Kooperative Spieltheorie

Von
Universitätsprofessor
Dr. Harald Wiese

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
www.oldenbourg-verlag.de

Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Gesamtherstellung: Druckhaus „Thomas Müntzer“ GmbH, Bad Langensalza

ISBN 3-486-57745-X

Für Corinna, Ben, Jasper und Samuel

Vorwort

Dieses Buch widmet sich der so genannten kooperativen Spieltheorie und ihren Anwendungen. Das bekannteste Konzept der kooperativen Spieltheorie ist die Pareto-Optimalität. Sie lässt nur solche Auszahlungen für die Spieler gelten, die sich diese leisten können (Zulässigkeit). Zudem verlangt Pareto-Optimalität, dass es nicht möglich sein soll, einen Spieler besser zu stellen, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Andere wichtige Lösungskonzepte sind der Kern, die Shapley-Lösung und die Nash-Lösung, um die wichtigsten zu nennen.

Die kooperative Spieltheorie glänzt bisher nicht durch viele Anwendungen; dies ist jedoch kein unabänderliches Schicksal. Die Anwendungsmöglichkeiten kann man nach meiner Auffassung erhöhen, indem man die Spielermenge mit einer Struktur versieht, mit einer Partition oder einem Graphen. Dieses Lehrbuch legt einen Schwerpunkt auf kooperative Lösungskonzepte, die eine solche Struktur beinhalten. In diesem Sinne will es den Anwendungsbezug betonen und dafür im Gegenzug gerne auf eine vollständige Behandlung „aller" Konzepte verzichten.

Wie in meinen anderen Lehrbüchern nehmen auch in diesem Buch die Aufgaben einen wichtigen Raum ein und stehen grundsätzlich an derjenigen Stelle im Lehrtext, an der ihre Bearbeitung dem Leser beim Verständnis hilfreich ist. Dies setzt allerdings einen Leser voraus, der eine aktive Auseinandersetzung mit dem Stoff wünscht.

Die in Kap. H präsentierte Außenoptions-Lösung habe ich selbst ersonnen. Ich konnte sie auf mehreren Konferenzen vorstellen und habe einigen Teilnehmern für hilfreiche Kommentare sehr zu danken, insbesondere Dirk Bültel, André Casajus, Hervé Moulin, Hans Peters, Marco Slikker, Lothar Tröger, Anne van den Nouweland und Mika Widgrén.

Dieses Buch hat von der Mitarbeit vieler profitiert. Bei den Ausführungen zu den stabilen Mengen durfte ich die Seminararbeit von Herrn Achim Hauck verwenden. Studenten der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Leipzig haben erste und zweite Versionen des Buches in Manuskriptform erduldet. Wertvolle Hinweise sind Thorsten Anke, Alexander Heusner, Claudia Müller und Silvio Petriconi zu verdanken. Die Vorlesung während meines Forschungsfreisemesters im Sommersemester 2003 hat Herr Lothar Tröger gehalten. Er hat durch vielfältige Anregungen das Manuskript deutlich verbessert. Zudem hat er alle Abbildungen (neu) gestaltet. Herr Dirk Hofmann hat den Index erstellt, die Gegenüberstellung der deutschen und englischen Fachausdrücke überarbeitet und das gesamte Manuskript durchgearbeitet. Sehr gründlich haben das Manuskript ebenfalls Tobias Hiller, Hilke Niediek, Torsten Pietsch, Martin Schuster und Markus Wagner durchgearbeitet. Den Endausdruck mit den notwendigen Formatierungen hat Herr Dr. Casajus vorgenommen. All diesen Personen gebührt mein herzlicher Dank.

Leipzig *Harald Wiese*

Inhaltsverzeichnis

Teil III. Partitive Ansätze

Teil I

Einführendes und Pareto-Optimalität

Dieser erste Teil des Lehrbuchs besteht aus drei Kapiteln. Im ersten wird die kooperative von der nichtkooperativen Spieltheorie unterschieden. Zudem werden dem Leser Vorschläge unterbreitet, welche Wege er durch den Lehrstoff beschreiten kann. In Kap. B werden dann die Implikationen der Pareto-Optimalität an einer Vielzahl von Beispielen aufgezeigt. Pareto-Optimalität ist das bekannteste Konzept der kooperativen Spieltheorie; wir führen es in diesem Kapitel jedoch ein, ohne explizit auf Koalitionsfunktionen zu rekurrieren. Schließlich werden wir in Kap. C anhand eines konkreten Spiels (des Handschuh-Spiels) eine Vielzahl von später genauer und formaler zu behandelnden Konzepten und Fragestellungen kennen lernen.

A. Einführung

A.1 Kooperative Spieltheorie

Die kooperative Spieltheorie geht von einer Menge von Spielern oder Agenten $N = \{1, 2, ..., n\}$ aus. Wichtig ist dabei nicht nur die Menge aller Spieler N, sondern daneben sind auch alle Teilmengen von N bedeutsam. Diese nennt man häufig Koalitionen, wobei N selbst als große Koalition bezeichnet wird. Die Menge aller Koalitionen bezeichnet man mit 2^N.

Und hier kommt schon die erste Aufgabe. Bitte machen Sie es sich zur Gewohnheit, die Aufgaben zunächst mit Papier und Stift selbst zu lösen. Anschließend können Sie dann Ihre Lösungen mit denjenigen vergleichen, die Sie am Ende dieses Kapitels (und aller anderen Kapitel) finden. Eine Erläuterung vorweg: Ist K eine Menge, bezeichnet man mit $|K|$ die Anzahl ihrer Elemente.

Übung A.1.1. Wie viele Koalitionen enthält die Menge $\{1, 2, 3\}$? Formal ausgedrückt ist also nach $\left|2^{\{1,2,3\}}\right|$ gefragt. Listen Sie alle Teilmengen auf und stellen Sie Ihre Antwort als Zweierpotenz dar.

Die Menge aller Koalitionen von N mit 2^N zu bezeichnen ist sinnvoll, weil $\left|2^N\right| = 2^{|N|}$ gilt. Die Zahl 2 erscheint hier, weil eine Koalition dadurch bestimmt wird, dass man für jeden Spieler angibt, ob er Mitglied ist (erste Möglichkeit) oder nicht (zweite Möglichkeit).

Die kooperative Spieltheorie ruht auf zwei Säulen. Die erste beschreibt die ökonomische, soziale oder politische Situation mithilfe der Koalitionsfunktion, auch charakteristische Funktion genannt. Eine solche Funktion gibt an, welchen Wert alternative Koalitionen „erwirtschaften" können. Beispielsweise ist durch

$$v_{L,R} : 2^N \to \mathbb{R}$$
$$K \mapsto \min\left(|K \cap L|, |K \cap R|\right)$$

eine Koalitionsfunktion $v_{L,R}$ definiert, wobei L und R Teilmengen von N mit $L \neq \emptyset, R \neq \emptyset, L \cap R = \emptyset$ und $L \cup R = N$ sind. Zudem steht $\min(x, y)$ für die kleinere der beiden Zahlen x und y.

