

Maik Aplitz

**PRÜFUNGSTRAINING
MATHEMATIK 2022
FACHOBERSCHULE
SACHSEN**

Maik Apitz
Prüfungstraining Mathematik 2022
Fachoberschule Sachsen

Maik Apitz

**Prüfungstraining
Mathematik 2022
Fachoberschule Sachsen**

Bildung

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über dnb.dnb.de abrufbar.

© 2021 Maik Apitz

Herstellung und Verlag: BoD – [Books on Demand](http://www.bod.de), Norderstedt

ISBN: 978-3-7543-6889-3

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	4
Einleitung	11

A: Mathematische Grundlagen

A1 Prozentrechnung	12
A2 Potenzen	12
A3 Termstruktur	13
A4 Lineare Funktionen	14
A5 Quadratische Funktionen	14
A6 Nullstellen	15
A7 Achsenschnittpunkte	15
A8 Ungleichungen	16
A9 Lineare Gleichungssysteme	16
A10 Punktprobe	16
A11 Bruchterme	17
A12 Bruchgleichungen	17
A13 Definitionsbereich gebrochene Funktion	18
A14 Nullstelle, Polstelle, hebbare Lücke	18
A15 Integralrechnung	19
A16 Vektorrechnung	20
A17 Elementargeometrie	21

B: Ganzrationale Funktionen

B1 Kurvendiskussion	21
B2 Kurvendiskussion	22
B3 Kurvendiskussion	22
B4 Kurvendiskussion	23
B5 Steckbriefaufgabe	23
B6 Steckbriefaufgabe	24
B7 Steckbriefaufgabe	24

B8 Steckbriefaufgabe.....	24
B9 Steckbriefaufgabe.....	24
B10 Extremwertaufgabe.....	25
B11 Extremwertaufgabe.....	25
B12 Extremwertaufgabe.....	25
B13 Extremwertaufgabe.....	26
B14 Integralrechnung.....	26
B15 Integralrechnung.....	26
B16 Integralrechnung.....	27
B17 Integralrechnung (Steckbriefaufgabe).....	27
B18 Funktion mit Parameter (Funktionenschar).....	27
B19 Funktion mit Parameter (Funktionenschar).....	28
B20 Funktion mit Parameter (Funktionenschar).....	28

**C: Gebrochenrationale Funktionen,
Exponentialfunktionen zur Basis e**

C1 Gebrochenrationale Funktion.....	29
C2 Gebrochenrationale Funktion.....	30
C3 Gebrochenrationale Funktion.....	31
C4 Gebrochenrationale Funktion.....	31
C5 Exponentialfunktion zur Basis e.....	32
C6 Exponentialfunktion zur Basis e.....	32
C7 Exponentialfunktion zur Basis e.....	33
C8 Exponentialfunktion zur Basis e.....	34

D: Vektorrechnung

D1 Länge, Punkte.....	35
D2 Dreieck, Länge, Punkte.....	35
D3 Länge, Punkte.....	35
D4 Skalarprodukt, Vektorprodukt.....	36
D5 Länge, Orthogonalität.....	36
D6 Dreieck, Viereck.....	36
D7 Dreieck, Viereck.....	37

D8 Aufstellen von Geraden.....	37
D9 Aufstellen von Geraden, Punktprobe.....	38
D10 Lagebeziehung von Geraden.....	38
D11 Lagebeziehung von Geraden.....	38
D12 Lagebeziehung von Geraden.....	38
D13 Lagebeziehung von Geraden.....	39
D14 Lagebeziehung von Geraden.....	39
D15 Lagebeziehung von Geraden.....	39
D16 Lagebeziehung von Geraden.....	40
D17 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	40
D18 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	40
D19 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	41
D20 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	41
D21 Lagebeziehung Ebene und Gerade.....	42
D22 Lagebeziehung Ebene und Gerade.....	42
D23 Lagebeziehung Ebene und Gerade.....	42
D24 Lagebeziehung Ebene und Gerade.....	43
D25 Komplexaufgabe.....	43

