesetz findet sich auch in §§ 17, 158, 189 und 198 der GI.

[51] Leibniz formuliert (bzw. antizipiert) diese Regel in § 23 GI wie folgt: „Pro qualibet definita substitui posse indefinitam nondum usurpatam. […], seu poni potest $A = Y$."

Geht man also von der Voraussetzung $\exists Y(A = BY)$ aus, so erhält man gemäß Exist 2 (i) $A = BC$; daraus folgt aber mit Id 5 (ii) $AB = BCB$ bzw. nach trivialen Umformungen (iii) $AB = BBC$ und also angesichts von Konj 5 (iv) $AB = BC$. Wegen der Symmetrie und Transitivität der Identität gewinnt man aus (i) und (iv) schließlich das gesuchte (v) $A = AB$.

Leibniz hat übrigens selber erkannt, dass die UA *wahlweise* durch $A = AB$ oder durch $\exists Y(A = BY)$ formalisiert werden kann. In einer Marginalie zum oben zitierten § 16 GI heißt es:

> Es ist erwähnenswert, dass man statt $A = BY$ auch $A = AB$ sagen kann und dass es somit nicht notwendig ist, einen neuen Buchstaben anzunehmen.[52]

Ein Beweis hierfür findet sich in den „Primaria Calculi Logici Fundamenta" aus dem Jahre 1690:

> (10) Wenn $A = AB$, dann darf man ein Y annehmen so dass $A = YB$. Dies ist ein Postulat, doch es lässt sich auch beweisen, denn zumindest A selber kann ja durch Y bezeichnet werden. […]
> (13) Wenn $A = YB$, dann folgt $A = AB$. Das beweise ich so. $A = YB$ (nach Voraussetzung), also $AB = YBB$ (gemäß [11]) $= YB$ (gemäß 6) $= A$ (nach Voraussetzung). Die universell affirmative Aussage lässt sich [also wahlweise] so ausdrücken:
>
> $A = AB$ oder $A = YB$.[53]

Der erste Teil des Beweises (Abschnitt 10) beruht also auf dem Prinzip der »existentiellen Generalisierung«: Wenn A mit AB identisch ist, dann kann man die Existenz eines Y annehmen,

[52] „Notabile est pro $A = BY$ posse etiam dici $A = AB$ et ita non opus est assumtione novae literae." Vgl. auch § 117, wo der Schluss von $A = AB$ auf $A = YB$ wiederum als gültig behauptet, aber noch nicht bewiesen wird.

[53] Vgl. C., 235-6: „(10) Si $A \infty AB$ assumi potest Y tale ut sit $A \infty YB$. Est postulatum, sed et demonstrari potest, saltem enim ipsum A potest designari per Y. […] (13) Si sit $A \infty YB$, sequitur $A \infty AB$. Hoc ita demonstro. $A \infty YB$ (ex hyp.) Ergo $AB \infty YBB$ (per 10) ∞YB (per 6) ∞A (ex hyp.). Universalis affirmativa sic exprimi potest: $A \infty AB$ vel $A \infty YB$."

so dass A mit YB identisch ist; z. B. kann für Y das A selber gewählt werden. Der Beweis des zweiten Teils (Abschnitt 13) beruht ebenfalls auf dem Gedanken, der weiter oben expliziert wurde. Dabei rechtfertigt Leibniz den Schluss von $A = YB$ auf $AB = YBB$ durch das irrtümlicherweise von ihm als (10) bezeichnete Prinzip (11): „Wenn $A = B$, dann ist $AC = BC$“, also durch unser Id 5, und der anschließende Übergang von $AB = YBB$ zu $AB = YB$ erfolgt gemäß „(6) $AA = A$“, d. h. gemäß unserem Konj 5.

Weiterhin benutzt Leibniz des Öfteren einen »unbestimmten Begriff« Y in der Funktion eines Existenzquantors dazu, die *partikulär* bejahende Satzform ‚Ein A ist ein B‘, wie folgt darzustellen: „*AY* enthält *B* ist die *partikulär affirmative Aussage hinsichtlich A*“.[54] Diese »elliptische« Formulierung wäre natürlich zunächst mittels eines explizit hinzugefügten Existenzquantors als $\exists Y(AY \in B)$ zu verbessern. Doch auch danach bleibt mit der Formalisierung noch ein gravierendes Problem verbunden. Gemäß Konj 2 gilt ja trivialerweise $AB \in B$. Hieraus folgt per Exist 1 unmittelbar die Existenz eines Y, nämlich $Y = B$, so dass $AY \in B$. Die Formel $\exists Y(AY \in B)$ ist also *logisch wahr* und kann somit die PA, die ja keineswegs für beliebige Begriffe A, B erfüllt sein muss, nicht adäquat repräsentieren.

Wie Leibniz selber (mehr oder minder deutlich) erkannte, muss die Bedingung $\exists Y(AY \in B)$ dahingehend modifiziert werden, dass die Existenz eines *mit A verträglichen* Begriffs Y verlangt wird, so dass $AY \in B$. In § 190 GI wiederholte er zunächst, dass die PA allgemein durch die Bedingung ausgedrückt werden kann, dass „*A* mit irgendeinem hinzugefügten Begriff [*Y*] *B* enthält“. Danach bemerkte er, dass man als ein solches Y insbesondere B selber nehmen könnte, wobei jedoch vorauszusetzen sei, dass der Begriff AY bzw. *AB widerspruchsfrei* ist:

[54] Vgl. GI, § 48: „*AY* continet *B* est *Particularis Affirmativa respectu ipsius A*“; vgl. auch die §§ 112 und 190 GI sowie die Darstellung in C., 229-31 in der Gestalt „*QA* est *B*“.