Für Ökonomen interessant wird dieses Spiel durch eine spezielle Interpretation. Die Koalitionsfunktion $v_{L,R}$ wird nämlich als Marktspiel aufgefasst, bei dem jeder Spieler über genau einen Handschuh verfügt, einen linken oder einen rechten. Die Menge der Spieler mit einem linken Handschuh ist L; R stellt die Menge der Spieler mit einem rechten Handschuh dar. Man nimmt nun an, dass nur Handschuhpaare von Nutzen sind: Die Koalitionsfunktion ordnet jeder Koalition die Anzahl der Paare zu, die die Spieler aus dieser Koalition zusammenstellen können. Beispielsweise könnte man sich vorstellen, dass Paare auf dem Markt für einen Euro zu verkaufen sind. Weiterhin könnte man phantasieren, dass die Spieler aus L als Anbieter auf dem Markt auftreten und die Spieler aus R als Nachfrager. Eine wichtige ökonomische Frage wäre dann, zu welchem Preis linke Handschuhe verkauft werden. Damit hängt natürlich die Auszahlung (oder der Nutzen) zusammen, die ein Spieler erhalten kann.

Die Koalitionsfunktion selbst kann uns noch nicht die Frage beantworten, welche Auszahlung die Spieler erhalten werden. Dazu benötigen wir die zweite Säule der kooperativen Spieltheorie, die aus Lösungskonzepten besteht. Diese werden auf die Koalitionsfunktion angewandt und beschränken die Auszahlungen, die die Spieler zu erwarten haben. Es gibt sehr viele Lösungskonzepte; in diesem Abschnitt werden wir nur auf die Pareto-Optimalität und den Shapley-Wert kurz eingehen.

Einige Lösungskonzepte, wie der Shapley-Wert, führen bei jeder Koalitionsfunktion zu einer eindeutig bestimmten Lösung, also zu einem Auszahlungs- oder Nutzenvektor

$$(x_1, ..., x_n),$$

der Spieler i die Auszahlung x_i zuordnet. Andere Lösungskonzepte sind mengenwertig, sie ordnen einer Koalitionsfunktion eine Menge von Auszahlungsvektoren zu.

Zu den mengenwertigen Lösungskonzepten gehört Pareto-Optimalität. Sie verlangt beim Handschuh-Spiel

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = v_{L,R}(N).$$

Die Spieler erhalten zusammen den Wert der großen Koalition N. Bei $\sum_{i=1}^{n} x_i < v_{L,R}(N)$ würden nicht alle verfügbaren Handschuh-Paare zusammengestellt. Dann könnte man noch ein weiteres Handschuh-Paar bilden und es wäre so möglich, einen Spieler besser zu stellen, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Bei $\sum_{i=1}^{n} x_i > v_{L,R}(N)$ würde mehr verteilt, als die große Koalition an Wert schafft. Damit wäre das so genannte Zulässigkeits-Axiom verletzt. Es gibt unendlich viele Auszahlungsvektoren, die der obigen Bedingung genügen.

Aus der Mikroökonomik könnte Ihnen die Anwendung der Pareto-Optimalität bekannt sein. Pareto-Optimalität impliziert beispielsweise, dass zwei Haushalte, die in Tauschbeziehungen eintreten, schließlich über identische Grenzraten der Substitution verfügen. Auch das Theorem von Ricardo zum internationalen Handel folgt aus der Pareto-Optimalität. Diese und weitere Beispiele werden wir in Kap. B ausführlich darstellen. Allerdings werden wir in diesem frühen Kapitel noch keine Koalitionsfunktion verwenden. Der Grund liegt darin, dass wir hier eine Koalitonsfunktion ohne transferierbaren Nutzen benötigen würden, wie wir später sagen werden.

Der Shapley-Wert, ein auch sehr oft verwendetes Lösungskonzept, ordnet jeder Koalitionsfunktion (mit transferierbarem Nutzen) genau einen Auszahlungsvektor zu. Man kann ihn auf zweierlei Weisen beschreiben. Entweder präsentiert man eine Formel, die die Auszahlungen der Spieler in Abhängigkeit von der eingesetzten Koalitionsfunktion generiert. Oder aber man gibt Axiome an, denen die Auszahlungen der Spieler zu genügen haben. Zu diesen Axiomen gehört beispielsweise die oben erwähnte Zulässigkeit. Nimmt man nun weitere Axiome hinzu (insgesamt vier nach der Darstellung in Kap. F), so hat man den Shapley-Wert ebenfalls beschrieben. Dies bedeutet zweierlei:

- Die Shapley-Formel erfüllt alle Axiome.
- Jede Formel, die alle Axiome erfüllt, muss dasselbe Ergebnis generieren wie die Shapley-Formel.

Mit diesem schönen Resultat hat SHAPLEY (1953) die axiomatische Methode in der kooperativen Spieltheorie verankert. Wann immer ein Lösungskonzept präsentiert wird, fragt man nicht nur nach dem Algorithmus zu seiner Berechnung, sondern auch nach den Axiomen, die es charakterisieren.

Eine der wichtigsten Vokabeln der kooperativen Spieltheorie ist die Koalition. Dieser Sachverhalt könnte zur Vermutung verleiten, die kooperative Spieltheorie thematisiere die Koalitionsbildung. Dies ist für die allermeisten Konzepte und Anwendungen jedoch nicht der Fall. So unterliegt dem Shapley-Wert die Annahme, dass sich schließlich die große Koalition N bilden wird.

Allgemein gehen die meisten Lösungskonzepte von unstrukturierten Spielermengen aus. In diesem Lehrbuch wollen wir dagegen untersuchen, wie sich unterschiedliche Strukturen der Spieler auf die Auszahlungen auswirken. Vielleicht kennen sich nicht alle Spieler oder sie wollen oder dürfen nicht zusammenarbeiten. Auch die Art der Zusammenarbeit kann unterschiedliche Formen annehmen: Eine Gruppe von Spielern schafft zusammen Wert oder sie lässt sich durch eines ihrer Mitglieder in Verhandlungen vertreten. Die Struktur auf der Menge der Spieler kann man mit Partitionen (Aufteilung der Spieler in unterschiedliche Gruppen) oder mit Graphen (Verbindungsnetzwerken) modellieren.

A.2 Kooperative und nichtkooperative Spieltheorie

Neben der kooperativen gibt es die nichtkooperative Spieltheorie. Die beiden Ansätze sind grundverschieden.

Die nichtkooperative Spieltheorie ist ein Teilgebiet der Mikroökonomik und stellt Akteure in den Vordergrund, die Handlungen in (teilweiser) Kenntnis ihrer Umwelt ausführen und dabei bestimmte Ziele verfolgen. Sie hat als zentrale Konzepte Aktionen, Strategien, Informationsmengen und Auszahlungen. Das bekannteste Lösungskonzept der nichtkooperativen Spieltheorie ist das Nash-Gleichgewicht. Dieses besteht aus je einer Strategie für jeden Spieler, sodass jeder Spieler in Anbetracht der Strategien seiner Mitspieler seinen (erwarteten) Nutzen maximiert. Die nichtkooperative Spieltheorie ist also aktions- und strategieorientiert.

Dagegen werden die Handlungen der Spieler in der kooperativen Spieltheorie nicht direkt modelliert. Auch Ziele und Maximierungskalküle haben hier keinen Platz. Indirekt können Handlungen allenfalls insofern eine Rolle spielen, als man sich hinter der Koalitionsfunktion einen ökonomischen Sachverhalt denkt und bei der Interpretation der Auszahlungen auf Aktionen der Spieler hinweist. Beispielsweise könnte man bei Marktspielen einige Spieler Käufer und andere Verkäufer nennen. Dann kann es nahe liegen zu sagen, dass ein Spieler ein Objekt zu einem bestimmten Preis kauft.