Lösungen

Lösung A1 Prozentrechnung.....	45
Lösung A2 Potenzen	46
Lösung A3 Termstruktur	47
Lösung A4 Lineare Funktionen	48
Lösung A5 Quadratische Funktionen.....	52
Lösung A6 Nullstellen	53
Lösung A7 Achsenschnittpunkte	57
Lösung A8 Ungleichungen	59
Lösung A9 Lineare Gleichungssysteme.....	60
Lösung A10 Punktprobe.....	61
Lösung A11 Bruchterme	62
Lösung A12 Bruchgleichungen.....	64
Lösung A13 Definitionsbereich gebrochene Funktion	67

Lösung A14 Nullstelle, Polstelle, hebbare Lücke	68
Lösung A15 Integralrechnung.....	72
Lösung A16 Vektorrechnung	77
Lösung A17 Elementargeometrie	78
Lösung B1 Kurvendiskussion.....	81
Lösung B2 Kurvendiskussion.....	87
Lösung B3 Kurvendiskussion.....	94
Lösung B4 Kurvendiskussion.....	101
Lösung B5 Steckbriefaufgabe	108
Lösung B6 Steckbriefaufgabe	109
Lösung B7 Steckbriefaufgabe	110
Lösung B8 Steckbriefaufgabe	112
Lösung B9 Steckbriefaufgabe	113
Lösung B10 Extremwertaufgabe.....	115
Lösung B11 Extremwertaufgabe.....	118
Lösung B12 Extremwertaufgabe.....	120
Lösung B13 Extremwertaufgabe.....	122
Lösung B14 Integralrechnung.....	124
Lösung B15 Integralrechnung.....	128
Lösung B16 Integralrechnung.....	131
Lösung B17 Integralrechnung (Steckbriefaufgabe)	133
Lösung B18 Funktion mit Parameter (Funktionenschar).....	134
Lösung B19 Funktion mit Parameter (Funktionenschar).....	136
Lösung B20 Funktion mit Parameter (Funktionenschar).....	137
Lösung C1 gebrochenrationale Funktion.....	140
Lösung C2 gebrochenrationale Funktion.....	147
Lösung C3 gebrochenrationale Funktion.....	152
Lösung C4 gebrochenrationale Funktion.....	156
Lösung C5 Exponentialfunktion zur Basis e	160
Lösung C6 Exponentialfunktion zur Basis e	163
Lösung C7 Exponentialfunktion zur Basis e	166
Lösung C8 Exponentialfunktion zur Basis e	169
Lösung D1 Länge, Punkte.....	171
Lösung D2 Dreieck, Länge, Punkte.....	171

Lösung D3 Länge, Punkte.....	174
Lösung D4 Skalarprodukt, Vektorprodukt	174
Lösung D5 Länge, Orthogonalität	176
Lösung D6 Dreieck, Viereck	177
Lösung D7 Dreieck, Viereck	180
Lösung D8 Aufstellen von Geraden	183
Lösung D9 Aufstellen von Geraden, Punktprobe	184
Lösung D10 Lagebeziehung von Geraden	186
Lösung D11 Lagebeziehung von Geraden	188
Lösung D12 Lagebeziehung von Geraden	190
Lösung D13 Lagebeziehung von Geraden	192
Lösung D14 Lagebeziehung von Geraden	194
Lösung D15 Lagebeziehung von Geraden	195
Lösung D16 Lagebeziehung von Geraden	197
Lösung D17 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	200
Lösung D18 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	201
Lösung D19 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	203
Lösung D20 Aufstellen von Ebenen, Punktprobe	204
Lösung D21 Lagebeziehung Ebene und Gerade	207
Lösung D22 Lagebeziehung Ebene und Gerade	208
Lösung D23 Lagebeziehung Ebene und Gerade	208
Lösung D24 Lagebeziehung Ebene und Gerade	209
Lösung D25 Komplexaufgabe	211

Einleitung

Mit den Aufgaben in diesem Taschenbuch können Sie sich auf die Mathematik-Prüfung an den Fachoberschulen in Sachsen am Ende von Klassenstufe 12 (Fachhochschulreife) vorbereiten. Es handelt sich dabei nicht um die Original-Prüfungsaufgaben, sondern um prüfungähnliche Aufgaben zu denen ausführliche Lösungswege dargestellt sind.

Es wird vorausgesetzt, dass die entsprechenden Themen bereits im Unterricht behandelt wurden. Nutzen Sie die Übungsbücher anschließend zur gezielten Prüfungsvorbereitung. Je mehr Aufgaben Sie lösen können, bzw. je mehr Lösungswege Sie nachvollziehen können, desto routinierter werden Sie und können mit ruhigem Gewissen und mathematischem Sachverstand die Prüfung angehen.

