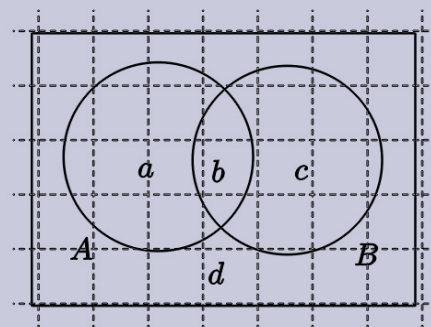
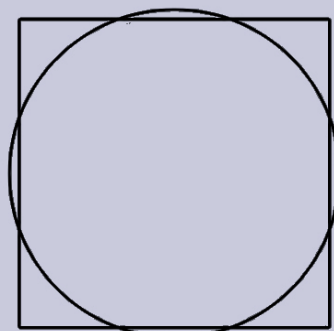
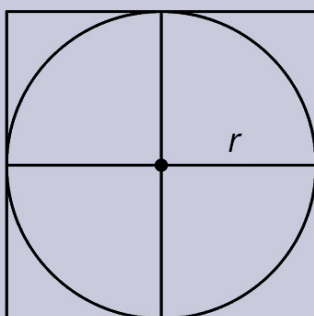


## Roland Schröder

### Geschichte der Mathematik zum Mitrechnen

Von Babylon über Adam Ries in die Neuzeit

### Übungsbuch



# BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei [www.GRIN.com](http://www.GRIN.com) hochladen  
und kostenlos publizieren



## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/> abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlanges. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Coverbild: [commons.wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org)

## **Impressum:**

Copyright © 2017 GRIN Verlag  
ISBN: 9783668572003

## **Dieses Buch bei GRIN:**

<https://www.grin.com/document/379534>

**Roland Schröder**

# **Geschichte der Mathematik zum Mitrechnen**

**Von Babylon über Adam Ries in die Neuzeit**

## **GRIN - Your knowledge has value**

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite [www.grin.com](http://www.grin.com) ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

### **Besuchen Sie uns im Internet:**

<http://www.grin.com/>

<http://www.facebook.com/grincom>

[http://www.twitter.com/grin\\_com](http://www.twitter.com/grin_com)

Roland Schröder

# Geschichte der Mathematik zum Mitrechnen

Von Babylon über Adam Ries in die Neuzeit

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	3
<b>Teil I Mathematik in der Antike und im Orient .....</b>	<b>5</b>
Vorwort zu Teil I.....	5
I.1 Babylonische Mathematik .....	6
I.2 Die Mathematik der Ägypter .....	11
I.3 Griechische Mathematik.....	18
I.4 Die Mathematik im Orient.....	35
Lösungen von Teil I.....	41
<b>Teil II Mathematik im Abendland .....</b>	<b>56</b>
Vorwort zu Teil II .....	56
II.1 Stand der griechischen Mathematik bei Übernahme durch die Römer ....	57
II.2 Aneignungen der arabischen und griechischen Mathematik in Mitteleuropa .....	62
II.3 Das 15. Jahrhundert .....	70
II.4 Adam Ries .....	74
Lösungen zum Teil II.....	80
<b>Teil III Von Cantor bis ins zweite Jahrtausend .....</b>	<b>92</b>
Vorwort zu Teil III.....	92
III.1 Von geometrischen Objekten zu formalen Systemen.....	95
III.2 Von den natürlichen zu den komplexen Zahlen .....	100
III.3 Von der Geometrie zur Analysis.....	105
III.4 Vom Glücksspiel zur Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	110
III.5 Von Zenon bis zu Infinitesimalrechnung.....	114
III.6 Von Diophantischen Gleichungen zu Fermats letztem Satz.....	119
III.7 Von Aristoteles bis Cantor .....	122
Lösungen zum Teil III.....	125
<b>Quellen .....</b>	<b>135</b>