An die Stelle der Strategieorientierung der nichtkooperativen Spieltheorie tritt die Auszahlungsorientierung der kooperativen Spieltheorie. (Für die Begriffe Strategieorientierung versus Auszahlungsorientierung plädiert auch Robert Aumann in einem Interview mit Eric Damme (1998, S. 196)). Wie wir schon im vorangehenden Abschnitt gesehen haben, werden die Auszahlungen dabei häufig anhand von Axiomen bestimmt. Wir können also definieren: Kooperative Spieltheorie ist die axiomatische Theorie von Koalitionsfunktionen.

Zur Abgrenzung von kooperativer und nichtkooperativer Spieltheorie liest man häufig diesen Satz, bisweilen sogar mit „Definition" überschrieben:

> „Ein kooperatives Spiel ist ein Spiel, bei dem die Spieler verbindliche Absprachen treffen können, im Gegensatz zum nichtkooperativen Spiel, in dem sie dies nicht können."

Dieser Satz ist wenig hilfreich. Denn Absprachen zu treffen ist eine Handlung, die - wie alle anderen Handlungen auch - in der kooperativen Spieltheorie nicht vorkommen kann. Lediglich in der nichtkooperativen Spieltheorie könnte es die Handlung „Absprache treffen" geben. Der Grund für den Ausschluß von Absprachen in der nichtkooperativen Spieltheorie im obigen Zitat ist eher in den Anforderungen an die dort verwendeten Lösungskonzepte zu suchen. Das muss hier jedoch nicht ausgeführt werden.

Die Aussage, dass bei einem kooperativen Spiel angeblich Absprachen zu treffen seien, lässt sich wohl am besten dogmenhistorisch erklären. Denn die Spieltheorie, sowohl die nichtkooperative als auch die kooperative, geht im Wesentlichen auf die Monographie von VON NEUMANN/MORGENSTERN (1953) zurück, deren erste Auflage 1944 erschien. Diese Väter der Spieltheorie leiten die Koalitionsfunktion (characteristic function) aus einem nichtkooperativen Spiel her. Dabei hat das ursprüngliche nichtkooperative Spiel zwar n Spieler; für die Zwecke der Herleitung der Koalitionsfunktion wird dieses Spiel jedoch auf eines zwischen einer Koalition S und ihrem Komplement $N \backslash S$ (bei von Neumann und Morgenstern als $-S$ geschrieben) reduziert. Dann haben die Spieler in S sich über ihre zu wählenden Strategien abzusprechen. Auf S. 240 schreiben die Autoren (zunächst in Bezug auf Nullsummen-Spiele):

> „(a) An altogether fictitious two-person game, which is related to the real n-person game only by a theoretical construction, was used to define $v(S)$. Thus $v(S)$ is based on a hypothetical situation, and not strictly on the n-person game itself.
> (b) $v(S)$ describes what a given coalition of players (specifically, the set S) can obtain from their opponents (the set $-S$) ...“

In der Praxis der kooperativen Spieltheorie begründet man allerdings Koalitionsfunktionen in der Regel nicht unter Zuhilfenahme eines nichtkooperativen Spiels, sondern direkt unter Verweis auf die zu modellierende soziale Situation. So werden wir auch in diesem Lehrbuch vorgehen.

Die obige Abgrenzung der kooperativen von der nichtkooperativen Spieltheorie ist auch insofern unglücklich, als sie suggeriert, es gäbe **eine** Spieltheorie, die sich dann in zwei Zweige aufgliedert. Der Autor hält es dagegen für besser, kooperative und nichtkooperative Spieltheorie nicht als Spezialfälle einer einzigen Spieltheorie anzusehen, sondern von zwei eigenständigen Spieltheorien auszugehen.

Trotz der betonten Unterschiede können sich die strategieorientierte Spieltheorie (nichtkooperative Spieltheorie) und die auszahlungsorientierte Spieltheorie (kooperative Spieltheorie) gegenseitig befruchten. So fragt man in der strategieorientierten Spieltheorie danach, ob die Strategien im Gleichgewicht zu Pareto-effizienten Auszahlungen füh-

Abbildung A.1. Das Logo der Game Theory Society

ren. Umgekehrt stellt man in der auszahlungsorientierten Spieltheorie oft die Frage, ob es ein zur Koalitionsfunktion passendes strategieorientiertes Spiel gibt, das im Gleichgewicht zu denselben Auszahlungen führt wie ein bestimmtes Lösungskonzept der auszahlungsorientierten Spieltheorie. Diese Fragestellungen (insbesondere die zweite) sind Gegenstand des so genannten Nash-Programms. Obwohl dieses ein interessantes und lohnendes Forschungsfeld darstellt, werden wir es in diesem Lehrbuch nicht beachten und uns hauptsächlich auf die kooperative Spieltheorie beschränken.

Forscher und Liebhaber sowohl der nichtkooperativen als auch der kooperativen Spieltheorie haben sich im Januar 1999 in einer Gesellschaft, der Game Theory Society, zusammengefunden. Ihr Logo ist in Abb. A.1 dargestellt. Es versinnbildlicht beide Formen der Spieltheorie - sowohl die nichtkooperative Spieltheorie mit dem Spielbaum in der Mitte als auch die kooperative Spieltheorie. Letztere ist durch die Lösung im Sinne von von Neumann und Morgenstern repräsentiert, die wir auf den Seiten 177 ff. erläutern. Auf S. 182 findet sich eine Abbildung, die den näheren Hintergrund für die drei Punkte des Logos liefert.

Verwendet man das Wort Spieltheorie ohne weiteres Adjektiv, ist in aller Regel die strategieorientierte (nichtkooperative) Spieltheorie gemeint. Warum ist es eigentlich sinnvoll, sich neben dieser auch mit der auszahlungsorientierten Spieltheorie zu befassen? Schließlich kommen Auszahlungen auch in der strategieorientierten Spieltheorie vor. Insbesondere interessiert man sich für die Auszahlungen der einzelnen Spieler, wenn diese sich entsprechend einem (eventuell eindeutig bestimmten) Gleichgewicht verhalten. Umgekehrt werden Aktionen und Strategien in der auszahlungsorientierten Spieltheorie nicht modelliert oder gar ermittelt.

Der Präsident der Game Theory Society, Robert Aumann, bricht in dem oben erwähnten Interview eine Lanze für die kooperative Spieltheorie. Seiner Ansicht nach gibt es zwei zentrale Gründe, sich komplementär zur nichtkooperativen Spieltheorie auch mit der kooperativen Spieltheorie zu befassen:

- Erstens hat man in der nichtkooperativen Spieltheorie sehr detailliert zu beschreiben, welche Aktionen den Spielern in genau welcher Reihenfolge offen stehen und was sie über vorangehende Aktionen wissen. Kooperative Spieltheorie kann dagegen Aussagen über Auszahlungen auch dann treffen, wenn diese Aspekte relativ ungeklärt sind (siehe DAMME (1998, S. 198)). In Aumanns Worten: „... cooperative theory ... is not so obsessed with procedural details; its fundamental parameters are the *capabilities* [Hervorhebung im Original, H.W.] of players and coalitions."
- Zweitens ist die kooperative Spieltheorie „erfolgreich" (siehe DAMME (1998, S. 198)): „Cooperative theory is actually doing quite well. ... many of the interesting applications of game theory come from the cooperative side."

Allerdings kommen wir auch in diesem Lehrbuch nicht ganz ohne nichtkooperative Spieltheorie aus. Im dritten Teil dieses Buches versuchen wir, die Koalitionsbildung, die wir mit Partitionen und Graphen modellieren, zu endogenisieren. Wir arbeiten hier grob mit zweistufigen Modellen. Auf der ersten Stufe entscheiden die Spieler, welcher Komponente sie angehören wollen bzw. welche Verbindung sie zu anderen Spielern aufnehmen wollen. Hier kommen also Aktionen bzw. Strategien zum Tragen. Daraus ergeben sich dann Partitionen bzw. Graphen. Auf der zweiten Stufe werden die Auszahlungen aufgrund von Lösungskonzepten determiniert, die neben der Koalitionsfunktion Partitionen oder Graphen als Input nehmen.