> Demnach ist ‚Ein A ist B' auch äquivalent mit ‚AB ist B' bzw. ‚$AB = AB$'; gesetzt freilich, dass AB ein Ding bzw. ein wahrer [d. h. möglicher] Begriff ist, der keinen Gegensatz der Art X Nicht-X enthält.[55]

Fügt man die Bedingung der Widerspruchsfreiheit von YA zur ursprünglichen Formel $\exists Y(AY{\in}B)$ explizit hinzu, so wird $\exists Y(\mathrm{M}(AY)\wedge AY{\in}B)$ äquivalent mit der einfachen Bedingung $\mathrm{M}(AB)$. Zunächst gilt nämlich generell, dass ein Begriff A dann und nur dann widerspruchsfrei ist, wenn er in irgendeinem widerspruchsfreien Begriff Y enthalten ist:

Mögl 6 $\quad \mathrm{M}(A) \leftrightarrow \exists Y(\mathrm{M}(Y)\wedge Y{\in}A).$

Die Implikation von links nach rechts ergibt sich (angesichts des trivialen $A{\in}A$) unmittelbar aus Exist 1. Existiert umgekehrt ein Y mit $\mathrm{M}(Y)\wedge Y{\in}A$, so muss $\mathrm{M}(A)$ gelten; denn enthielte A einen Widerspruch der Gestalt $B{\sim}B$, so wäre wegen der Voraussetzung $Y{\in}A$ (und angesichts der Transitivität von $\in$) $B{\sim}B$ auch in Y enthalten, im Widerspruch zur Voraussetzung $\mathrm{M}(Y)$. Substituiert man nun in Mögl 6 für A den Begriff AB, so erhält man zunächst $\mathrm{M}(AB) \leftrightarrow \exists Y(\mathrm{M}(Y)\wedge Y{\in}AB)$ und hieraus als Korollar:

Mögl 7 $\quad \mathrm{M}(AB) \leftrightarrow \exists Y(\mathrm{M}(AY)\wedge AY{\in}B).$[56]

[55] Vgl. A VI, 4, 785: „*Particularis affirmativa*: quoddam A est L, idem est quod A cum aliquo addito sumtum continere L [...]. Proinde etiam quoddam A est L idem est quod AL continet L, seu $AL = AL$; posito scilicet AL esse rem seu terminum verum qui non implicat opposita ut X non-X". Zwecks Angleichung wurde Leibniz' Variable ‚L' in der Übersetzung durch ‚B' ersetzt.

[56] Aus der Prämisse $\mathrm{M}(AB)$ ergibt sich nach Voraussetzung zunächst die Existenz eines Y mit $\mathrm{M}(Y) \wedge Y{\in}AB$, woraus a fortiori $Y{\in}A$ und weiter $AY{\in}B$ folgt; hat man umgekehrt die Existenz eines Y^* mit $\mathrm{M}(AY^*)$ und $AY^*{\in}B$, so folgt wegen des trivialen $AY^*{\in}A$ weiterhin $AY^*{\in}AB$; setzt man also $Y = AY^*$, so ist wegen $\mathrm{M}(AY^*)$ auch $\mathrm{M}(Y)$, so dass insgesamt $\exists Y(\mathrm{M}(Y) \wedge Y{\in}AB)$ gilt, woraus endlich angesichts der Voraussetzung $\mathrm{M}(AB) \leftrightarrow \exists Y(\mathrm{M}(A) \wedge Y{\in}AB)$ das zu zeigende $\mathrm{M}(AB)$ folgt.

Leibniz' Formalisierung der PA mittels der »elliptischen« Bedingung $AY \in B$, die expliziter als $\exists Y(AY \in B)$ verstanden und durch die Zusatzbedingung der Widerspruchsfreiheit von AY korrigiert bzw. präzisiert werden muss, erweist sich also letztendlich als äquivalent mit der einfachen Bedingung $\mathrm{M}(AB)$, die gemäß dem im letzten Abschnitt entwickelten *Schema 2* als alternative Formalisierung der PA dient.

Substituiert man in Mögl 7 für B den Begriff $\sim B$, so erhält man mit $\mathrm{M}(A \sim B)$ bzw. $\exists Y(\mathrm{M}(AY) \wedge AY \in \sim B)$ zwei äquivalente Formalisierungen der partikulär *negativen* Aussage. Andererseits lässt sich die PN gemäß *Schema 1* als Negation von $A \in B$, d. h. qua $A \notin B$, darstellen. Daraus ergibt sich das weitere quantorenlogische Gesetz

Neg 5 $\quad A \notin B \leftrightarrow \exists Y(\mathrm{M}(AY) \wedge AY \in \sim B)$,

das Leibniz im Fragment C., 259-261 »elliptisch« so formulierte: „*A* ist nicht *B* ist dasselbe wie *AY* ist nicht-*B*".[57] Sein Beweis dieser Äquivalenz läuft wie folgt:

> (18) Oben (9) wurde gesagt, dass noch zu beweisen bliebe, dass ‚*A* ist nicht *B*' mit ‚*YA* ist Nicht-*B*' zusammenfällt, d. h. dass es dasselbe ist zu sagen ‚*A* ist nicht *B*' und zu sagen ‚Es gibt ein *Y*, so dass *YA* Nicht-*B* ist'. Wenn ‚*A* ist *B*' falsch ist, dann ist (gemäß 6 [d. h. gemäß Mögl 4]) *A* Nicht-*B* möglich. Nicht-*B* bezeichne man als *Y*, also ist *YA* möglich; also gilt ‚*YA* ist Nicht-*B*'. Deshalb haben wir aus der Annahme, ‚*A* ist *B*' sei falsch, erschlossen, dass ‚*YA* ist Nicht-*B*'. Doch umgekehrt zeigen wir aus diesem jenes: Wenn ‚*YA* ist Nicht-*B*', dann ist ‚*A* ist *B*' falsch. Denn wenn ‚*A* ist *B*' wahr wäre, könnte *B* für *A* substituiert werden, und man erhielte ‚*YB* ist Nicht-*B*', was absurd ist.[58]

[57] Vgl. C., 259: „*A* non est *B* idem est quod *YA* est non *B*".