## Vorwort

Einen Zugang zur Mathematik kann man finden, wenn man versucht, ihre Entwicklung im Laufe ihrer Geschichte nachzuvollziehen. Die Geschichte der Mathematik ist kein Schulstoff. Aber der Aufbau des Mathematikunterrichts folgt in gewisser Weise dem Wachstum der Mathematik in den Jahrtausenden der Mathematikgeschichte. Der Mathematikstoff der Schuljahrgänge 1 bis 9 entspricht ziemlich genau den Aufzeichnungen von den Babyloniern (ab ca. 2000 v.Chr.) bis zu Adam Rieses Rechenbüchlin (1574). Hierüber geben die Teile I und II Auskunft. Wer Mathematik lernt, ist geradezu gezwungen, das historisch überlieferte Wachstum der Mathematik nachzuvollziehen. Das liegt am Turmcharakter der Mathematik, der darin besteht, dass jede neue Etage auf einem festen Unterbau ruht. Das gilt für das individuelle Lernen noch mehr als für die Geschichte.

Warum haben die Menschen schon in ihrer frühen Geschichte Fragen gestellt, die wir heute der Mathematik zuordnen? Das Bedürfnis der Menschheit nach Daseinsbewältigung ist naheliegend und hat geradezu zwangsläufig die Mathematik hervorgebracht. Dabei ging es ursprünglich um ganz praktische Fragen, etwa nach der Größe von Objekten der Lebenswelt (Flächen, Anzahlen, Volumina etc.) und Handlungsschritten, die daraus resultierten.

Daneben ging es auch um philosophische Fragen (Religion, Entstehung und Ordnung der Welt). Von hier aus war es nicht mehr weit zu heute so genannten innermathematischen Problemen. Hat die Mathematik erst einmal einen gewissen Reifegrad erreicht, stellt sich nämlich heraus, dass ihr eine Eigenständigkeit innewohnt, die zu Gedankenexperimenten frei von praktischer Anwendbarkeit einlädt. Die Entwicklung von den Anfängen der Mathematik zu neuen Fragen, deren Anwendbarkeit zunächst nicht im Vordergrund stand, wird in Teil III aufgezeigt. Nicht selten waren die Ergebnisse innermathematischer Überlegungen später auch wieder von praktischer Bedeutung. Wenn man den Begriff „Mathematik“ in vollem Umfange erfassen möchte, kann eine Beschäftigung mit der Geschichte der Mathematik dazu beitragen.



Das vorliegende Buch soll die Geschichte der Mathematik nur so weit wiedergeben, wie es zum Nachvollziehen des Turmcharakters sowie des Wesens der Mathematik erforderlich ist. Dafür sind exakte Jahreszahlen und lückenlose Nennung aller historischen Mathematiker entbehrlich. Es wird aber für erforderlich gehalten, überlieferte Rechenverfahren und Rechnungen selbständig durchzuführen und Aufgaben vergangener Jahrhunderte und Jahrtausende wenigstens auf der Basis neuzeitlicher Notation zu lösen. Aus diesem Grunde wird der fortlaufende Text von Aufgaben unterbrochen und der Leser ist aufgefordert, bei jeder Aufgabe inne zu halten und über Lösungsmöglichkeiten nachzudenken. Soweit dies überhaupt gelingen kann, sollten Lösungen im Teil I in der Weise gefunden werden, wie sie überliefert ist. Meistens werden wir aber geneigt sein, die Lösung mit Hilfe der heute üblichen Notation zu finden. Hinweise auf die Lösungswege findet der Leser am Schluss eines jeden Teils. Zur Kontrolle und vor allem bei nicht gelingender Lösung können die gegebenen Lösungen eingesehen werden. Wichtig für das Verständnis der Absicht des vorliegenden Buches ist nur das Innehalten und Nachdenken über einen möglichen Lösungsweg und nicht das Auffinden einer richtigen Lösung.