A.3 Überblick und Lehrmodule

Das Lehrbuch gliedert sich in drei Teile. Der erste führt sanft in die kooperative Spieltheorie ein. In Kap. B betrachten wir das wichtigste Konzept der kooperativen Spieltheorie, die Pareto-Optimalität, und wenden sie auf eine Vielzahl von ökonomischen Situationen an. Kap. C gibt einen Ausblick auf die Teile II und III, indem anhand des Handschuh-Spiels schon erste Überlegungen und Ergebnisse präsentiert werden.

Teil II präsentiert die kooperative Spieltheorie, soweit dabei von Partitionen und Graphen kein Gebrauch gemacht wird. Die Kapitel D bis F befassen sich mit dem Fall des transferierbaren Nutzens, der auch beim Handschuh-Spiel unterstellt wird. Die hier zentralen Konzepte sind die Shapley-Lösung und der Kern. Eher nebenbei werden wir die Banzhaf-Lösung, den Nukleolus und die stabilen Mengen im Sinne von von Neumann und Morgenstern behandeln. Mit dem Fall nichttransferierbaren Nutzens befassen wir uns erst in Kap. G. Dort werden wir in der Hauptsache den Kern und die Nash-Verhandlungslösung behandeln.

Teil III beschränkt sich auf Koalitionsfunktionen mit transferierbarem Nutzen, erweitert die Analyse jedoch um Partitionen oder Graphen. Zunächst geht es darum, auf der Basis von Partitionen (Kap. H) bzw. Graphen (Kap. I) wichtige Lösungskonzepte darzustellen. Im letzten Kapitel von Teil III geht es darum, bestimmte Partitionen oder Graphen hervorzuheben und damit die bisher gegebenen Partitionen oder Graphen zu endogenisieren.

In diesem Lehrbuch werden sehr gründlich folgende Lösungskonzepte erläutert:

- Pareto-Optimalität und Kern, sowohl für transferierbaren Nutzen (Kap. E) als auch für nichttransferierbaren Nutzen (Kap. G),
- Shapley-Lösung (Kap. F),

- Shapley-artige Lösungen für Partitionen (Kap. H) und Graphen (Kap. I) und
- Nash-Lösung (Kap. G).

Neben diesen zentralen Konzepten erwartet der Leser zu Recht Erklärungen auch zu anderen Konzepten, denen er in der Literatur oft begegnen wird. So findet der Leser Erläuterungen auch zur Banzhaf-Lösung, zum Nukleolus, zur Verhandlungsmenge, zur Kalai-Smorodinsky-Lösung und zu den stabilen Mengen, um nur die wichtigeren zu nennen. Daneben gibt es noch Dutzende weiterer Lösungskonzepte, deren Erläuterung leider den Rahmen dieses Lehrbuchs sprengen würde.

Das gesamte Lehrbuch ist in einer zweistündigen Veranstaltung kaum zu bewältigen. Man braucht wohl drei oder vier Stunden für den gesamten Stoff. Allerdings gibt es vielfältige Kürzungsmöglichkeiten:

- Alle Abschnitte, die mit „Alternative Ansätze" oder ähnlich überschrieben sind, kann man weglassen, ohne das weitere Verständnis zu gefährden.
- Ein eher ungewöhnliches Kapitel in einem Lehrbuch über kooperative Spieltheorie ist Kap. B über die Pareto-Optimalität in der Mikroökonomik. Man kann es überblättern, ohne Verständnislücken zu hinterlassen.
- Kap. C dient der Einstimmung. Alle dort erläuterten Konzepte werden in gründlicherer Weise später nochmals eingeführt.
- Kap. D enthält viele Klassifikationen von Koalitionsfunktionen bei transferierbarem Nutzen. Dieses muss man nicht unbedingt durcharbeiten; alternativ könnte man zurückblättern, wenn man eine eingehendere Erläuterung benötigt. Der ausführliche Index verweist auf die entsprechenden Seiten.

Wenn man nur zwei oder sogar weniger als zwei Stunden pro Vorlesungswoche zur Verfügung hat, bieten sich vielleicht folgende kürzere Wege durch den Stoff an:

- Kurs „Kooperative Spieltheorie mit transferierbarem Nutzen ohne Partitionen oder Graphen":

Man beschränkt sich im Wesentlichen auf die Kap. D bis F. Zur Einleitung kann man Kap. B und/oder Kap. C vorschalten.

- Kurs „Shapley-Lösung“:
  Zur Einstimmung behandelt man Kap. C (eventuell ohne Abschnitt C.3 über den Kern) und geht dann sofort zu Kap. F über, das man eventuell unter Umgehung von Abschnitt F.10 gründlich behandelt. Anschließend geht man zu Teil III über. Hier kann man bei Zeitnot die Teile über Graphen auslassen oder lediglich streifen und sich somit auf Kap. H (mit Ausnahme von Abschnitt H.7) und Kap. J (bis einschließlich Abschnitt J.3) konzentrieren.
- Kurs „Kern“:
  In Teil I ist dazu nur Kap. B wichtig. In Teil II behandelt man Kap. E in ganzer Länge, also mitsamt des Nukleolus' und der stabilen Mengen, und nimmt sich auch für Kap. G bis einschließlich Abschnitt G.5 Zeit. Anschließend behandelt man Abschnitt H.7.1 aus Kap. H (S. 343 ff.). Danach sollte noch Zeit bleiben, die Shapley-Lösung und dort insbesondere Abschnitt F.10 zu erörtern.

A.4 Lösungen zu den Übungen

A.1.1. Die Menge $\{1,2,3\}$ hat die Teilmengen

$$\begin{aligned}
&\emptyset \text{ (die leere Menge, haben Sie daran gedacht?)},\\
&\{1\},\{2\},\{3\},\\
&\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\} \text{ und}\\
&\{1,2,3\},
\end{aligned}$$

also 8 an der Zahl. 8 ist als $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ schreibbar. Man erhält also

$$\left|2^{\{1,2,3\}}\right| = 2^{|\{1,2,3\}|}.$$

B. Ausschöpfen von Verhandlungsgewinnen

B.1 Einführendes

Unter idealen Bedingungen, so postulieren wir, führen Verhandlungen zu einem effizienten Ergebnis: Solange alle Beteiligten sich besser stellen können, werden sie dies tun. Sie erreichen dann schließlich eine effiziente Situation, die nach Vilfredo Pareto (1848-1923) auch Pareto-effizient genannt wird. Einen kurzen Beitrag zur Person und zum wissenschaftlichen Werk Paretos bietet EISERMANN (1989).

Eine Situation wird also als Pareto-effizient oder Pareto-optimal charakterisiert, falls es nicht möglich ist, (mindestens) ein Individuum besser zu stellen, ohne ein anderes Individuum schlechter zu stellen. Eine Situationsänderung stellt eine Pareto-Verbesserung dar, falls sie ein Individuum besser stellt, ohne ein anderes schlechter zu stellen.

Die beiden eingeführten Begriffe hängen natürlich zusammen. Lösen Sie folgende Aufgabe:

Übung B.1.1. Definieren Sie den Begriff der Pareto-Optimalität mit Hilfe des Begriffes der Pareto-Verbesserung.

