



Klausurbaukasten Statistik

Von
Dr. Andreas Kladroba

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

© 2005 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
www.oldenbourg.de

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Gesamtherstellung: Druckhaus „Thomas Müntzer“ GmbH, Bad Langensalza

ISBN 3-486-57791-3

Vorwort

„Noch ein Übungsbuch zur Statistik?“ Die Frage scheint berechtigt, wenn man sich die Fülle der bereits im Handel angebotenen Bücher ansieht. Was unterscheidet das vorliegende Buch also von seinen Vorgängern (und vielleicht Nachfolgern)?

Neben der Beherrschung des Stoffes besteht sicherlich ein großes Problem bei der Bewältigung einer Klausur in Statistik darin, die vorgegebene Zeit einzuhalten. Geschwindigkeit beim Lösen von Statistik Klausuraufgaben ist aber sicherlich keine Hexerei sondern reine Übungssache. Allerdings beklagen sich viele Studierende immer wieder darüber, dass ihnen entsprechende Musterklausuren nicht oder nur in viel zu geringer Anzahl zur Verfügung stehen. Diesem Umstand möchte das vorliegende Buch Rechnung tragen. Die hier vorgestellten Aufgaben sind alle so angelegt, dass sie von einem gut vorbereiteten Studierenden innerhalb von 10 Minuten zu lösen sein müssten. Dabei sind die einzelnen Teilaufgaben mit Punkten bewertet, die gleichzeitig ein Maßstab für die Bearbeitungszeit sein können (1 Punkt = 1 Minute). Die Studierenden können sich also eigenständig aus den vorliegenden Aufgaben Musterklausuren in den üblichen Längen (1 Stunde, 2 Stunden, 4 Stunden usw.) zusammenstellen. Rein rechnerisch lassen sich aus den insgesamt 174 Aufgaben über 1 Trillion zweistündige Klausuren mit einer Gesamtbearbeitungszeit von fast 250 Billionen Jahren zusammenstellen. Anders ausgedrückt: Man könnte die aktuelle Erdbevölkerung über 40.000 Jahre ununterbrochen mit dem Lösen von Statistikklausuren beschäftigen.

Die Aufgaben sind absichtlich nicht thematisch sortiert, so dass man das Buch auch einfach von vorne nach hinten durchrechnen kann, ohne Gefahr zu laufen, dass sich die Themen allzu schnell wiederholen. Sollte der Leser aber ein Interesse daran haben bestimmte Themen auszuwählen, dann wird dies durch die auf den nächsten Seiten folgende Themenübersicht problemlos ermöglicht.

In der Regel ist es für das Lösen von Statistikaufgaben notwendig, eine Formelsammlung zu verwenden. Natürlich kann hier jede beliebige Formelsammlung benutzt werden. Sollte keine zur Hand sein, schließt das Buch mit einer Sammlung aller zur Lösung der hier gestellten Aufgaben notwendigen Formeln.

Die hier zusammengestellten Aufgaben wurden weitestgehend am Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Universität Duisburg Essen, Campus Essen (früher Universität Essen) bereits als Klausuraufgaben gestellt. Das heißt, sie haben den „Praxistest“ bereits bestanden. Das heißt aber auch, dass die Aufgaben über mehr als 10 Jahre hinweg gesammelt worden sind. Wenn man über einen solchen Zeitraum immer wieder neue Aufgaben erstellen muss, kommt man natürlich ab und zu an einen Punkt, an dem man sich einmal von anderen Autoren inspirieren lässt. Oftmals weiß man nach einer gewissen Zeit nicht mehr, woher man sich seine Anregungen geholt hat. Ich möchte daher an dieser Stelle einerseits den Autorinnen und Autoren für ihre Ideen, die mit in dieses Buch eingeflossen sind, herzlich danken und mich gleichzeitig dafür entschuldigen, dass ich sie hier nicht namentlich aufführen kann. Darüber hinaus möchte ich meinen ehemaligen Kollegen Frau Dr. Karin Linnenbrink und Herrn Dipl.-Volkswirt Michael Westermann danken, dass sie mir verschiedene Aufgaben, die aus ihrer Feder stammen, bereitwillig überlassen haben. Mein letzter Dank gilt dem Oldenbourg Verlag und Herrn Dipl.-Volksw. Martin Weigert für die angenehme Zusammenarbeit.

Trotz aller Sorgfalt wird auch dieses Buch wohl leider nicht frei von Fehlern sein, die natürlich alle ausschließlich auf meine Kappe gehen. Ich wäre Ihnen als Leser daher sehr dankbar, wenn Sie mir Fehler, die Sie finden, über die Adresse klausurbaukasten@yahoo.de mitteilen könnten.