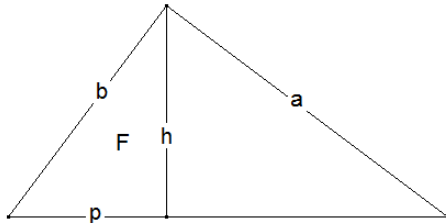
# Teil I Mathematik in der Antike und im Orient

## Vorwort zu Teil I

Wann in der Geschichte der Menschheit zum ersten Mal eine mathematische Fragestellung auftauchte, wissen wir nicht. Über die Vergangenheit erfahren wir insbesondere dann etwas, wenn Aufzeichnungen darüber gefunden wurden. Die vermutlich ältesten Aufzeichnungen mathematischer Fragestellungen wurden im Zweistromland zwischen Euphrat und Tigris gefunden. Hier setzt deshalb der Teil I dieses Buches ein. Sowohl die heute weltweit üblichen Zahlzeichen als auch das System ihrer Niederschrift hatten zahlreiche – zum Teil auch umständliche – Vorgänger, auf die nicht im Einzelnen eingegangen wird. Was aber deutlich werden soll, ist, dass frühere Notationen Schwierigkeiten beim Rechnen nach sich zogen. Operationen mit Zahlen, wie sie heute bereits Grundschulern vermittelt werden, waren ohne Dezimalsystem sehr erschwert. Das Gleiche gilt für die Bruchrechnung vor Einführung der Begriffe Zähler und Nenner. In der klassischen griechischen Mathematik wurden hauptsächlich geometrische Fragen gestellt und die Antworten durch geometrische Konstruktion gefunden. Der Nachweis, dass die Konstruktionen der Griechen zu korrekten Ergebnissen führt, ist heute meistens leicht aber verlangte früher exzellente Mathematiker. Die Objekte, mit denen unsere Vorfahren Mathematik betrieben, waren konkreter Natur, was ihre Abstraktionsleistung im Rahmen des Auffindens einer Lösung umso größer erscheinen lässt. Entsprechendes gilt für das Operieren mit zunächst noch sehr unhandlichen Notationen von Zahlen oder anderen mathematischen Objekten. Der Leser erhält Gelegenheit, solche Operationen insbesondere der Babylonier nachzuvollziehen und erlebt dabei das ganze Ausmaß der Vereinfachung mathematischen Handelns und Denkens im Rahmen der heute üblichen Darstellungssysteme.

## I.1 Babylonische Mathematik

Im Euphrat-Tigris- Gebiet wurden Rechentafeln aus der Zeit um 2000 v.Chr. gefunden. Eine Tafel aus der Zeit um 1800 v.Chr. zeigt eine Aufgabe, die offenbar an Schüler der Mathematik gerichtet ist:



*Ein rechtwinkliges Dreieck wird durch seine Höhe  $h$  in zwei Teilflächen aufgeteilt. Gegeben sind die Katheten  $a$  und  $b$  des rechtwinkligen Dreiecks sowie das Maß der Teilfläche  $F$  an der kürzeren Kathete  $b$ . Gesucht ist die auf der Hypotenuse des Ausgangsdreiecks liegende Kathete  $p$  der Teilfläche  $F$ .*

Die gefundene Tafel zeigt eine Lösungsformel

$$(*) p = \sqrt{\frac{1}{a} \cdot b \cdot 2 \cdot F}.$$

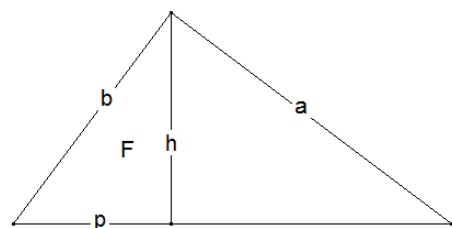
Offenbar kannten die Sumerer das Phänomen der gleichen Seitenverhältnisse in den Teildreiecken eines rechtwinkligen Dreiecks sowie des Dreiecks selbst und die Quadratwurzeln mindestens solcher Brüche, die eine rationale Quadratwurzel haben.

### Aufgabe I.1.1

Nutzen Sie für die Teilaufgaben heutiges Wissen.

- a) Zeigen Sie in nebenstehender Skizze

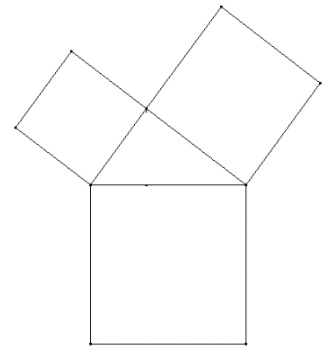
$2F = p^2 \frac{a}{b}$ . Nutzen Sie die Ähnlichkeit des Teildreiecks (mit der Fläche  $F$ ) und des gesamten Dreiecks.