[58] Vgl. C., 261: „(18) Supra dictum est, demonstrandum esse: *A* non est *B* et *QA* est non *B* coincidere seu dicere *A* non est *B*, idem esse ac dicere: datur *Q* tale ut *QA* sit non *B*. Si falsum est *A* est *B*, possibile est *A* non *B* per n. 6. Non *B* vocetur *Q*. Ergo possibile est *QA*. Ergo *QA* est non *B*, itaque posito falsum esse *A* est *B* ostendimus *QA* esse non *B*. Jam contra ex hoc ostendamus illud: *QA* est non *B*, ergo falsum est *A* est *B*. Nam si verum esset

Besonders interessant an diesem Beweis ist, dass Leibniz ausnahmsweise einmal den Existenzquantor $\exists Y$ *explizit* mit den Worten ‚es gibt ein *Y*, so dass' zum Ausdruck bringt und dass er auch die Möglichkeit bzw. Widerspruchsfreiheit des Begriffs *YA expressis verbis* hervorhebt.

Im gleichen Kalkülentwurf (C., 259-261) verwendet Leibniz übrigens einen »unbestimmten Begriff« in der Funktion eines *Allquantors* dazu, die UA gemäß dem Gesetz

Est 5 $\quad A \in B \leftrightarrow \forall Y (Y \in A \rightarrow Y \in B)$

auf eine Allaussage zurückzuführen:

> (15) ‚*A* ist *B*' ist dasselbe wie ‚Wenn *Y A* ist, dann folgt, dass *Y* auch *B* ist'. Das beweisen wir so: Wir nehmen die Aussage ‚*A* ist *B*' an. Ich behaupte, dass sich hieraus ableiten lässt: Wenn *Y A* ist, dann folgt, dass *Y B* ist. Das beweise ich so: Weil *A B* ist, ist also $A = AB$ (gemäß 8). Doch wenn *Y A* ist, wird $Y = YA$ sein. Wenn ich hier für *A* den Wert *AB* substituiere, ergibt sich $Y = YAB$. Also ‚*Y* ist *AB*', also ‚*Y* ist *B*' gemäß 8.
> Also ist bewiesen, dass man aus ‚*A* ist *B*' schließen kann: ‚Wenn *Y* ist *A*, so folgt *Y* ist *B*'. Nun wollen wir umgekehrt aus ‚Wenn *Y A* ist, so folgt, dass *Y B* ist' herleiten ‚*A* ist *B*'. Unter *Y* wird jedoch jeder Begriff verstanden, von dem gesagt werden kann ‚*Y* ist *A*'. Setzen wir, erstere Aussage sei wahr und letztere dennoch falsch; wenn sich hieraus ein Widerspruch ergibt, folgt jedenfalls letztere aus ersterer […]. Es sei diese Aussage ‚*ZA* ist Nicht-*B*' aufgestellt. Doch es gilt schon ‚*ZA* ist *A*'; also ‚*ZA* ist *B*' (denn *ZA* ist unter *Y* enthalten), also ‚*ZA* ist *B*~*B*', was einen Widerspruch darstellt.[59]

A est *B*, posset *B* substitui in locum ipsius *A*, et fieret *QB* est non *B*, quod est absurdum." Vgl. auch den verwandten Beweis von „Axiom 6" in C., 230/231.

[59] Vgl. C., 260: „(15) *A* est *B*, idem est ac dicere si *L* est *A* sequitur quod et *L* est *B*. Hoc demonstrabimus: Assumamus hanc propositionem *A* est *B*. Dico hinc inferri si *L* est *A*, sequitur quod *L* est *B*. Hoc ita demonstro: Quia *A* est *B*, ergo $A \infty AB$ per 8. Jam si *L* est *A*, erit $L \infty LA$. Ubi (pro *A* substituendo valorem *AB*) fit $L \infty LAB$. Ergo *L* est *AB*. Ergo *L* est *B* per 8. Ergo demonstratum est, ex hac: *A* est *B*, inferri hanc: si *L* est *A*, sequitur *L* est *B*. Nunc inverse demonstremus, ex hac: Si *L* est *A* sequitur quod *L* est

Der erste Teilschluss von $A \in B$ und $Y \in A$ auf $Y \in B$ ist trivial und kann gewissermaßen als identitätslogischer Beweis für das Gesetz der Transitivität der $\in$-Relation, Est 2, genommen werden. Auch die umgekehrte Ableitung von $A \in B$ aus der Voraussetzung $\forall Y(Y \in A \rightarrow Y \in B)$ wäre *eigentlich* trivial, weil man ja für die Variable Y speziell A substituieren dürfte, also die Implikation $(A \in A \rightarrow A \in B)$ erhielte, aus der mit dem banalen $A \in A$ *direkt* das gesuchte $A \in B$ folgt. Dieser Schluss stellt einen Spezialfall des allgemeinen Prinzips der »*Elimination*« des Allquantors dar:

All 1 $\quad \forall Y\alpha[Y] \rightarrow \alpha[A]$.

Das korrespondierende Prinzip der *Einführung* eines Allquantors wäre entsprechend so zu formulieren:

All 2 $\quad \alpha[B] \rightarrow \forall Y\alpha[Y]$, sofern die Begriffskonstante B in der Formel $\forall Y\alpha[Y]$ nicht (mehr) vorkommt.

Der im obigen Zitat von Leibniz entwickelte Beweis der Äquivalenz Est 5 (genauer: der Implikation von rechts nach links) stützt sich allerdings nicht direkt auf das Gesetz All 1, sondern erfolgt *indirekt* durch eine *reductio ad absurdum*. Nimmt man an, dass $\forall Y(Y \in A \rightarrow Y \in B)$ wahr, $A \in B$ hingegen falsch ist, so folgt aus $A \notin B$ gemäß dem *zuvor bewiesenen* Neg 5 die Existenz eines Z mit $\mathrm{M}(ZA) \wedge ZA \in {\sim}B$. Da andererseits gemäß Konj 2 $ZA \in A$ gilt und hieraus wegen der Voraussetzung $\forall Y(Y \in A \rightarrow Y \in B)$ auch $ZA \in B$ folgen würde[60], hätte man insgesamt $ZA \in (B{\sim}B)$ im Widerspruch zu $\mathrm{M}(ZA)$!