Essen, im Januar 2005

A. Kladroba

Themenübersicht

1. Deskriptive Statistik

Thema	Aufgaben
Eindimensionale Häufigkeitsverteilungen	
Absolute/relative Häufigkeiten	13a + b, 41a + c, 63a + b
Kreisdiagramm, Stabdiagramm	2b, 8b, 41b, 46c
Klassierte Daten	
Histogramm	1a, 7c, 23a, 34a, 51a, 66a, 76e, 77b
Lagemaße	5a, 7b, 19a, 23b + d, 34b, 53a, 66b – d, 76a, 76 c + d, 77b
Streuung	5b, 19b, 23c, 34c, 53b, 76b, 78
Lagemaße/Mittelwerte	
Arithmetisches Mittel	11a, 13c, 14a, 30a, 41d, 44, 47c, 51b, 52b + c, 63d, 72b
Geometrisches Mittel	2a, 11b, 16b, 29b, 47c
Harmonisches Mittel	67b
Median	13d, 14a, 41d, 51b, 63e
Modus	14a, 25a, 41d, 51b, 58f
Streuungsmaße	
Varianz	13c, 51c, 52b, 69b, 72, 74b
Spannweite	24, 72a, 74b
Quartilsabstand	24, 72a
Ginis Dispersionsmaß	24, 72a, 74b
Schiefe	14b + c, 41d, 68a, 74c
Disparität	10, 21, 31, 33, 42a, 50, 56, 65b, 70b, 73, 77a
Zweidimensionale Verteilungen	
Absolute/relative Häufigkeiten	25b + c, 35b, 58a + b
Bedingte Verteilungen	1b, 8a, 18c, 35c, 40b, 43b, 48a, 58c, 63c
Unabhängigkeit	1b, 8a, 35c, 58d
Kovarianz, Korrelation	3, 17, 27a, 30b, 40a, 43, 48c, 58e, 60b, 62a + c,
Regression	
Streuungsdiagramm	18a, 35a, 46b, 48b, 49, 60a

Regressionsgerade	4, 9, 18b, 26, 27a, 36, 42b, 62b
Bestimmtheitsmaß	60c, 69a
Messzahlen	12a + b, 22a, 38a, 79
Wachstumsraten/-faktoren	16, 29, 79
Indextheorie	6, 12c, 15, 20, 28, 37, 38b, 45, 46a, 47a + b, 55, 57, 61, 67a, 70a, 74a
Zeitreihen	
Gleitende Durchschnitte	11c, 22b, 39, 71a, 75a
Trend mit KQ-Methode	32 b + c, 54, 75b, 80a + b
Exponentielles Glätten	32d, 75c, 80c

2. Induktive Statistik

Thema	Aufgaben
Kombinatorik	91c, 103a, 106c, 108c, 118a, 135a, 150b, 152a, 164a, 169a, 174
Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	
Venn-Diagramme	86d, 104a, 129a, 136a, 146c, 166a, 173a
Additionssatz	81a, 86c, 96a, 100a, 111c, 1 [^] 25a
Multiplikationssatz	81a, 91a, 104b, 119a, 146b, 165b
Unabhängigkeit	81b, 86b, 91b, 100b, 108a, 146d
Bedingte Wahrscheinlichkeit	81a, 86b, 91b, 96a, 100a, 104b, 108b, 111b, 119a, 125a, 136a, 164a, 165b
Totale Wahrscheinlichkeit	81c, 100b, 108d, 113b, 119b, 164a, 170b
Bayes'sches Theorem	86e, 166b
Eindimensionale Verteilungen	
Wahrscheinlichkeits-/Dichte-/Verteilungsfunktion	83b, 87a, 87c + d, 93 c + d, 98a + c, 126c, 127a + c, 128a, 135b, 136b, 137a, 162, 168a
Erwartungswert	83a, 87b, 93a, 98b, 107a, 127b, 156a, 162b
Varianz	83b, 87b, 93b, 98b, 107a, 127b, 137b, 156a + b
Mehrdimensionale Verteilungen	
Wahrscheinlichkeits-/Dichtefunktion	89a, 106b, 115a, 124a + b, 130a +