Es werden alle vier Themenkomplexe aus der Abschlussprüfung betrachtet. Im Themenkomplex A ist das Verwenden eines Taschenrechners nicht gestattet. Alle Aufgaben dürfen mit Hilfe einer Formelsammlung bearbeitet werden. Für jede der vier Aufgaben werden in der Prüfung 20 Punkte vergeben.

Themenkomplex A – Mathematische Grundlagen

Themenkomplex B – Ganzrationale Funktionen

Themenkomplex C – Gebrochenrationale Funktion/e-Funktion

Themenkomplex D – Vektorrechnung

Eine konstruktive Übungszeit und eine erfolgreiche Prüfung wünscht Ihnen der Mathe-Maik 😊

A1 Prozentrechnung

Lösen Sie die Aufgaben.

- a) Ein grafikfähiger Taschenrechner kostet 84 Euro. Im Rahmen einer Sammelbeschaffung reduziert sich der Stückpreis um 20%. Wie viel Euro muss man demnach noch bezahlen?
- b) Ein Nachhilfelehrer bot bisher Mathestunden für 20 Euro an. Auf Grund gestiegener Ausgaben erhöht er den Preis auf 24 Euro. Um wie viel Prozent hat sich der Stundenpreis gesteigert?
- c) Nach einem mäßigen Niederschlag erhöhte sich die Wassermenge in einer Regentonne um 30%. Dies entspricht 150 Litern zusätzliches Regenwasser. Wie viel Liter Wasser befinden sich nun in der Tonne?
- d) Der Fruchtanteil in einem 250-Gramm-Becher eines Himbeerjoghurts beträgt 6%. Wie viel Gramm Himbeeren sind demzufolge in diesem Becher enthalten?
- e) Der Preis einer Winterjacke wurde um 20% erhöht. Die Jacke kostet nun 144 Euro. Wie viel kostete die Jacke vor der Preiserhöhung?
- f) Der Preis für eine Unze Gold stieg binnen eines Tages von 1800 Dollar um 54 Dollar auf 1854 Dollar. Auf wie viel Prozent erhöhte sich der Goldpreis?

A2 Potenzen

Schreiben Sie die Terme ohne negative Exponenten.

- a) $ab^{-1}c^{-2} =$
- b) $(xyz)^{-3} =$
- c) $-k^{-5} =$
- d) $\frac{3xy^{-1}}{2y^{-2}z^{-3}} =$

$$e) \frac{3}{p^{-n}} =$$

Vereinfachen Sie die Potenzen, so dass eine natürliche Zahl entsteht.

$$f) \frac{3 \cdot 10^4 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^2} =$$

$$g) \frac{2,7 \cdot 10^{-1} \cdot 2,6 \cdot 10^{-2}}{1,8 \cdot 10^{-4} \cdot 3,9 \cdot 10^{-3}} =$$

$$h) \frac{15 \cdot 10^{-7} \cdot 1,2 \cdot 10^3}{2,4 \cdot 10^{-8} \cdot 25 \cdot 10^2} =$$

A3 Termstruktur

Nennen Sie jeweils die Struktur des Terms (Summe, Differenz, Produkt, Quotient, Potenz).

$$a) 3 \cdot (x-2) \cdot y$$

$$b) (3 \cdot x - 2 \cdot y)^2$$

$$c) 3 \cdot x - 2 \cdot y$$

$$d) \frac{3x - 2y}{z + 1}$$

Formen Sie den Term in ein Produkt um.

$$e) a^2 - \frac{4}{9}b^2 =$$

$$f) x^4 - 25 =$$

$$g) 16m^2 + 8m + 1 =$$

$$h) \frac{1}{4}x^2 + \frac{9}{2}xy - 9y^2 =$$

A4 Lineare Funktionen

Bestimmen Sie jeweils die Gleichung der linearen Funktion.