Eine andere Möglichkeit, die universell affirmative Aussage $A \in B$ mit Hilfe eines Allquantors darzustellen, wird durch das

B, vicissim inferri *A* est *B*. Intelligitur autem *L* quicunque terminus de quo dici potest *L* est *A*. Ponamus illud esse verum, et tamen hoc esse falsum, quodsi inde sequitur absurdum, utique inferetur hoc ex illo [...]. Statuatur ergo haec enuntiatio: *QA* est non *B*. Jam *QA* est *A*. Ergo *QA* est *B* (quia *QA* comprehenditur sub *L*). Ergo *QA* est *B* non *B* quod est abs.“

[60] Denn, wie Leibniz bemerkt, für die universell verwendete Variable *Y* darf man insbesondere den Ausdruck *ZA* substituieren.

folgende Gesetz illustriert, das für die Leibnizsche Theorie der »distribuierten Terme« eine wichtige Rolle spielt:

EST 6 $A \in B \leftrightarrow \forall Y(AY \in B)$.

Der Beweis dieser Äquivalenz ist einfach: Aus $A \in B$ folgt für beliebiges Y mit dem Theorem $AY \in A$ (KONJ 1) gemäß EST 2 $AY \in B$; gilt umgekehrt $\forall Y(AY \in B)$, so erhält man für $Y = A$ insbesondere $AA \in B$, also gemäß KONJ 5 das gesuchte $A \in B$.

Leibniz hat zwar annäherungsweise, aber nie mit letzter Deutlichkeit erkannt, dass der Charakter eines »unbestimmten Begriffs« Y, der in den meisten Formeln als verkappter *Existenz*quantor fungiert, sich beim Übergang zu negierten Formeln in den eines *Allquantors* ändert. Diese Gesetze wären im Rahmen der Quantorenlogik *L2* wie folgt zu präzisieren:

EXIST 3 $\neg \exists Y \alpha[Y] \leftrightarrow \forall Y \neg \alpha[Y]$
ALL 3 $\neg \forall Y \alpha[Y] \leftrightarrow \exists Y \neg \alpha[Y]$.

In diesem Zusammenhang ist vor allem § 112 GI einschlägig, wo Leibniz sich mit der Frage beschäftigt,

> [...] ob Y nicht in einem etwas anderen Sinn zu verstehen ist, wenn man sagt ‚AY ist B', d.h. ‚Ein A ist ein B', als wenn man verneint, dass irgendein A B sei, so dass nicht nur verneint wird, dass ein A ein B sei, bzw. dass dieses unbestimmte A ein B sei, sondern zugleich jedes beliebige aus den unbestimmten A, so dass deshalb der Sinn der Aussage, dass kein A ein B ist, darin besteht, ‚$A\hat{Y}$ ist B' zu verneinen [...]. Wenn ich deshalb sage ‚Ein A ist ein B', dann behaupte ich, dass dieses gewisse A ein B ist. Wenn ich verneine, dass ein A ein B sei bzw. dass dieses gewisse A ein B sei, dann scheine ich nur eine partikulär negative Aussage zu machen. Wenn ich hingegen von jedem beliebigen A, d.h. von diesem A und diesem A verneine, dass es B ist, dann verneine ich, dass $A\hat{Y}\,B$ ist.

Durch Einführung eines neuen Typs eines »unbestimmten Begriffs«, $\hat{Y}$, versucht Leibniz also den Sachverhalt zu erfassen, dass $AY \notin B$ als Formel für ‚Ein A ist nicht ein B' lediglich eine *partikulär* negative Aussage darstellt, während die Verneinung der PA eine *universelle* Aussage ergibt, die von jedem beliebigen A, also von $A\hat{Y}$, negiert, dass es ein B ist. Anders formuliert: Während bei der formalen Repräsentation der PA qua $AY{\in}B$ die Variable Y für einen *Existenz*quantor steht, muss die UN mit Hilfe einer andersartigen Variable $\hat{Y}$, die die Rolle eines *All*quantors spielt, als $A\hat{Y}{\notin}B$ formalisiert werden, d.h. expliziter als $\forall\hat{Y}(A\hat{Y}{\notin}B)$. Doch diese Formel ist natürlich mit dem gleichen Problem behaftet, das schon weiter oben anlässlich der Formalisierung der PA qua „AY est B" zur Sprache kam. So wie $\exists Y(AY{\in}B)$ aus dem Axiom $AB{\in}B$ ableitbar und somit *logisch wahr* war, wird ihre Negation, $\forall\hat{Y}(A\hat{Y}{\notin}B)$, nun *aus logischen Gründen falsch*. Offenkundig muss auch hier die Klausel eingefügt werden, dass der jeweilige Begriff $\hat{Y}$ mit A *verträglich*, d.h. dass die Konjunktion AY *möglich* ist: $\forall\hat{Y}(\mathrm{M}(A\hat{Y}) \rightarrow A\hat{Y}{\notin}B)$.

Leibniz hat mehrere Kriterien dafür entwickelt, wann ein Begriff A ein Individuum bezeichnet und somit einen *Individualbegriff* darstellt – formal $\mathrm{I}(A)$. Der grundlegende Gedanke dabei ist, dass der vollständige Begriff einer singulären Substanz („notio completa substantiae singularis") sämtliche Begriffe oder Eigenschaften enthält, die dem entsprechenden Individuum a zukommen. Da für jedes Individuum a und für jede Eigenschaft B gilt, dass a entweder B oder $\sim B$ besitzt, kann man genauer definieren:

IND 1 $\quad \mathrm{I}(A) \leftrightarrow \forall Y(A{\notin}Y \leftrightarrow A{\in}{\sim}Y)$.[61]

Ein Individualbegriff A ist also ein *maximal-konsistenter* Begriff, der von jedem Paar kontradiktorisch entgegengesetzter Begriffe genau ein Element, d.h. *entweder B oder $\sim B$*, enthält. Insbesondere ist jeder Individualbegriff *per se* widerspruchsfrei:

IND 2 $\quad \mathrm{I}(A) \rightarrow \mathrm{M}(A)$.

[61] Für die alternative Definition $\mathrm{I}(A) \leftrightarrow \forall Y(\mathrm{M}(AY) \rightarrow A = AY)$ vgl. § 72 GI: „Unde si sit [possibile] AY, et terminus Y indefinitus quicunque sit superfluus [...] tunc A est Individuum. Si sit [possibile] terminus AB et A sit individuum, erit B superfluus, seu si $AB = C$ erit $A = C$."