	b, 140, 167a
Randverteilungen	84a, 89b, 115b, 118b, 130c, 167b
Bedingte Verteilungen	84e, 124c, 137d, 167d
Unabhängigkeit	84b, 167c
Kovarianz/Korrelation	89c, 102, 130d, 137c, 168b
Spezielle Verteilungen	
Binomialverteilung	82, 91d, 96b, 101a + c, 108d, 113b, 122a + b, 131b, 142b, 145, 151b, 157b, 165a, 169a, 171a
Hypergeometrische Verteilung	123c, 125b, 131a, 163a
Geometrische Verteilung	96b, 151b, 169a
Poissonverteilung	92a, 109a, 111d, 131c, 158a, 169a
Rechteckverteilung	109c, 117c, 120b, 142a, 153d
Normalverteilung	92b + c, 96b, 100c, 101b, 105b, 109b, 110a, 114a, b, d, 119c, 120c, 132b, 141, 153c, 157a, 168c
Tschebyscheff Ungleichung	101b, 105a, 112b, 117a, 120a, 128b, 132c, 138a, 153a + b
Grenzwertsätze	117b, 132c
Gesetz der großen Zahlen	147b
Stichprobenverteilungen	116a, 147a, 152b
Schätztheorie	
Gütekriterien	90, 99a, 112a, 122c, 133a, 139b, 144, 149, 154b, 160
ML-Schätzer	99b, 104c, 113a, 116b, 123a + b, 139a, 143, 150a, 154a, 159b, 163b, 170a
Konfidenzintervalle	85, 94, 103c, 105c, 110c, 116b, 126, 133b, 158b, 159a, 173b
Testtheorie	
Ein-Stichproben-Tests	88, 94b, 106a, 110b, 114c, 121a, 128b, 134b, 158c, 171b
Zwei-Stichproben-Tests	85b, 121b, 134a
Stichprobentheorie	
Notwendiger Stichprobenumfang	103b, 159a
Geschichtete Stichproben	95, 97, 107b, 126b, 134c, 138b, 148, 152c

Teil 1

Aufgaben zur

**Deskriptiven
Statistik**

Aufgabe 1

a) In 25 Monaten wurden folgende durchschnittliche Lufttemperaturen (in °C) gemessen:

-3	0	5	7	15
18	24	26	20	13
6	2	-5	-2	7
10	16	20	25	26
22	15	11	1	-4

i) Erstellen Sie eine klassierte Häufigkeitsverteilung in den Klassen

-5	bis unter 0°C
0	bis unter 10°C
10	bis unter 17,5°C
17,5	bis unter 25°C
25	bis unter 30°C

(3 Punkte)

ii) Stellen Sie die relativen Häufigkeiten in einem Histogramm graphisch dar.

(3 Punkte)

b) 100 Arbeitnehmer wurden nach ihrer Zufriedenheit mit ihrer Arbeit gefragt.

i) Ergänzen Sie die nachfolgende relative Häufigkeitstabelle anhand der folgenden Aussagen:

- 25% der Befragten waren im öffentlichen Dienst beschäftigt.
- Von den Beschäftigten im öffentlichen Dienst waren 10% sehr zufrieden.
- Keiner der Befragten war mit seiner Arbeit sehr unzufrieden, jeweils ein Viertel war unzufrieden und zufrieden.
- Von den Zufriedenen waren 50% nicht im öffentlichen Dienst.

(3 Punkte)

	Sehr zufrieden	zufrieden	unzufrieden	sehr unzufrieden	Summe
Im Öffentlichen Dienst					
Nicht im Öffentl. Dienst					
Summe					

ii) Sind die Merkmale „Beschäftigung im öffentlichen Dienst“ und „Zufriedenheit“ unabhängig?

(1 Punkt)

Aufgabe 2

- a) Ein Einprodukt Händler möchte seinen Umsatz der letzten fünf Monate analysieren und stellt folgende Statistik der Preise des Produkts mit den zugehörigen abgesetzten Mengen auf:

Monat	1	2	3	4	5
Preis	100	100	110	115	120
Menge in 1000 Stück	12,24	5,8	7,6	10,2	3,54

Wie groß sind die mittlere Preissteigerung, die mittlere Mengenveränderung und die mittlere Umsatzsteigerung? (4 Punkte)

- b) Die Aktien einer Aktiengesellschaft werden von vier Gruppen wie folgt gehalten:

Gruppe	Anteil in %
Banken	10
Versicherungen	15
sonst. Unternehmen	25
Streubesitz	50

Bestimmen Sie die Winkel der Segmente des Kreisdiagramms und skizzieren Sie das Kreisdiagramm. (3 Punkte)