- b) Beweisen Sie die Lösungsformel (\*) der Sumerer.
- c) Gegeben sind die Katheten des Ausgangsdreiecks  $a=4$  und  $b=3$ . Wie groß ist dann die Fläche des Teildreiecks  $F$ ? Nutzen Sie die folgenden beiden Sätze:

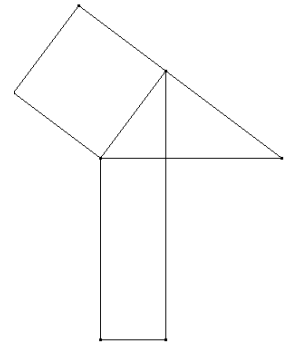
Satz von Pythagoras:

In einem rechtwinkligen Dreieck heißen die beiden kürzeren Seiten Katheten und die längere Seite heißt Hypotenuse. Dann ist die Summe der Quadrate der Kathetenlängen gleich dem Quadrat der Hypotenusenlänge. Anschaulich lässt sich dieser Sachverhalt so darstellen, wie die Abbildung zeigt. Die beiden kleinen Quadrate haben zusammen die gleiche Fläche, wie das große Quadrat.



Kathetensatz von Euklid:

In einem rechtwinkligen Dreieck teilt der Fußpunkt der Höhe auf der Hypotenuse diese in zwei sogenannte Hypotenusenabschnitte. Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich zum Rechteck aus Hypotenuse und demjenigen Hypotenusenabschnitt, der an die genannte Kathete stößt.



Wie der sumerische Aufgabensteller F berechnet hat, wissen wir nicht, denn die Sätze von Pythagoras und Euklid waren noch nicht bekannt. Der Leser darf bei seiner Lösung historisch vorgreifen und die gegebenen Sätze nutzen. Der sumerische Aufgabensteller muss – wie aus dieser Aufgabenstellung hervorgeht – eine Idee vom später nach Pythagoras benannten Satz gehabt haben.

Eine weitere schon von den Sumerern gelöste Aufgabe war diese:

*Von einem Rechteck ist die Summe der Seitenlängen  $x + y$  und der Flächeninhalt  $x \cdot y$  bekannt. Bestimme die Seitenlängen.* Die Sumerer verwendeten zur Lösung folgende Identität:

$$(**) \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + xy$$

Wie die Sumerer auf diese Identität gekommen sind, wissen wir nicht.

## Aufgabe I.1.2

Nutzen Sie für die Teilaufgaben heutiges Wissen.

- a) Weisen Sie die Gültigkeit der Identität (\*\*) nach.

- b) Die Summe  $x+y$  der Seitenlängen eines Rechtecks ist 9, die Fläche  $x \cdot y$  des Rechtecks ist 20. Lösen Sie die Aufgabe ohne Verwendung der Identität (\*\*).
- c) Lösen Sie die Aufgabe b) mit Verwendung der Identität (\*\*).

Für die folgende Aufgabe kannten die Babylonier ebenfalls eine Lösungsformel deren Herkunft im Dunkeln bleibt. Lösungsformeln schrieben die Babylonier nicht in der uns bekannten und hier abgedruckten Form, sondern in einer sprachlichen Beschreibung dessen, was zu rechnen war. Zunächst die Aufgabe:

*Ein Balken der Länge  $b$  lehnt eng an einer zu einer waagerechten Ebene senkrechten Wand. Wie weit muss das unterste Ende des Balkens in der waagerechten Ebene von der Wand weggezogen werden, damit sein oberstes Ende an der Wand um  $h$  nach unten rutscht?*

Die Formel in unserer Schreibweise ( $a$  ist die gesuchte Strecke):

$$(***) a = \sqrt{b^2 - (b - h)^2}$$

Die Formel als Übersetzung des babylonischen Textes:

*Quadriere  $b$ .*

*Subtrahiere  $h$  von  $b$ .*

*Quadriere diese Differenz.*

*Subtrahiere die beiden Quadrate voneinander.*

*Die Quadratwurzel aus der Differenz der Quadrate ist die gesuchte Strecke.*

### Aufgabe I.1.3

Nutzen Sie für beide Teilaufgaben heutiges Wissen.