Mit Hilfe der Definition Ind 1 lässt sich nun im Rahmen von *L2* die heute geläufige *Quantifikation über Objekte* als Spezialform einer *Quantifikation über Begriffe*, nämlich über Individualbegriffe, rekonstruieren. Neben den bisherigen, über Begriffe im Allgemeinen laufenden Quantoren $\forall Y$ und $\exists Y$ kann man nämlich *zusätzliche* Quantoren ΛY und $\mathrm{V} Y$ definieren, deren Reichweite jeweils auf *Individualbegriffe eingeschränkt* wird:

Ind 3 $\quad \Lambda X\alpha[X] \leftrightarrow_{df} \forall X(\mathrm{I}(X) \rightarrow \alpha[X])$

Ind 4 $\quad \mathrm{V}X\alpha[X] \leftrightarrow_{df} \exists X(\mathrm{I}(X) \wedge \alpha[X])$.

Die UA ‚Jedes *A* ist ein *B*', die in der extensionalen Prädikatenlogik durch $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ bzw. (mit Hilfe des mengentheoretischen Operators der Elementbeziehung) durch $\forall x(x\varepsilon A \rightarrow x\varepsilon B)$ formalisiert werden kann, lässt sich dann innerhalb der »intensionalen« Begriffslogik *L2* durch die verwandte Formel $\Lambda X(X{\in}A \rightarrow X{\in}B)$ repräsentieren.[62] In Analogie zum früheren Gesetz Est 5, dem zufolge sich die UA, $A{\in}B$, als äquivalent zu $\forall Y(Y{\in}A \rightarrow Y{\in}B)$ erwies, bekommt man so das strukturgleiche Gesetz, bei dem der »normale«, über Begriffe laufende Allquantor $\forall$ einfach durch den über »Gegenstände«, d. h. genauer über Individualbegriffe laufenden Allquantor Λ ersetzt wird:

Est 7 $\quad A{\in}B \leftrightarrow \Lambda X(X{\in}A \rightarrow X{\in}B)$.

Diese Formel lässt sich mit Hilfe des weiteren Grundprinzips beweisen, dass ein Begriff *A* genau dann möglich ist, wenn es einen Individualbegriff *X* gibt, der *A* enthält:

Mögl 8 $\quad \mathrm{M}(A) \leftrightarrow \mathrm{V}X(X{\in}A)$.

Dieses Prinzip ist quasi das syntaktische Pendant zu der im vorherigen Abschnitt erörterten semantischen Bedingung (d), der zufolge die Aussage ‚*A* ist möglich' unter der Bewertung **Val** dann und nur dann wahr wird, wenn der Umfang des Begriffs *A* – im Bereich aller *möglichen* Individuen – nicht-leer

[62] Für die partikulär affirmative Aussage ergibt sich entsprechend die Darstellung $\mathrm{V}X(X{\in}A \wedge X{\in}\mathrm{B})$.

ist. Die heute übliche extensionale Sichtweise, der zufolge ein *Individuum x unter einen Begriff fällt*, $A(x)$, wird in Leibniz' »intensionaler« Logik also dadurch widergespiegelt, dass der *Individualbegriff* X den entsprechenden Begriff *enthält*, $X{\in}A$.

Der Beweis von Est 7 kann dann wie folgt geführt werden. Die Implikation von links nach rechts ist eine triviale Folge der Transitivität von $\in$. Die Umkehrung hingegen erfordert einen komplizierteren, indirekten Gedankengang. Gelte $\Lambda X(X{\in}A \rightarrow X{\in}B)$, so folgt aus der Annahme, A würde *nicht* den Begriff B enthalten, gemäß Mögl 4 zunächst die Widerspruchsfreiheit des Begriffs $A{\sim}B$. Aus $\mathrm{M}(A{\sim}B)$ kann man mit Mögl 8 die Existenz eines Individualbegriffs X erschließen, der $A{\sim}B$ enthält. Mit $X{\in}A{\sim}B$ gilt aber a fortiori $X{\in}A$, so dass wegen der Voraussetzung $\Lambda X(X{\in}A \rightarrow X{\in}B)$ auch $X{\in}B$, also insgesamt $X{\in}BA{\sim}B$ folgen würde, d. h. X wäre *unmöglich* im Widerspruch dazu, dass mit $\mathrm{I}(X)$ angesichts von Ind 2 insbesondere $\mathrm{M}(X)$ gelten muss.

1.5 Zur »Einbettung« der Syllogistik in den »Allgemeinen Kalkül«

Leibniz hat vor allem in der (in Kapitel 6 genauer zu untersuchenden) Schrift „De Formae Logicae Comprobatione“ vielfältige Versuche unternommen, die Gesetze der Syllogistik als Theoreme seines „Calculus Universalis“ herzuleiten. Diese Beweise umfassen sowohl die »einfachen« Gesetze der Opposition, der Subalternation und der Konversion als auch die gültigen Modi der einzelnen Figuren. Dies setzt natürlich voraus, dass die kategorischen Satzformen durch entsprechende Formeln der Begriffsalgebra *L1* bzw. der quantorenlogischen Erweiterung *L2* repräsentiert werden. Hierfür gibt es die unterschiedlichsten Möglichkeiten.

Die universell affirmative Aussage, $\mathbf{A}(B,C)$, kann in *L1* mittels des fundamentalen $\in$-Operators als *Inklusion* $B\in C$ dargestellt werden. Daraus ergibt sich das folgende, homogene

Schema 1

UA	$B\in C$	UN	$B\in{\sim}C$
PA	$B\notin{\sim}C$	PN	$B\notin C$.