Pareto-effiziente Situationen müssen nicht von allen Beteiligten als „gut" empfunden werden. Insbesondere sind Verteilungs- und Gerechtigkeitsfragen davon unberührt.

Übung B.1.2. Wie sind Umverteilungen aus der Sicht von Pareto-Verbesserungen zu beurteilen, wenn dadurch Ungleichheiten in der Verteilung vermindert werden?

Übung B.1.3. Kann eine Situation Pareto-optimal sein, in der ein Individuum alles besitzt?

Dass Agenten versuchen, Handelsgewinne auszuschöpfen, ist wenig erstaunlich. Dennoch ist die Annahme der Pareto-Effizienz durchaus einschneidend. Tatsächlich weiß man aus der nichtkooperativen Spieltheorie, dass Pareto-Effizienz häufig verletzt sein dürfte. Beispielsweise wählen die Spieler beim Gefangenen-Dilemma im Gleichgewicht dominante Strategien; ihre sich so ergebenden Auszahlungen sind jedoch nicht Pareto-effizient. Auch Verhandlungen müssen keinesfalls immer zu einem Pareto-effizienten Ergebnis führen. Denn bei Unsicherheit über die Reservationspreise der Verhandlungspartner besteht durchaus die Gefahr, dass hartes Verhandeln zum Abbruch der Verhandlungen führt, obwohl es möglich gewesen wäre, einen positiven Handelsgewinn zu realisieren.

Diese und andere Querverweise zur nichtkooperativen Spieltheorie kann der Leser, der sie nicht unmittelbar versteht, ohne Gefahr für das weitere Verständnis überlesen. Lediglich in Teil III werden wir einfache Konzepte der nichtkooperativen Spieltheorie einführen und auch benutzen.

In bestimmten ökonomischen Situationen können wir über die Verhandlungsergebnisse aus dem Effizienzpostulat einiges Konkretes ableiten. In den nächsten Abschnitten beschäftigen wir uns dabei mit den folgenden Modellen:

- Tausch zwischen Konsumenten (Abschnitt B.2),
- Anschaffung eines privaten Gutes (Abschnitt B.3),
- Kauf einer Versicherungspolice (Abschnitt B.4),
- Kartellvereinbarung zwischen zwei Dyopolisten (Abschnitt B.5),
- externe Effekte (Abschnitt B.6),
- Anschaffung eines öffentlichen Gutes (Abschnitt B.7) und
- internationaler Handel (Abschnitt B.8).

Vielen Lesern (im Hauptstudium) werden diese Modelle und die dazugehörigen Konzepte noch in Erinnerung sein. Dennoch werden diese jeweils kurz eingeführt, um sie sodann durch die einheitliche Brille der Pareto-Effizienz zu betrachten. Auf diese Weise kommt vielleicht zusammen, was zusammen gehört. Man muss dabei bedenken, dass die Pareto-Verbesserungen bzw. das Pareto-Optimum immer relativ zur betrachteten Menge der Agenten zu sehen ist. So ist das Pareto-Optimum für die Gruppe der Unternehmen (Kartell, siehe Abschnitt B.5) im Allgemeinen kein Pareto-Optimum für die gesamte Volkswirtschaft (zu geringe Produktion im Monopol, siehe Abschnitt B.3).

Die Leser sollten sich bei den folgenden Ausführungen immer darüber im Klaren sein, ob Implikationen der Pareto-Effizienz entfaltet werden oder ob mikroökonomische Modelle mit individueller Nutzen- bzw. Gewinnmaximierung vorgestellt werden. Man kann dies mit HILDENBRANDT/KIRMAN (1988), die sich in ihrem gelungenen Lehrbuch der Tauschökonomie widmen, auch noch schöner ausdrücken: Wir untersuchen

- einerseits, wie sich die Wirtschaftssubjekte individuell an gegebene Preise anpassen - das (Walras'sche) Thema der Dezentralisierung -, und
- andererseits, wie Wirtschaftssubjekte unter Umgehung von Preisen direkt durch Verhandlungen ihre Situation verbessern können - das (Edgeworth'sche) Thema der Kooperation.

Das Walras-Gleichgewicht werden wir in Kap. G noch genauer untersuchen, die Verbesserungsmöglichkeiten in einer Tauschökonomie sind Gegenstand des nächsten Abschnitts.

B.2 Verhandlungen zwischen Konsumenten

B.2.1 Graphische Veranschaulichung für zwei Güter und zwei Agenten

Die Verhandlungen zwischen Konsumenten kann man im Falle zweier Güter und zweier Agenten elegant mithilfe der Tausch-Edgeworth-Box (siehe Abb. B.1) darstellen. Francis Ysidro EDGEWORTH (1881) (1845-1926) ist Autor des Buches mit dem schönen Titel: „Mathematical Psychics“. Bei der Edgeworth-Box werden zwei Indifferenzkurvenschemata gleichzeitig dargestellt, wobei das eine, für Individuum A, wie gewöhnlich gezeichnet und das andere, für Individuum B, um 180° gedreht und nach oben rechts versetzt dargestellt wird.

Jeder Punkt innerhalb der Box bezeichnet eine bestimmte Zuordnung (Allokation): Die zwei Güter werden den zwei Individuen zugeordnet. Individuum A besitzt die Anfangsausstattung $\omega_A = \left(\omega_A^1, \omega_A^2\right)$, d.h. ω_A^1 von Gut 1 und ω_A^2 von Gut 2. In analoger Weise verfügt Individuum B über die Anfangsausstattung $\omega_B = \left(\omega_B^1, \omega_B^2\right)$. Die Breite der Tausch-Edgeworth-Box gibt die Anzahl der Einheiten von Gut 1 wieder, die beide Individuen zusammen besitzen, d.h. die Summe der Anfangsausstattungen. Analog ist die Höhe der Tausch-Edgeworth-Box $\omega_A^2 + \omega_B^2$. Wenn man nun eine Tausch-Edgeworth-Box zeichnet, geht man von den verfügbaren Gütermengen aus und zeichnet Breite und Höhe entsprechend. Punkte in der Edgeworth-Box heißen dann zulässig; an die Individuen wird in der Summe genau und nur das verteilt, was insgesamt vorhanden ist.

u_A und u_B sind die Nutzenfunktionen der Individuen A bzw. B. Die dazugehörigen Indifferenzkurven sind in Abb. B.1 dargestellt; entlang einer Indifferenzkurve ist der Nutzen für das betreffende Individuum konstant. Individuum A zieht alle diejenigen Güterbündel $x_A = \left(x_A^1, x_A^2\right)$ mit $u_A(x_A) > u_A(\omega_A)$ der Anfangsausstattung vor. In der Abb. handelt es sich um die Güterbündel, die rechts und oberhalb der Indifferenzkurve von Individuum A, die die Anfangsausstattung enthält, liegen. Wir nehmen im Folgenden an, dass die Präferenzen konvex sind und die Indifferenzkurven somit zum Ursprung hin gekrümmt sind.

Die Indifferenzkurven, die durch den Punkt der Anfangsausstattungen gehen, umschreiben die so genannte Tauschlinse. Die Güterbündel in dieser Tauschlinse stellen mindestens ein Individuum besser als die Anfangsausstattung, ohne ein anderes (hier: das andere) schlechter zu stellen. Die Punkte in der Tauschlinse sind also Pareto-Verbesserungen.