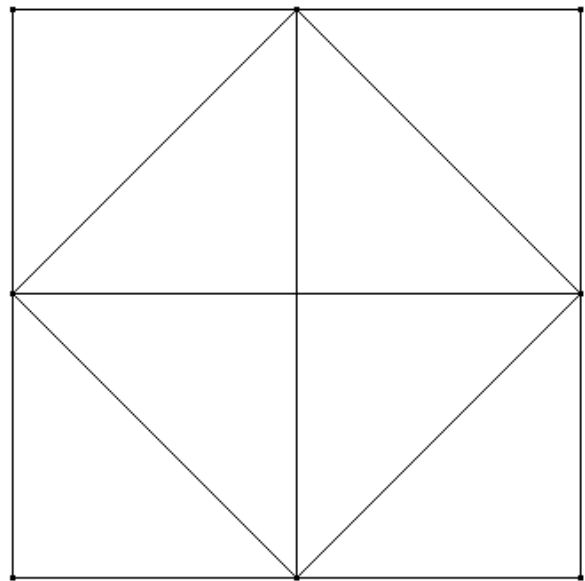
- a) Ein Balken der Länge 30 m lehnt eng an einer zu einer waagerechten Ebene senkrechten Wand. Wie weit muss das unterste Ende des Balkens in der waagerechten Ebene von der

Wand weggezogen werden, damit sein oberstes Ende um 6 m nach unten rutscht?

b) Beweisen Sie die Formel (\*\*\*)).

Es ist – wie wir gesehen haben – naheliegend, anzunehmen, dass die Babylonier bereits eine Ahnung von der Besonderheit rechtwinkliger Dreiecke hatten, die sich später in der Satzgruppe von Pythagoras und Euklid niederschlug.

Auf die Kenntnis des Satzes von Pythagoras weist auch eine altbabylonische Tafel hin, die dieses Bild zeigt:

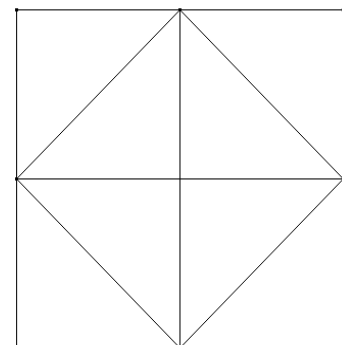


Der Text dazu lautet sinngemäß:  
Ein Quadrat wird in 8 Teile zerlegt.  
Was ist die Fläche jedes Teils?

Naheliegend wäre auch, dass den Babylonern die Seitenlängen 3, 4 und 5 eines rechtwinkligen Dreiecks aufgefallen sind und dass gilt  $3^2+4^2=5^2$ . Dann wird der babylonische Mathematiker auch weitere solche Zahlentripel gesucht und gefunden haben.

#### Aufgabe I.1.4

Setzen sie aus den 8 Dreiecken in nebenstehender Skizze eine Figur zusammen, die einen Spezialfall des Satzes von Pythagoras beweist.



Sicher hatten die Babylonier Tabellen, die zu jeder natürlichen Zahl deren Quadrat angaben. Wenn man diese „rückwärts“ liest, kann man sie als Tabelle zum Wurzelziehen benutzen. Für Zahlen zwischen den Quadratzahlen kannten die Babylonier eine gute Näherung. Um die Wurzel aus  $z$  zu bestimmen suchten die Babylonier zunächst die Tabellenzahl  $a^2$ , die am nächsten an  $z$  liegt und bestimmten dann den Unterschied  $r$  zu  $z$ ,  $z - a^2 = r$  ( $r$  kann auch negativ sein). Dann ist  $a + \frac{r}{2a}$  eine gute Näherung für  $\sqrt{z}$ .

### Aufgabe I.1.5

- a) Bestimmen Sie  $\sqrt{34}$  mit der Näherungsformel  $\sqrt{z} \approx a + \frac{r}{2a}$  auf drei Stellen hinter dem Komma genau.
- b) Begründen Sie, dass die Näherungsformel gute Näherungswerte liefert.