- a) Die lineare Funktion g verläuft durch die Punkte $A(3|1)$ und $B(-2|-2)$.
- b) Die lineare Funktion h verläuft senkrecht zur Funktion $g(x) = 2x - 3$ durch den Punkt $P(5|-2)$.
- c) Die lineare Funktion k hat den Anstieg $m = -4$ und schneidet die Abszissenachse bei 6 .
- d) Die lineare Funktion f verläuft durch die Punkte $A(-1|2)$ und $B(3|4)$. Der Graph von g ist die Normale zu f und schneidet den Graphen von f in dessen Schnittpunkt mit der Ordinatenachse. Nennen Sie jeweils eine Funktionsgleichung.
- e) Die lineare Funktion h schneidet die Ordinatenachse bei 4 und hat eine Nullstelle bei -3 .

A5 Quadratische Funktionen

Nennen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion.

- a) Die Funktion f_1 ist eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(2|-3)$.
- b) Die Funktion f_2 ist eine Parabel mit den Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 5$.
- c) Die Funktion f_3 ist eine an der Abszissenachse gespiegelte Normalparabel, die um drei Einheiten in Richtung der positiven y-Achse nach oben verschoben wurde.
- d) Die Funktion f_4 entsteht durch Verschiebung des Graphen von $p(x) = (x+1)^2 - 1$ um drei Einheiten nach links und zwei Einheiten nach unten.

A6 Nullstellen

Ermitteln Sie die Nullstellen der Funktion.

- a) $f(x) = 2x - 3$
- b) $f(x) = x^2 - 5x + 4$
- c) $f(x) = 2x^2 - 8x$
- d) $f(x) = (x - 3) \cdot (x + 2)$
- e) $f(x) = -x^2 \cdot (x^2 - 1)$
- f) $f(x) = -x^2 - 6x + 27$
- g) $f(x) = 4x^2 - 16ax + 12a^2$

Wie muss der Parameter a gewählt werden, damit die Funktion g keine Nullstelle besitzt?

- h) $g(x) = x^2 - 4x + a$
- i) $g(x) = x^2 + 2ax + 25$

Eine quadratische Funktion hat die Form $p(x) = x^2 + px + q$.

Bestimmen Sie p und q .

- j) Die Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S(4 | 3)$.
- k) Die Normalparabel besitzt die Nullstellen $x_1 = -6$ und $x_2 = 2$.

A7 Achsenschnittpunkte

Ermitteln Sie alle Achsenschnittpunkte der Funktion.

- a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$
- b) $f(x) = x^2 - 4$
- c) $f(x) = 2 \cdot (x + 1)^2 \cdot (x^2 + 4)$
- d) $f(x) = 2x \cdot (x - 2) \cdot (x + 5)$

A8 Ungleichungen

Lösen Sie die Ungleichungen.

- a) $-2 \cdot (3x + 5) + 12 > -10$
- b) $-2 \cdot (x + 2) < -4 \cdot (x + 4)$
- c) $-4x + 10 \cdot (x + 1) + 7 \geq -1 + 5 \cdot (x + 3)$

A9 Lineare Gleichungssysteme

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem.

a)
$$\begin{cases} x + 4 = 2 - y \\ 2 \cdot (2x - y) = -26 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 5x + 4y = -1 \end{cases}$$

- c) Die Summe zweier reeller Zahlen ist 4. Ihre Differenz ist -20. Stellen Sie ein Gleichungssystem auf und lösen Sie es.

A10 Punktprobe

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{a}{4}x^2 - \frac{a}{2}x + 3$ und der Punkt $P(-1 | -2)$.

- a) Bestimmen Sie den Wert a , für den der Punkt P auf dem Graphen von f liegt.
- b) Für den Parameter gilt $a = 3$. Prüfen Sie, ob für diesen Fall der Punkt $R(\frac{1}{3} | \frac{31}{12})$ auf dem Graphen von f liegt.

A11 Bruchterme

Vereinfachen Sie den Bruchterm so weit wie möglich.

$$\text{a) } \frac{3x+6}{4x+8} =$$

$$\text{b) } \frac{10xy+6y}{6xy^2} =$$

$$\text{c) } \frac{10x^2y-5xy}{20x^3y-10x^2y} =$$

$$\text{d) } \frac{3-x}{3x-9} =$$

$$\text{e) } \frac{x^2+4x}{x^2+8x+16} =$$

$$\text{f) } \frac{4x^2-9y^2}{4x^2-12xy+9y^2} =$$

$$\text{g) } \frac{1-x}{1-x^2} =$$

$$\text{h) } \frac{12x^2-20xy}{18x^2-60xy+50y^2} =$$

A12 Bruchgleichungen

Geben Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge der Bruchgleichungen an.