Ein Punkt in der Edgeworth-Box kann nur dann ein Pareto-Optimum darstellen, wenn sich zwei Indifferenzkurven berühren. Anderenfalls gäbe es eine Tauschlinse und Verbesserungsmöglichkeiten für beide Individuen. Der geometrische Ort aller Pareto-Optima heißt Kontraktkurve oder Tauschkurve. Die Schnittmenge der Kontraktkurve mit der Tauschlinse enthält diejenigen Allokationen, die einerseits zu-

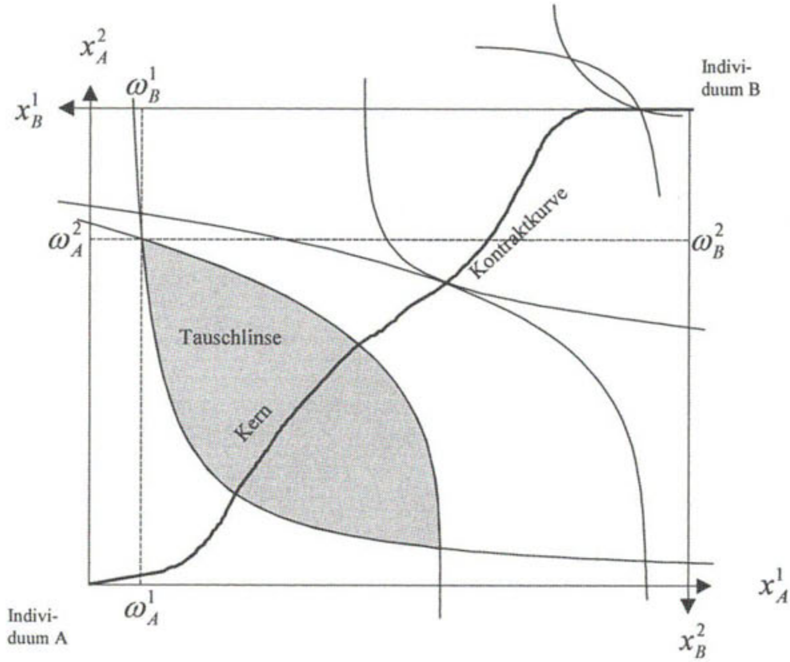

Abbildung B.1. Die Tausch-Edgeworth-Box

lässig sind (denn sie befinden sich innerhalb der Edgeworth-Box) und andererseits von keiner Koalition einen „Einspruch" erwarten lassen:

- Weder Individuum A noch Individuum B kann auf sich allein gestellt einen höheren Nutzen erreichen. Die Tauschlinse befindet sich ja „oberhalb" der Indifferenzkurven, die durch die Anfangsausstattung gehen.
- Beide Individuen zusammen können ebenfalls keinen höheren Nutzen (im Sinne der Pareto-Verbesserung) erreichen. Die Pareto-Optima liegen auf der Kontraktkurve.

Diese Schnittmenge von Tauschlinse und Kontraktkurve nennt man auch den Kern. Dieser Begriff wird in den Kapiteln E und G allgemeiner eingeführt, als wir ihn hier benötigen.

B.2.2 Die Gleichheit der Grenzraten der Substitution

Bei „schön geformten" Indifferenzkurven lassen sich die Berührpunkte dadurch charakterisieren, dass die Steigungen der Indifferenzkurven gleich sind. Dies sieht man einerseits mit Blick auf Abb. B.1, kann es sich aber auch analytisch klarmachen. Die betragsmäßige Steigung einer Indifferenzkurve nennt man auch die Grenzrate der Substitution MRS (engl.: marginal rate of substitution). Für Individuum A schreibt man bisweilen

$$MRS^A := \left|\frac{dx_A^2}{dx_A^1}\right| =: \left|\frac{dx^2}{dx^1}\right|^A .$$

Die Grenzrate der Substitution gibt an, auf wie viele Einheiten von Gut 2 Individuum A bereit ist zu verzichten, falls es eine (sehr kleine) zusätzliche Einheit von Gut 1 erhält. Rechnerisch kann man die Grenzrate der Substitution bisweilen durch das Verhältnis der Grenznutzen ermitteln, also $MRS = \frac{MU_1}{MU_2}$, wobei $MU_i = \frac{\partial u}{\partial x^i}$ für den Grenznutzen (engl.: marginal utility) des i-ten Gutes steht.

Wir werden nachweisen, dass sich zwei Individuen durch Tausch besser stellen können, solange die Grenzraten der Substitution zwischen zwei Gütern für beide unterschiedlich sind. Ein Beispiel soll dies zeigen:

Nehmen wir an, die Grenzraten der Substitution (MRS) von Gut 2 für Gut 1 seien für die Individuen A und B 5 bzw. 2:

$$5 = MRS^A = \left|\frac{dx^2}{dx^1}\right|^A > \left|\frac{dx^2}{dx^1}\right|^B = MRS^B = 2.$$

Wir müssen zeigen, dass es eine Tauschmöglichkeit gibt, bei der sich beide besser stellen. Bekommt Individuum A eine Einheit von Gut 1 von Individuum B, so wäre A bereit, dafür maximal 5 Einheiten von Gut 2 herzugeben, während Individuum B mindestens 2 Einheiten von Gut 2 als Ersatz benötigt. Gibt A also 4 Einheiten von Gut 2 an B, stellen sich beide besser.

Sie können jetzt bestimmt die folgende Aufgabe lösen:

Übung B.2.1. Zwei Konsumenten treffen auf einem Tauschmarkt zusammen. Sie haben die gleichen Nutzenfunktionen $u_A\left(x_A^1, x_A^2\right) = x_A^1 x_A^2$ bzw. $u_B\left(x_B^1, x_B^2\right) = x_B^1 x_B^2$. Die Anfangsausstattung des Konsumenten A ist $(10, 90)$, die des Konsumenten B dagegen $(90, 10)$.

1. Stellen Sie die Ausgangssituation graphisch dar.
2. Bestimmen Sie die Kontraktkurve und zeichnen Sie diese in die Graphik ein.
3. Nennen Sie das beste Güterbündel, das Individuum B, ausgehend von seiner Anfangsausstattung, durch freiwilligen Tausch erreichen kann.
4. Geben Sie, ausgehend von der Anfangsausstattung beider Konsumenten, die Menge der Pareto-Verbesserungen (Tauschlinse) und innerhalb dieser Menge die Pareto-effizienten Pareto-Verbesserungen in der Graphik an. Wie nennt man diese auch?

Aus mikroökonomischer Sicht könnte man untersuchen, ob für mehrere Haushalte, die sich gegebenen Güterpreisen gegenübersehen, die Gleichheit der Grenzraten der Substitution erfüllt ist. Häufig wird dies der Fall sein, weil sich die Haushalte an die für alle Haushalte gleichen Preisverhältnisse anpassen. Dies betrachten wir in Abschnitt B.3.5 genauer.

B.3 Verhandlungen zwischen Konsumenten und Produzenten bei privaten Gütern

B.3.1 Gleichheit von Grenzrate der Transformation und Grenzrate der Substitution

Die Transformationsfunktion f der zwei Güter 1 und 2 gibt an, wie viel bei vorgegebener Menge von Gut 1 maximal von Gut 2 konsumiert oder produziert werden kann. Man hat also die Einheiten von Gut 2 als Funktion der Einheiten von Gut 1:

$$x^2 = f\left(x^1\right).$$

Die Grenzrate der Transformation (engl.: marginal rate of transformation)

$$MRT = \left|\frac{df\left(x^1\right)}{dx^1}\right|$$

gibt an, wie viele Einheiten von Gut 2 weniger produziert bzw. konsumiert werden müssen, wenn eine Einheit von Gut 1 zusätzlich produziert oder konsumiert werden soll.