Die Homogeneität besteht darin, dass alle vier Satzformen jeweils nach demselben logischen Grundgedanken formalisiert werden. Das bedeutet, dass – ausgehend z.B. von der UA $\mathbf{A}(B,C)$ – die Formel für die UN gemäß dem Prinzip der *Obversion* als $\mathbf{A}(B,{\sim}C)$ bestimmt wird und die beiden partikulären Satzformen danach als Negation von $\mathbf{A}(B,{\sim}C)$ bzw. als $\neg\mathbf{A}(B,C)$ definiert werden.[63]

Gemäß dem Gesetz Mögl 3 lässt sich die UA in die Aussage „secundi adjecti“ ‚*B* non-*C* non est Ens‘, formal $\neg M(B{\sim}C)$, transformieren. Also gewinnt man das nächste homogene

[63] Wie sich zeigen wird, hat Leibniz selber nur selten mit homogenen Schemata operiert, sondern meist versucht, die Schwierigkeiten, die sich bei einem Beweisversuch ergaben, dadurch zu beheben, dass er z.B. die universellen Satzformen gemäß dem einen, die partikulären hingegen gemäß einem anderen Schema formalisierte.

Schema 2

UA	$\neg M(B{\sim}C)$	UN	$\neg M(BC)$
PA	$M(BC)$	PN	$M(B{\sim}C)$.

Als Variante von *Schema 2* hat Leibniz des Öfteren das folgende Schema in Erwägung gezogen, bei dem die Widerspruchsfreiheit des Begriffs *BC* dadurch ausgedrückt wird, dass dieser Begriff selbst-identisch ist:

Schema 3

UA	$B{\sim}C \neq B{\sim}C$	UN	$BC \neq BC$
PA	$BC = BC$	PN	$B{\sim}C = B{\sim}C$,

Wie in Abschnitt 1.3 erläutert wurde, ist dieser Ansatz jedoch formal inadäquat. Andererseits lässt sich die UA gemäß Est 3 als Identität $B = BC$ darstellen, woraus ein weiteres homogenes Schema resultiert:

Schema 4

UA	$B = BC$	UN	$B = B{\sim}C$
PA	$B \neq B{\sim}C$	PN	$B \neq BC$.

Im Rahmen der Quantorenlogik *L2* ergeben sich zahlreiche weitere Darstellungsmöglichkeiten. Aufgrund des Gesetzes Est 4 lässt sich die UA $B{\in}C$ zunächst durch $\exists Y(B = CY)$ wiedergeben, woraus man per Homogenisierung

Schema 5

UA	$\exists Y(B = YC)$	UN	$\exists Y(B = Y{\sim}C)$
PA	$\forall Y(B \neq Y{\sim}C)$	PN	$\forall Y(B \neq YC)$

erhält. Die weiterhin von Leibniz erdachte Formalisierung der partikulär affirmativen Aussage ‚Quoddam *B* est *C*' durch ‚*YB* est *C*' im Sinne von $\exists Y(BY{\in}C)$ muss, wie weiter oben erläutert, durch die Zusatzforderung $M(BY)$ ergänzt werden. Daraus ergibt sich (wiederum nach Homogenisierung) das

Schema 6

$\forall Y(M(BY) \rightarrow BY{\notin}{\sim}C)$	$\forall Y(M(BY) \rightarrow BY{\notin}C)$
$\exists Y(M(BY) \wedge BY{\in}C)$	$\exists Y(M(BY) \wedge BY{\in}{\sim}C)$.

Bei Leibniz findet sich gelegentlich auch eine Variante, bei der die Inklusionsbeziehung $BY \in C$ gemäß dem Prinzip Est 3 in $BY = CZ$ transformiert wird. So lautet der § 159 der GI lakonisch: „$YA = ZC$ est Partic. Aff." und in „De Formae Logicae Comprobatione" heißt es entsprechend:

> Die partikulär affirmative Aussage ‚Ein *B* ist ein *C*' wird so ausgedrückt:
>
> $XB = YC$.[64]

Der genaue Sinn dieser Formel wäre mit Hilfe zweier Existenzquantoren als $\exists Y \exists Z(YB = ZC)$ zu verdeutlichen. Doch auch diese Bedingung muss wieder durch die Zusatzbedingung der Verträglichkeit von *Y* mit *B* (bzw. von *Z* mit *C*)[65] korrigiert werden, so dass sich (nach Homogenisierung) das komplexe *Schema 7* ergibt:

Schema 7

$\forall Y \forall Z(\mathrm{M}(BY) \rightarrow BY \neq Z{\sim}C)$	$\forall Y \forall Z(\mathrm{M}(BY) \rightarrow BY \neq ZC)$
$\exists Y \exists Z(\mathrm{M}(BY) \wedge BY = ZC)$	$\exists Y \exists Z(\mathrm{M}(BY) \wedge BY = Z{\sim}C)$

Einfacher fallen die beiden folgenden Schemata aus, bei denen die Satzformen mittels nur *eines* Quantors formalisiert werden. Das erste beruht auf dem Gesetz Est 5, dem zufolge $B \in C$ durch $\forall Y(Y \in B \rightarrow Y \in C)$ wiedergegeben werden kann.

Schema 8

$\forall Y(Y \in B \rightarrow Y \in C)$	$\forall Y(Y \in B \rightarrow Y \in {\sim}C)$
$\exists Y(Y \in B \wedge Y \notin {\sim}C)$	$\exists Y(Y \in B \wedge Y \notin C)$.

[64] Vgl. C., 302: „Sed particularis affirmativa Qu. *C* est *B* sic exprimitur: $XB = YC$". Vgl. auch § 89 GI, wo Leibniz die PA „quoddam animal est homo $BY = AZ$" noch weiter in die Formel ‚$BY = ABY$' umwandelt. Dahinter steckt offenbar der Gedanke, ausgehend von der UA ‚Omnis homo est animal', formal $A \in B$, zunächst gemäß Konv 3 zu ‚Quoddam animal est homo' überzugehen, wobei ‚Quoddam *B*' durch *BY* formalisiert wird. Aus der Formel $BY \in A$ gewinnt man dann entweder gemäß Est 4 ($BY = ZA$) oder gemäß Est 3 ($BY = BYA$).

[65] Wenn man explizit $\mathrm{M}(BY)$ fordert, wird die weitere Bedingung $\mathrm{M}(ZC)$ redundant, denn sie folgt angesichts von $BY = ZC$ aus der ersten.