Die Variable „Anteilseigner der Bank“ ist (bitte ankreuzen) (3 Punkte)

nominal skaliert ordinal skaliert metrisch skaliert

diskret stetig

latent manifest

Aufgabe 3

Die Marketingabteilung eines Unternehmens will eine Analyse über den Zusammenhang zwischen der verkauften Stückzahl (Y) (in Mio.) eines ihrer Produkte und den dafür gemachten Ausgaben (in Mio. €) für Zeitungswerbung (X) durchführen. Für die Jahre 1996 - 2003 ergaben sich folgende Werte:

Jahr	y_i	x_i
1996	6	1
1997	7	2
1998	14	4
1999	20	8
2000	18	9
2001	20	4
2002	25	6
2003	10	6

Berechnen Sie die Korrelation zwischen der verkauften Stückzahl und den dafür gemachten Ausgaben für Zeitungswerbung. (10 Punkte)

Aufgabe 4

Die Marketingabteilung eines Unternehmens will eine Analyse über den Zusammenhang zwischen der verkauften Stückzahl (Y) (in Mio.) eines ihrer Produkte und den dafür gemachten Ausgaben (in Mio. €) für Zeitungswerbung (X) durchführen. Für die Jahre 1996 - 2003 ergaben sich folgende Werte:

Jahr	y_i	x_i
1996	6	1
1997	7	2
1998	14	4
1999	20	8
2000	18	9
2001	20	4
2002	25	6
2003	10	6

a) Die Marketingabteilung vermutet einen linearen Zusammenhang zwischen X und Y der Form:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i, \quad i = 1, \dots, 8$$

Dabei sind α und β die Regressionskoeffizienten und u die Störvariable.

Schätzen Sie die unbekanntenen Regressionskoeffizienten und bestimmen Sie die Regressionsgerade. (8 Punkte)

b) Für 2004 sind Werbeausgaben von 7 Mio. € vorgesehen. Mit welcher verkauften Stückzahl kann das Unternehmen rechnen? (2 Punkte)

Aufgabe 5

Bei 100 Studenten wurde die Zeit gestoppt, die sie zum Lösen einer bestimmten Statistikaufgabe benötigen:

Zeit in Minuten	Anzahl der Studenten
0 bis unter 4	20
4 bis unter 5	16
5 bis unter 7	50
7 bis unter 10	14

- a) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median und den Modus dieser Verteilung. (5 Punkte)
- b) Wie lautet die Standardabweichung? (3 Punkte)
- c) Wie groß ist (approximativ) der Anteil der Studierenden, die zwischen 2 und 6 Minuten gebraucht haben? (2 Punkte)

Aufgabe 6

Eine Gruppe trifft sich im Juni und im Juli eines Jahres zu einem Grillabend. Sie kauft dafür die folgenden Lebensmittel zu den genannten Preisen ein:

	Preise (€/kg) Juni	Preise (€/kg) Juli	Mengen (kg) Juni	Mengen (kg) Juli
Würstchen	5,90	6,90	2	1,5
Kotelett	9,90	8,90	1,5	2
Kartoffeln	1,40	1,60	2,5	2,5
Maiskolben	1,50	1,40	1	1,5

- a) Zeigen Sie die Veränderung der Kosten anhand eines geeigneten Indexes auf. (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie je einen Preisindex nach Laspeyres und nach Paasche. (4 Punkte)
- c) Leiten Sie aus den Ergebnissen der Aufgaben a) und b) jeweils einen Mengenindex nach Laspeyres und nach Paasche ab. (3 Punkte)

Aufgabe 7

An der Kasse eines Supermarkts wurden für 30 aufeinanderfolgende Kunden folgende Bedienungszeiten in Sekunden gemessen:

40	20	22	15	18	51
37	42	31	58	33	39
49	22	23	62	42	53
43	44	19	49	39	36
37	38	22	24	32	29

- a) Bestimmen Sie eine klassierte Verteilung der Bedienungszeiten unter Verwendung folgender Klassen:

$(0,20]$, $(20,30]$, $(30,40]$, $(40,50]$, $(50,70]$

Geben Sie die absoluten und die relativen Klassenhäufigkeiten, sowie die kumulierten relativen Klassenhäufigkeiten an. (4 Punkte)

- b) Bestimmen Sie den interpolierten Median der klassierten Verteilung. (3 Punkte)

- c) Stellen Sie die absoluten Häufigkeiten in einem Histogramm graphisch dar.