Nehmen wir an, die Grenzrate der Substitution für einen Käufer sei kleiner als die Grenzrate der Transformation für einen Produzenten:

$$MRS = \left|\frac{dx^2}{dx^1}\right|^{Indifferenzkurve} < \left|\frac{dx^2}{dx^1}\right|^{Transformationskurve} = MRT.$$

Wenn der Produzent eine kleine Einheit von Gut 1 weniger produziert, so kann er MRT Einheiten von Gut 2 zusätzlich herstellen. Der Produzent kann sich mit dem Käufer darauf verständigen, auf die Produktion bzw. den Konsum einer Einheit von Gut 1 zu verzichten. Denn der Käufer benötigte als Ersatz für den Minderkonsum der einen kleinen Einheit von Gut 1 mindestens MRS Einheiten von Gut 2, während der Produzent $MRT > MRS$ zusätzliche Einheiten produzieren kann. Die Ausgangslage mit der Ungleichheit von Grenzrate der Substitution und Grenzrate der Transformation ist also nicht Pareto-effizient; Handelsgewinne sind realisierbar.

B.3.2 Vollständige Konkurrenz

Wir wollen nun die soeben gewonnene Formel

$$MRS = MRT$$

auf die vollständige Konkurrenz übertragen. Zunächst überlegen wir uns dazu, wie sie sich ändert, wenn wir Gut 2 als Geld auffassen.

Die Grenzrate der Substitution gibt dann an, auf wie viel Geld ein Konsument für eine zusätzliche Einheit des Gutes maximal bereit ist zu verzichten; dies nennt man die Zahlungsbereitschaft für das Gut und sie lässt sich (cum grano salis) an der indirekten Nachfragefunktion ablesen. Für den marginalen Konsumenten (der gerade noch bereit ist, das Gut zu kaufen) hat man dann „Preis = Zahlungsbereitschaft“. Die Grenzrate der Transformation lässt sich so interpretieren: Auf wie viel Geld muss ein Produzent verzichten, um eine Einheit des Gutes zusätzlich produzieren zu können; hier handelt es sich offenbar um die Grenzkosten. Die obige Formel verändert sich also für den marginalen Konsumenten zu der Bedingung

$$\text{Preis} = \text{Zahlungsbereitschaft} = \text{Grenzkosten}.$$

Die „Preis = Grenzkosten"-Bedingung ist bei vollständiger Konkurrenz erfüllt; dies ist gerade die Aussage des ersten Wohlfahrtstheorems, das Sie in Kapitel M in WIESE (2005) ausführlicher erläutert finden.

Wir wollen nun in aller Kürze die mikroökonomische Theorie der vollkommenen Konkurrenz darstellen: Märkte vollkommener Konkurrenz sind typischerweise durch sehr viele Marktteilnehmer auf beiden Marktseiten (bilaterales Polypol) gekennzeichnet. Diese Vielzahl der Marktteilnehmer rechtfertigt die Hauptannahme des Modells der vollkommenen Konkurrenz, die Preisnehmerschaft: Die Unternehmen und die Konsumenten glauben, keinen Einfluss auf den Marktpreis zu haben, und nehmen ihn als gegeben an.

Aufgrund der Preisnehmerschaft hat ein Unternehmen in vollkommener Konkurrenz die Gewinnfunktion π (engl.: profit), die durch

$$\pi(y) = p \cdot y - c(y)$$

erklärt ist. Hierbei stehen y für die Outputmenge, p für den Preis und c für die Kostenfunktion.

Übung B.3.1. Inwiefern reflektiert die obige Gewinnfunktion die Annahme der Preisnehmerschaft?

Als notwendige Optimalitätsbedingung ergibt sich nun durch Differenzieren der Gewinnfunktion

$$p \stackrel{!}{=} MC$$

und somit die obige „Preis = Grenzkosten"-Regel.

B.3.3 Cournot-Monopol

Wir wollen nun in diesem und im nächsten Abschnitt untersuchen, ob auch im Monopolfall die „Preis = Grenzkosten"-Regel gilt. Wie wir sehen werden, hängt die Antwort davon ab, ob der Monopolist Preisdiskriminierung betreiben kann. Im Cournot-Monopol, das wir zunächst betrachten wollen, ist dies ausgeschlossen. Dieses Modell geht auf Antoine Augustin Cournot (1801–77) zurück.

Der Gewinn π des Monopolisten ist durch

$$\pi(y) = r(y) - c(y)$$
$$= p(y)y - c(y)$$

gegeben, wobei $r(y)$ für den Erlös (engl.: revenue) bei der Absatzmenge y steht. Im Gegensatz zur vollkommenen Konkurrenz ist hier der Preis eine Funktion der Absatzmenge.

Der Monopolist wird seine Angebotsmenge so lange ausdehnen, wie der zusätzliche Erlös der Mengenausdehnung um eine Einheit (Grenzerlös) die zusätzlichen Kosten dieser Einheit (Grenzkosten) übertrifft. Bei der Absatzmenge, bei der der Grenzerlös gerade den Grenzkosten entspricht, erreicht der Monopolist sein Gewinnmaximum. Die gewinnmaximale Absatzregel lautet mithin: „Biete die Menge an, bei der gilt: Grenzerlös = Grenzkosten." Würde der Monopolist die Angebotsmenge weiter ausdehnen, erhielte er für jede zusätzliche Einheit weniger, als ihn diese Einheit kostete, sodass der Gewinn wieder sänke.

Übung B.3.2. Berechnen Sie den Grenzerlös $MR = \frac{dr(y)}{dy} = \frac{d[p(y)y]}{dy}$ (engl.: marginal revenue) und interpretieren Sie ihn.

Formal lässt sich die „Grenzerlös = Grenzkosten"-Regel leicht zeigen. Die notwendige Bedingung für das Gewinnmaximum lautet

$$\frac{d\pi}{dy} = \frac{dr}{dy} - \frac{dc}{dy} \stackrel{!}{=} 0$$

bzw.

$$MR \stackrel{!}{=} MC.$$

Übung B.3.3. Welcher Preis maximiert den Gewinn bei der inversen Nachfragefunktion $p(y) = 27 - y^2$, falls die Grenzkosten 15 betragen?

Graphisch lässt sich das Gewinnmaximum wie in Abb. B.2 ermitteln: Man findet durch den Schnittpunkt der Grenzkosten- mit der Grenzerlöskurve die gewinnmaximale Menge y^C. Oberhalb von y^C findet man den Cournot-Punkt auf der Nachfragekurve, womit man den gewinnmaximalen Preis p^C ermittelt hat. Beim Cournot-Monopol ist also die „Preis = Grenzkosten"- und damit auch die „$MRS = MRT$"-Regel verletzt.

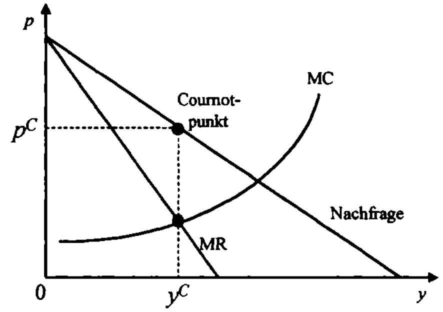

Abbildung B.2. Der Cournot-Punkt

In einer nichteffizienten Situation sind Pareto-Verbesserungen möglich. Diese wollen wir nun anhand des Monopolbeispiels (siehe Abb. B.3) genauer betrachten. Gegeben sind konstante Grenzkosten MC des Monopolisten sowie die durch $p(x)$ gegebene lineare inverse Nachfragefunktion der Konsumenten. Der Monopolist maximiert seinen Gewinn, wenn die Grenzkosten gleich dem Grenzerlös sind. Er stellt dann die Menge y^C her und sein Gewinn entspricht der in Abb. B.3 mit A gekennzeichneten Fläche.