$$\text{a) } \frac{x-1}{x+2} = 3$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x+2} = \frac{x-3}{x+4}$$

$$\text{c) } \frac{2}{2x-4} = \frac{3}{x+1}$$

$$\text{d) } -\frac{2}{x+2} = \frac{1}{x-5}$$

$$\text{e) } \frac{x+1}{x^2-1} = 0$$

A13 Definitionsbereich gebrochene Funktion

Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion f an.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-3}{x}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{x}{x-3}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{(x+2) \cdot (x-1)}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{x+4}{x^2-4}$$

$$\text{e) } f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4x + 3}$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{(x-3) \cdot (x+1)}{x \cdot (x+1)}$$

A14 Nullstelle, Polstelle, hebbare Lücke

Geben Sie jeweils den Definitionsbereich an und untersuchen Sie dann den Graphen von f auf Nullstellen, Polstellen und hebbare Lücken.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x \cdot (x-2)}{(x-2) \cdot (x+1)}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{(x+2) \cdot (x-3)}{(x-5) \cdot (x+2)}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 4x}$$

$$\text{e) } f(x) = \frac{(x+1) \cdot (x-3)}{x^2 - 2x - 8}$$

A15 Integralrechnung

Lösen Sie die Aufgaben mit Hilfe der Integralrechnung.

- Die Funktion $f(x) = -x^2 - 1$ begrenzt mit der x-Achse eine Fläche vollständig. Ermitteln Sie deren Inhalt.
- Die Funktion $f(x) = -3x^2 + 6x$ begrenzt mit der x-Achse eine Fläche vollständig. Ermitteln Sie deren Inhalt.
- Die Funktion $f(x) = x^2 + 2x - 3$ begrenzt mit der x-Achse eine Fläche vollständig. Ermitteln Sie deren Inhalt.
- Berechnen Sie den Wert des bestimmten Integrals

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2} x \cdot (x+1) \right) dx.$$

- Ermitteln Sie den Wert k , so dass gilt: $\int_0^2 \left(kx + \frac{k}{2} \right) dx = 2$.
- Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\int_0^1 (x^2 - x) dx$.
- Berechnen Sie k , so dass gilt: $\int_2^k \left(\frac{2}{x^2} \right) dx = 0,5$.

A16 Vektorrechnung

Lösen Sie die Aufgaben zur Vektorrechnung:

a) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie das Skalarprodukt der beiden Vektoren.

b) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie k , so dass das Skalarprodukt der beiden Vektoren -6 beträgt.

c) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -k \\ k \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie k , so dass die beiden Vektoren orthogonal zueinander verlaufen.

d) Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2k \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ermitteln Sie alle Werte von k , so dass der Vektor \vec{a} eine Länge von $d = 3LE$ besitzt.

e) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Es gilt: $\vec{c} = 2 \cdot \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$.

Ermitteln Sie die Länge des Vektors \vec{c} .

A17 Elementargeometrie

Lösen Sie die Aufgaben.

- Ein Quadrat hat einen Flächeninhalt von $25m^2$. Eine Quadratseite wird um einen Meter verkürzt, die andere um einen Meter verlängert. Um wie viel Quadratmeter verringert sich der Flächeninhalt?
- Ein Würfel hat ein Volumen von 27 Litern. Die Kantenlänge eines zweiten Würfels ist 10cm kürzer. Wie groß ist das Volumen dieses Würfels?
- Ein Kreis hat einen Umfang von 6π cm. Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Kreises.
- Ein Quader ist 8cm lang, 4cm breit und 2cm hoch. Der Quader soll eingeschmolzen werden und in einen Würfel umgeformt werden. Um wie viel Quadratzentimeter ändert sich bei diesem Vorgang der Oberflächeninhalt?
- In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse 13mm lang. Eine der beiden Katheten hat eine Länge von 5mm. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

B1 Kurvendiskussion

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{8}x^2$.

- Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f . Geben Sie die Vielfachheiten der Nullstellen an und deuten Sie diese geometrisch. Geben Sie die Funktionsgleichung von f in der Linearfaktorschreibweise an.
- Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Extrempunkte von f und bestimmen Sie deren Art.
- Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Wendepunktes von f .
- Stellen Sie eine Gleichung der Wendetangente t auf.