(3 Punkte)

Aufgabe 8

- a) Eine Untersuchung der Abteilung für Familie und Soziales einer Stadtverwaltung ergab folgende gemeinsame Verteilung der Anzahl der Kinder pro Familie (X) und der Anzahl der PKW der Familie (Y):

X \ Y	1	2	3
0	0,08	0,28	0,04
1	0,10	0,14	0,06
2	0,13	0,08	0,04
3	0,04	0,01	0,00

- i) Bestimmen Sie die Randhäufigkeiten. (2 Punkte)

- ii) Sind die Merkmale X und Y unabhängig? (1 Punkt)

- iii) Bestimmen Sie die mittlere Anzahl der Kinder einer Familie unter der Bedingung, dass die Familie 2 PKW hat. (4 Punkte)
- b) Von 9 Millionen Objekten privaten Haus- und Wohnungsbesitzes entfallen 50% auf Einfamilienhäuser, 25% auf Zweifamilienhäuser, 10% auf Mehrfamilienhäuser und 15% auf Eigentumswohnungen.
- Stellen Sie die relativen Häufigkeiten in einem Kreisdiagramm graphisch dar und beschriften Sie die Kreissegmente. (3 Punkte)

Aufgabe 9

Eine Unternehmensabteilung ist ausschließlich mit der Herstellung eines einzigen Produkts beschäftigt. Für $t = 10$ Perioden wurden folgende Produktionsmengen x und Gesamtkosten y der Abteilung registriert:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	9	12	14	12	12	13	10	11	12	15
y_i	1216	1300	1356	1288	1276	1292	1260	1244	1288	1360

Bestimmen Sie die Regressionsgerade $\hat{y}_t = a + bx_t$ und beurteilen Sie die Güte der Regression mittels des Bestimmtheitsmaßes. (10 Punkte)

Aufgabe 10

Bei einer Lotterie mit 350 Teilnehmern gibt es drei verschiedene Gewinnbeträge $G_1 < G_2 < G_3$ (keine Nieten!). Dabei ist G_3 doppelt so hoch wie G_2 und dieser wiederum doppelt so hoch wie G_1 . Den Betrag G_1 erhalten 200 Teilnehmer, den Betrag G_2 100 Teilnehmer und den Betrag G_3 entsprechend 50 Teilnehmer. Insgesamt werden 600.000 € ausgeschüttet.

- a) Bestimmen Sie die drei Gewinnbeträge. (4 Punkte)
- b) Zeichnen Sie die Lorenzkurve. (3 Punkte)
- c) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten. (3 Punkte)

Aufgabe 11

Ein Unternehmen hat im Jahr 2003 für Büromaterial (in 1000 €) ausgegeben:

Jan	Feb	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
1,0	1,2	1,4	1,3	1,5	1,8	1,6	1,3	1,7	2,0	1,9	1,8

- a) Wie hoch sind die mittleren Ausgaben? (2 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Wachstumsfaktoren und die mittlere Ausgabensteigerung? (3 Punkte)

- c) Berechnen Sie den Trend mit Hilfe gleitender Durchschnitte über drei Perioden, sowie die trendbereinigten Werte. (5 Punkte)

Aufgabe 12

Der für die Beschaffung von Büromaterial zuständige Mitarbeiter eines Unternehmens macht sich Gedanken über die Preisentwicklung von Büroklammern. Das Unternehmen bezieht große und kleine Büroklammern. Der Einkauf dieser Klammern entwickelte sich in den letzten vier Jahren wie folgt:

	Kleine	Große
Preis/Packung 2000 in €	1,-	1,40
Menge (Packungen) 2000	70	30
Preis/Packung 2001 in €	1,05	1,54
Menge (Packungen) 2001	75	28
Preis/Packung 2002 in €	1,12	1,47
Menge (Packungen) 2002	60	25
Preis/Packung 2003 in €	1,17	1,75
Menge (Packungen) 2003	40	50

- a) Geben Sie eine Messzahlenreihe für die Preise der großen Büroklammern an (2000 = 100). (2 Punkte)
- b) Basieren Sie diese Reihe auf das Jahr 2003 um. (3 Punkte)
- c) Berechnen Sie einen Laspeyres-Index für die Preisentwicklung von Büroklammern für 2003 (2000 = 100). (2 Punkte)
- d) Wie würde sich der unter c) berechnete Preisindex nach Laspeyres verändern, wenn man die Mengenangabe nicht in „Packungen“ sondern in „1000 Stück“ machen würde (in jeder Packung sind 2000 Büroklammern)? Begründung! (1 Punkt)
- e) Angenommen die Herstellerfirma der Büroklammern würde kleine Klammern aus ihrem Sortiment nehmen und unser Unternehmen müsste stattdessen zukünftig „mittlere“ Klammern beziehen, die in der Vergangenheit immer gut 10% teurer waren als die kleinen. Beschreiben Sie kurz die Schwierigkeiten, die bei der Berechnung des Laspeyres Preisindex zukünftig damit auftreten. (2 Punkte)

Aufgabe 13

Ein Einzelhändler verkauft an 30 Tagen folgende Stückzahlen eines bestimmten Produktes.