Das zweite hingegen rekurriert auf das Gesetz EST 6, dem zufolge die UA $B \in C$ auch durch die Bedingung $\forall Y(BY \in C)$ dargestellt werden kann. Diese Formel stellt eine Vereinfachung der Leibnizschen Bedingung dar, dass für „jedes beliebige, mit *B* verträgliche *Y*"[66] gilt, dass *BY C* enthält:

Schema 9

$\forall Y(BY \in C)$	$\forall Y(BY \in {\sim}C)$
$\exists Y(BY \notin {\sim}C)$	$\exists Y(BY \notin C)$.

Hieraus gewinnt man schließlich das nachstehende *Schema 10*, bei dem die Satzformen durch »gemischte« Quantoren formalisiert werden. Denn die UA gemäß *Schema 9*, bzw. genauer die Teilformel $YB \in C$, lässt sich mit Hilfe des Gesetzes EST 4 in $\exists Z(YB = ZC)$ verwandeln, so dass man expliziter die Darstellung $\forall Y \exists Z(YB = ZC)$ erhält, also nach Homogenisierung insgesamt

Schema 10

$\forall Y \exists Z(YB = ZC)$	$\forall Y \exists Z(YB = Z{\sim}C)$
$\exists Y \forall Z(YB \neq Z{\sim}C)$	$\exists Y \forall Z(YB \neq ZC)$.

Wie sich bei der Diskussion der Schrift „Mathesis rationis" in Kapitel 6.4 zeigen wird, ist Leibniz im Rahmen seiner Erörterung der »Quantifikation des Prädikates« auf eine (inhomogene) Variante[67] dieses Schemas gestoßen, mit deren Hilfe er es letztendlich geschafft hat, die gesamte Syllogistik begriffslogisch zu verifizieren.

[66] Vgl. das in „Difficultates quaedam logicae" entwickelte Kriterium für die Universalität eines Begriffs, spez. GP 7, 215: „Terminus *A* vel *B* sit universalis, si pro *A* vel *B* substituti potest *YA* vel *YB*, ubi *Y* potest esse quodcunque cum *B* compatibile velut *C*, *F*, etc.". Eine nähere Diskussion findet sich in Abschnitt 2.6. Hier sei nur angemerkt, dass Leibniz' Beschränkung auf *widerspruchsfreie* Begriffe *YB* ausnahmsweise unnötig ist, denn ein widerspruchsvoller Begriff *ZB* enthält ja ebenfalls *C*.

[67] Leibniz stellt dort die UN nämlich nicht mittels eines negativen Begriffs ${\sim}C$ dar, sondern durch die Ungleichung $\forall Y \forall Z(YB \neq ZC)$. Für die PA ergibt sich entsprechend die Formel $\exists Y \exists Z(YB = ZC)$.

2.
KAPITEL

2.
»Einfache« Schlüsse

2.1 Einleitung

Wir beginnen mit einigen kleineren Schriften, in denen Leibniz sich mit logischen Prinzipien auseinandersetzt, die in der Tradition als »einfache« Schlussweisen bezeichnet wurden, weil sie – im Gegensatz zu den Syllogismen – die Konklusion nicht aus *zwei*, sondern nur aus einer einzigen Prämisse erschließen. Innerhalb der sog. *Aristotelischen* Syllogistik, in der man ohne negative Begriffe auskommt, sind dies die Gesetze der Opposition, der Subalternation und der Konversion.[1] Im Rahmen der sog. *Scholastischen* Syllogistik kommen Prinzipien der Kontraposition und der Obversion hinzu.

Hinsichtlich der *Opposition* folgte Leibniz ganz der traditionellen Lehrmeinung, dass die UA und die PN ebenso wie die UN und die PA jeweils kontradiktorisch, d. h. als Negationen, entgegengesetzt sind:

Opp 1 $\quad \mathbf{A}(B,C) \leftrightarrow \neg\mathbf{O}(B,C)$
Opp 2 $\quad \mathbf{E}(B,C) \leftrightarrow \neg\mathbf{I}(B,C)$.

Die einzigen diesbezüglichen Probleme betreffen die Frage, wie man diese Satzformen bzw. ihre Verneinungen »umgangssprachlich«, d. h. im logischen Jargon von ‚omne', ‚quoddam', ‚nullum', ‚est' und ‚non', genau ausdrücken kann. Lässt man die Negation von Begriffen zu, so könnte man ja aus der UA ‚Omne *B* est *C*' mittels eines einzigen Negationsausdrucks ‚non' im Prinzip fünf verschiedene Formeln erzeugen:

Non(Omne *B* est *C*);
(Non-omne) *B* est *C*;

[1] Vgl. A VI 4, 235: „*Consequentiae* sunt vel simplices vel syllogisticae. *Consequentiae simplices* in scholis celebratae sunt *Oppositio*; *Subalternatio*; *Conversio*."

Omne non-B est C;
Omne B non est C;
Omne B est non-C.

Und die inferentiellen Beziehungen zwischen solchen Ausdrücken werden natürlich noch wesentlich komplizierter, wenn sich die Anzahl der Negationszeichen auf zwei, drei, vier oder gar fünf erhöht. Wie in Lenzen (1986) gezeigt wurde, hatte Leibniz Zeit seines Lebens heftig damit zu kämpfen, die logischen Zusammenhänge zwischen diesen Formeln – insbesondere die Unterscheidung zwischen ‚B non est C‘ und ‚B est non C‘ – zu durchschauen. Die folgenden Fragmente geben einen kleinen Einblick in diese Problematik.

Die Lehre der *Subalternation* besagt, dass aus einer universellen Aussage die jeweils partikuläre folgt, also aus der UA die PA und aus der UN die PN:

Sub 1 $\mathbf{A}(B,C) \to \mathbf{I}(B,C)$
Sub 2 $\mathbf{E}(B,C) \to \mathbf{O}(B,C)$.