22	28	29	24	23	24
22	32	24	24	25	24
25	28	23	24	25	26
27	25	23	26	27	28
30	26	25	31	27	33

- a) Bestimmen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten der Stückzahlen. (3 Punkte)
- b) Wie hoch war der Anteil der Tage, an denen weniger als 25 Stück verkauft wurden? (2 Punkte)
- c) Berechnen Sie die Standardabweichung. (3 Punkte)
- d) Berechnen Sie das 0,25-Quantil. (2 Punkte)

Aufgabe 14

Ein Einzelhändler verkauft an 30 Tagen folgende Stückzahlen eines bestimmten Produktes.

x_i	n_i
22	2
23	3
24	6
25	5
26	3
27	3
28	3
29	1
30	1
31	1
32	1
33	1

- a) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Modus und den Median. (6 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Richtung der Schiefe unter Verwendung der Fechner'schen Lageregel. (1 Punkte)
- c) Überprüfen Sie das Ergebnis von Aufgabe b), indem Sie das 3. Zentrale Moment berechnen. (3 Punkte)

Aufgabe 15

Für die drei Güter eines Warenkorbes wurden in den Jahren 1999 bis 2003 folgende Preise und Mengen notiert:

Jahr	Gut 1		Gut 2		Gut 3	
	Preis	Menge	Preis	Menge	Preis	Menge
1999	10	100	60	100	30	100
2000	12	110	60	97	19	120
2001	12	100	50	100	18	100
2002	15	80	65	90	24	90
2003	20	50	70	80	30	60

- a) Berechnen Sie einen Preisindex nach Laspeyres und einen Mengenindex nach Paasche für das Jahr 2003 zum Basisjahr 1999. (4 Punkte)
- b) Leiten Sie aus den unter a) berechneten Indizes einen Wertindex ab. (2 Punkte)
- c) Berechnen Sie einen Preisindex nach Laspeyres für 1999 zum Basisjahr 2003 und zeigen sie daran, dass der Laspeyresindex die Zeitumkehrprobe nicht erfüllt. (4 Punkte)

Aufgabe 16

Der Preis eines Gutes entwickelte sich in den Jahren 1999 – 2003 wie folgt:

Jahr	1999	2000	2001	2002	2003
Preis	10	12	12	15	20

- a) Berechnen Sie für den Preis des Gutes die Wachstumsraten und Wachstumsfaktoren. (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie die durchschnittliche Wachstumsrate des Preises. (2 Punkte)
- c) Angenommen der Preis wächst in den folgenden Jahren konstant um 10 % pro Jahr. Nach wie viel Jahren beträgt er 30 €? (3 Punkte)

- d) Angenommen der Preis des Gutes wäre in einem Jahr um 10% gestiegen und im Folgejahr um 10% gefallen. Um wie viel Prozent hat sich der Preis dann insgesamt verändert? (2 Punkte)

Aufgabe 17

15 Schwimmer verschiedenen Alters erbrachten in Wettkämpfen über 50 m Brustschwimmen die folgenden Zeiten:

Alter	Zeiten in Sekunden		
28	37	40	42
30	39	40	45
32	40	38	42
34	42	44	45
36	42	46	48

- a) Stellen Sie eine Häufigkeitstabelle auf und bestimmen Sie die Randhäufigkeiten. (3 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Kovarianz zwischen dem Alter der Schwimmer (X) und der Zeit (Y). Sind die Variablen unabhängig? (7 Punkte)

Aufgabe 18

15 Schwimmer verschiedenen Alters erbrachten in Wettkämpfen über 50 m Brustschwimmen die folgenden Zeiten:

Alter	28	28	28	30	30	30	32	32	32	34	34	34	36	36	36
Zeit	37	40	42	39	40	45	38	40	42	42	44	45	42	46	48

- a) Zeichnen Sie das Streudiagramm. (2 Punkte)
- b) Schwimmlehrer A vermutet einen linearen Zusammenhang zwischen dem Alter und der Leistungsfähigkeit der Schwimmer der Form

$$\hat{y}_i = a + bx_i$$

Schätzen Sie die unbekanntenen Regressionsparameter a und b und bestimmen Sie die Regressionsgerade \hat{y} . Hinweis: Es sind $\bar{y} = 42$ und $s_{xy} = 5,4\bar{6}$ (4 Punkte)

- c) Bestimmen Sie die mittlere Schwimmzeit unter der Bedingung, dass nur die 30jährigen Schwimmer betrachtet werden. (4 Punkte)

Aufgabe 19

Der Chef eines Unternehmens möchte sich über die täglich anfallenden Anfahrtswege seiner Mitarbeiter informieren. Vom Personalbüro wird ihm dazu folgende Tabelle übersandt:

km	Anzahl der Beschäftigte
[0,1)	7
[1,5)	24
[5,15)	35
[15,30)	18
[30,50)	16

- a) Wie groß sind das arithmetische Mittel (näherungsweise!), der interpolierte Median und der Modus der klassierten Verteilung? (6 Punkte)
- b) Bestimmen Sie näherungsweise die Varianz der klassierten Verteilung. Warum kann die Varianz nur näherungsweise bestimmt werden? (4 Punkte)

Aufgabe 20

- a) Wie groß ist die folgende Kovarianz C zwischen Preismesszahlen a_i und Mengemesszahlen b_i , gewogen mit den Ausgabenanteilen g_i zur Basiszeit?

$$C = \sum (a_i - P_{0t}^L)(b_i - Q_{0t}^L)g_i \quad \text{mit: } g_i = \frac{p_{i0}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} \quad (4 \text{ Punkte})$$

- b) Nach dem hiermit bestimmten Zusammenhang (nach L. v. Bortkiewicz) lässt sich aus den folgenden Angaben

- nominale Zunahme 50% (also $W_{0t} = 1,5$)
- reale (volumenmäßige) Zunahme 20% (also $Q_{0t}^L = 1,2$)
- Kovarianz $C = +0,12$

der Laspeyres-Preisindex wie folgt berechnen: (2 Punkte)

- c) Wie groß ist P_{0t}^L , wenn für die Kovarianz gilt $C = -0,24$ (die anderen Angaben bleiben unverändert)? (1 Punkt)
- d) Nennen Sie drei Situationen, in denen ein Laspeyres-Index den gleichen Zahlenwert annimmt wie ein Paasche-Index? (3 Punkte)

Aufgabe 21

Fünf Personen A, B, C, D und E treffen sich zu einer Pokerpartie. Zu Beginn ($t = 1$) hat jeder 200 €. Nach einer Stunde ($t = 2$) sieht die Verteilung des Geldes wie folgt aus:

Person	A	B	C	D	E
€	50	100	150	200	500

Das Spiel endet nach zwei Stunden ($t = 3$) damit, dass E den gesamten Einsatz gewonnen hat und die anderen vier „pleite“ sind.

Beschreiben Sie die Disparität zu den drei Zeitpunkten sowohl graphisch als auch numerisch. (10 Punkte)

Aufgabe 22

- a) Über die Preisentwicklung eines Produktes in den letzten sechs Jahren sowie über die Preismesszahlenreihen $m_{00,t}$ und $m_{03,t}$ sei folgendes bekannt:

t	p_t	$m_{00,t}$	$m_{03,t}$
1998	8,80		
1999	9,20		
2000			
2001		1,1	
2002		1,28	1,024
2003	12,50		

Ergänzen Sie die Tabelle.

(4 Punkte)

- b) Das Sozialprodukt (in Mrd. US-\$) eines Staates möge in den Jahren 1987 – 1996 die folgende Entwicklung genommen haben:

Jahr	Sozialprodukt
1987	400
1988	420
1989	428,4
1990	428,4
1991	449,82
1992	494,8
1993	534,39
1994	561,11
1995	572,33
1996	575,19

- i) Bestimmen Sie den Trend in dieser Zeitreihe mit Hilfe eines gleitenden Durchschnitts über drei Perioden sowie die trendbereinigten Werte. (4 Punkte)
- ii) Wie groß ist die durchschnittliche Wachstumsrate des Sozialprodukts? (2 Punkte)

Aufgabe 23

Gegeben sei die folgende Verteilung:

Klasse von... bis unter...	n_i	\bar{x}_i	s_i^2
0 - 20	20	12	0,3
20 - 35	12	25	1,4
35 - 50	6	42	2,6
50 - 90	10	70	3
90 - 120	2	100	4,2

- a) Stellen Sie die relativen Häufigkeiten graphisch dar. (2 Punkte)
- b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel. (2 Punkte)
- c) Berechnen Sie die Standardabweichung. (4 Punkte)
- d) Bestimmen Sie den Modus der Verteilung. (2 Punkte)