Auch Leibniz ging eigentlich stets von der selbstverständlichen Geltung dieser Schlüsse aus. Die moderne Logik beharrt jedoch spätestens seit Couturat[2] darauf, dass aus der UA ‚Alle B sind C‘ *streng genommen nicht* die PA ‚(Mindestens) Ein B ist ein C‘ folgt. Denn die als $\forall x(B(x) \supset C(x))$ zu analysierende UA ist bereits dann wahr, wenn es überhaupt keinen Gegenstand x mit der Eigenschaft B gibt, d. h. wenn gilt $\forall x \neg B(x)$. Die Wahrheitsbedingung für eine *materiale Implikation* wird nämlich üblicherweise so bestimmt, dass $(\alpha \supset \beta)$ dann und nur dann falsch ist, wenn α wahr, β hingegen falsch ist. Deswegen folgt aus $\neg\alpha$ logisch $(\alpha \supset \beta)$ bzw. – im Blick auf die Frage der Subalternation – aus $\neg B(x)$ folgt logisch $(B(x) \supset C(x))$, egal welches Prädikat C man wählt. Ist somit der Prädikatbegriff B »leer«, d. h. gilt für alle $x \neg B(x)$, so gilt a fortiori $\forall x(B(x) \supset C(x))$, d. h. die UA wird wahr.

[2] Vgl. Couturat (1901), S. 9, Fn. 4

Die PA hingegen ist in diesem Fall falsch, denn wegen $\forall x \neg B(x)$ gilt ja $\neg\exists x B(x)$ und damit erst recht $\neg\exists x(B(x) \wedge C(x))$.

Auf diesen Einwand sind verschiedene Reaktionen möglich. Erstens könnte man einfach als Zusatzvoraussetzung fordern, dass Begriffe, mit denen man in der Logik operiert, stets »nichtleer« sind. Zweitens könnte man bestreiten, dass $\forall x(B(x) \supset C(x))$ eine adäquate logische Analyse der umgangssprachlichen Aussage ‚Alle *B* sind *C*' darstellt. Mit anderen Worten, man beharrt darauf, dass die UA eigentlich einen »existential import« besitzt, d. h. dass sie – ganz im Sinne von Sub 1 – die Existenz mindestens eines *x* mit der Eigenschaft *B* impliziert. Dies könnte im Rahmen der Prädikatenlogik so umgesetzt werden, dass man die UA nicht länger durch die Formel $\forall x(B(x) \supset C(x))$ wiedergibt, sondern mittels der Zusatzbedingung, dass der Subjektbegriff *B* nicht leer ist. Bei diesem Vorgehen entstünde dann aber das Problem, dass die üblichen Oppositionsprinzipien nicht mehr in Strenge gelten, denn für einen »leeren« Begriff *B* wäre die UA zusammen mit der PA falsch.

Leibniz hingegen hat einen dritten Weg beschritten. Er setzt in gewisser Weise voraus, dass die Grundbegriffe, die in die Bildung der kategorischen Satzformen eingehen, zumindest *logisch widerspruchsfrei* sind. Anlässlich der Diskussion der »Difficultates quaedam logicae« wird sich zeigen, ob diese Annahme das Problem der Subalternation zu lösen vermag. In diesem Zusammenhang muss insbesondere auch Leibniz' Vorschlag erörtert werden, zwischen zwei Lesarten der kategorischen Aussagen zu unterscheiden: einer »existentiellen«, die sich auf einen Gegenstandsbereich von tatsächlich existierenden Individuen bezieht, und einer »essentiellen«, bei der der (weit größere) Bereich aller *möglichen* Individuen zugrunde gelegt wird.

Hinsichtlich der Gesetze der *Konversion* war Leibniz sich offenbar nicht immer ganz sicher. Zwar stand für ihn die »einfache« Konversion der PA bzw. der UN außer Frage:

Konv 1 $\quad \mathbf{I}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{I}(C,B)$
Konv 2 $\quad \mathbf{E}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{E}(C,B)$.

Auch das folgende Prinzip der »akzidentellen« Konversion der UA hat er meistens als unproblematisch angesehen:

Konv 3 $\mathbf{A}(B,C) \to \mathbf{I}(C,B)$.

Lediglich bei der Erörterung der „Difficultates quaedam logicae" bemerkte er, dass dieses Gesetz insofern problematisch ist, als in der Konklusion $\mathbf{I}(C,B)$ die Existenz mindestens eines Dinges vorausgesetzt wird, während die Prämisse $\mathbf{A}(B,C)$ dieses nicht unbedingt erfordert.

Im Übrigen zeigen sich in Leibniz' frühen Schriften deutliche Unsicherheiten im Umgang mit der (Konversion durch) *Kontraposition* sowie der verwandten *Obversion*:

Kontra 1 $\mathbf{A}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{A}({\sim}C,{\sim}B)$
Obv 1 $\mathbf{E}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{A}(B,{\sim}C)$
Obv 2 $\mathbf{O}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{I}(B,{\sim}C)$.

Überhaupt stellt der korrekte Umgang mit negativen bzw. »infiniten« Begriffen die größte Crux seiner Logik dar.

Ein weiteres Thema, das in diesem Kapitel angeschnitten wird, obwohl es nicht wirklich zu den »einfachen« Schlüssen gehört, sind die logischen Besonderheiten *singulärer* Aussagen. Zwar spielen singuläre Aussagen in Leibniz' Schriften zur Syllogistik im Allgemeinen nur eine ganz periphere Rolle.[3] Dennoch muss im Folgenden die – für moderne Logiker ziemlich merkwürdig klingende – Frage erörtert werden, ob singuläre Aussagen mit universellen oder mit partikulären »äquivalent« sind, ein Punkt, den Leibniz sowohl in der frühen „Dissertatio de Arte Combinatoria" als auch in dem Spätwerk „Difficultates quaedam Logicae" diskutiert.

[3] Das gilt auch für die anderen logischen Werke, in denen sich Leibniz um die Entwicklung eines »Allgemeinen Kalküls« der Begriffslogik bemüht. In der ausführlichsten Schrift, den *Generales Inquisitiones* von 1686, tauchen singuläre Terme bzw. Individualbegriffe nur im Zusammenhang mit der Erörterung der Existenz auf (§§ 71–74). Bezeichnenderweise enthält der Sachindex von Schupps Edition überhaupt keinen einschlägigen Eintrag wie ‚singuläre Aussage', ‚singulärer Term', etc.