Aufgabe 24

Student S arbeitet ein halbes Jahr als studentische Hilfskraft. Dabei verdient er im Monat (in €):

Januar	Februar	März	April	Mai	Juni
467	523	399	602	488	478

- a) Bestimmen Sie den Median und den Modus. (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie die Spannweite, den Quartilsabstand und das Gini-Dispersionsmaß. (7 Punkte)

Aufgabe 25

Bei einer Umfrage wurden 100 Personen gefragt, ob sie ein Auto (Variable X) und einen DVD-Player (Variable Y) besitzen. Dabei antworteten:

Auto	
ja	60
nein	40

DVD	
ja	45
nein	55

- a) Bestimmen Sie für die Variable X ein sinnvolles Lagemaß. (2 Punkte)
- b) Angenommen, es handele sich bei den beiden Verteilungen um die Randverteilungen einer zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung. Wie müsste diese aussehen, wenn die beiden Variablen unabhängig wären? (2 Punkte)
- c) Wie viel Prozent der Autobesitzer besitzen in diesem Fall (Unabhängigkeit) auch einen DVD-Player? (2 Punkte)
- d) Handelt es sich bei der Variable Y um eine Bestands- oder Bewegungsmasse und um eine diskrete oder stetige Variable? Wie ist sie skaliert? (3 Punkte)
- e) Zur leichteren Auswertung ordnet der Befrager der Antwort „nein“ den Wert 0 und der Antwort „ja“ den Wert 1 zu. Welcher Transformation dürfte er die Variablen unterziehen? Nennen Sie ein Beispiel. (1 Punkt)

Aufgabe 26

Zwei Variablen X und Y seien in der Form linear voneinander abhängig, dass folgende Regressionsgerade gilt:

$$\hat{y}_i = 100 + 5 \cdot x_i$$

Des weiteren ist $s_y^2 = 4000$ und $s_x^2 = 100$.

- a) Welchen Wert hat das Bestimmtheitsmaß? (4 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Kovarianz. (3 Punkte)
- c) Erklären Sie in eigenen Worten kurz das Prinzip der Methode der kleinsten Quadrate. (3 Punkte)

Aufgabe 27

Für zwei Variablen X und Y gelten die Regressionsgeraden

$$\hat{y}_i = 3,5 + 0,5 \cdot x_i \text{ und}$$

$$\hat{x}_i = \frac{32}{22} + \frac{13}{22} y_i.$$

- a) Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten. (3 Punkte)
- b) Bestimmen Sie \bar{x} und \bar{y} . (4 Punkte)
- c) Das Bestimmtheitsmaß einer Regression betrage 0,969. Kreuzen Sie bitte an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. (3 Punkte)

	richtig	falsch
Die Residuen sind nie größer als 96,9% der Differenz zwischen den beobachteten und den geschätzten Y-Werten.		
Wegen $\sum u = 0$ liegen 48,45% der beobachteten Y-Werte (96,9%:2) oberhalb und 48,45% entsprechend unterhalb der Regressionsgerade. Der Rest liegt auf ihr.		
Die Variation von \hat{Y} beträgt genau 96,9% der Variation von Y.		

Aufgabe 28

Ein Warenkorb enthält fünf Produkte (A, B, C, D, E). Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Preismesszahlen (m_{0t}) der einzelnen Produkte, sowie über ihren Anteil an den Gesamtausgaben zur Basisperiode (g_i).

Produkt	m_{0t}	g_i
A	1,1	0,1
B	0,9	0,3
C	1,2	0,05
D	1,15	0,45
E	0,95	0,1

- Berechnen Sie einen Preisindex nach Laspeyres. (3 Punkte)
- Der dazugehörige Mengenindex nach Laspeyres betrage $Q_{0t}^L = 1,1$, die Kovarianz zwischen Preis- und Mengemesszahl sei $C = -0,25$. Wie hoch ist der Wertindex? (3 Punkte)
- Beschreiben Sie die Aggregatformel und die Messzahlenmittelwertformel des Laspeyres-Preisindex mit eigenen Worten. (4 Punkte)

Aufgabe 29

- Die Werbeagentur des Netzanbieters „Schnurlos glücklich“ schätzt den diesjährigen Absatz von Handys anhand der folgenden stetigen Funktion:

$$y(t) = \frac{t^2}{4} - 2t + 10$$

wobei $y(t)$ die im Zeitpunkt t verkaufte Anzahl von Handys (in Tausend) darstellt und t die Anzahl der Monate ist.

- Welche Wachstumsrate ergibt sich nach genau einem Jahr ($t = 12$)? (3 Punkte)