Die wohlfahrtsoptimale Menge erhält man, wenn der Preis gleich den Grenzkosten ist; dies ist bei y^{VK} der Fall. Hierbei deutet VK auf vollkommene Konkurrenz hin. Der Übergang von der gewinnmaximalen Menge y^C zur wohlfahrtsoptimalen Menge y^{VK} stellt keine Pareto-Verbesserung dar, da der Gewinn des Monopolisten von A auf null sinkt, er somit schlechter gestellt wird. Allerdings kann man eine Pareto-Verbesserung erreichen, indem man die Mengenausdehnung mit einer Zahlung der Konsumenten an den Monopolisten verbindet. Da sich die Nettokonsumentenrente aufgrund der Mengenausdehnung um $A + B$ erhöht, könnten die Konsumenten den Monopolisten voll entschädigen und dennoch selbst Nutznießer dieses Übergangs bleiben.

B.3.4 Der preisdiskriminierende Monopolist

Wenn der Monopolist in der Lage ist, anstelle einer einzigen aggregierten Nachfragefunktion die Nachfragefunktionen bestimmter Kun-

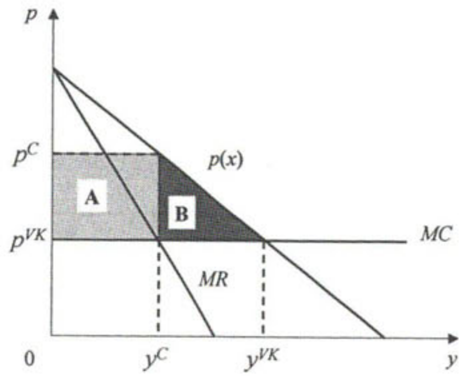

Abbildung B.3. Paretoverbesserungen im Monopol

densegmente zu bestimmen, so kann er einen höheren Gewinn erzielen. Man spricht dann auch von Preisdiskriminierung. Wir wollen hier die vollständige Preisdiskriminierung, auch Preisdiskriminierung ersten Grades genannt, näher betrachten: Jeder Konsument bezahlt entsprechend seiner Zahlungsbereitschaft.

Übung B.3.4. Ein Buchverkäufer kann ein Buch zu konstanten Grenzkosten von € 8 herstellen (keine Fixkosten), und 11 potentielle Käufer haben maximale Zahlungsbereitschaften von € 55, € 50, € 45, ... , € 10 und € 5. Die Käufer werden also einen Preis unter ihrer maximalen Zahlungsbereitschaft oder gleich ihrer maximalen Zahlungsbereitschaft akzeptieren und ein Buch kaufen. Bei einem Preis oberhalb ihrer Zahlungsbereitschaft kaufen sie nicht.
a) Welcher Preis maximiert den Gewinn des Buchverkäufers, falls allen Konsumenten der gleiche Preis genannt werden muss? Wie viele Bücher werden abgesetzt? Wie hoch ist der Gewinn? Hinweis: Tasten Sie sich an die ganzzahlige Lösung heran.
b) Welche Preise wird der Buchverkäufer den Konsumenten nennen, falls er von jedem einen anderen Preis verlangen kann und die Zahlungsbereitschaften genau kennt? Wie viele Bücher werden abgesetzt? Wie hoch ist der Gewinn?

Bei der Preisdiskriminierung ersten Grades ist der Grenzerlös gleich dem Preis. Denn der Erlös

$$\int_0^y p(q)\, dq$$

besteht in den „aufsummierten" Zahlungsbereitschaften $p(q)$ für alle Konsumenten, wobei q von 0 bis y variiert. Graphisch gesehen ist damit die Fläche unterhalb der Nachfragekurve von 0 bis y angesprochen. Leitet man diesen Erlös nach y ab, erhält man

$$\frac{d\left(\int_0^y p(q)\, dq\right)}{dy} = p(y).$$

Die Ableitung eines Integrals nach der oberen Integrationsgrenze ergibt den Wert des Integranden (hier $p(q)$) an der Stelle der oberen Grenze. In diskreter Sprechweise: Es kommt noch ein Summand dazu, wenn man y um eine Einheit erhöht.

Bei Preisdiskriminierung ersten Grades vereinfacht sich somit die „Grenzerlös = Grenzkosten"-Regel zur „Preis = Grenzkosten"-Regel,

$$p(y) \stackrel{!}{=} \frac{dc}{dy},$$

und jede Einheit, bei der die Zahlungsbereitschaft (abzulesen an der inversen Nachfragefunktion) größer ist als die Grenzkosten, wird der diskriminierende Monopolist mit Gewinn produzieren und verkaufen. Graphisch ist dies in Abb. B.4 dargestellt. Die Menge y^{PD} ist für einen preisdiskriminierenden Monopolisten optimal.

Übung B.3.5. Ein preisdiskriminierender Monopolist agiert auf einem Markt mit einer aggregierten Marktnachfrage $D(p) = 12 - 0,5 \cdot p$. Die Kostenfunktion des Unternehmens sei $C(y) = y^2$. Welches ist die gewinnmaximale Ausbringungsmenge?

B.3.5 Haushaltsoptimum

Eine triviale Verletzung der Pareto-Optimalität liegt dann vor, wenn ein einziges Individuum eine nichtoptimale Wahl getroffen hat. Man

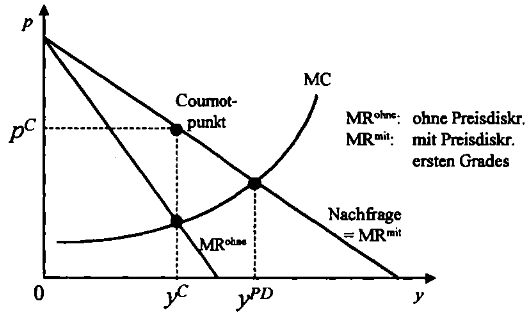

Abbildung B.4. Paretoverbesserungen im Monopol bei vollständiger Preisdiskriminierung

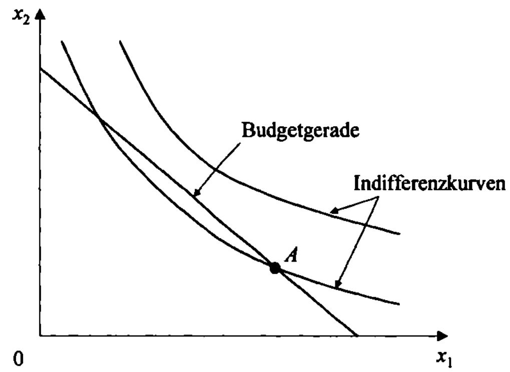

Abbildung B.5. Haushaltsoptimum: Wähle aus der Budgetmenge ein Güterbündel auf der höchsten erreichbaren Indifferenzkurve aus

hat sich dann den Konsumenten und den Produzenten als eine einzige Person vorzustellen. Beispielsweise „produziert" ein Haushalt Güter, indem er sein Einkommen zum Kauf dieser Güter einsetzt. Eine nichtoptimale Güterwahl bedeutet in der Haushaltstheorie, dass sich der Haushalt durch ein anderes zulässiges Güterbündel besser stellen könnte. Ein Unterschied zwischen der mikroökonomischen Perspektive und der Sicht der kooperativen Spieltheorie besteht in diesem trivialen Fall nicht.

Der Leser betrachte Abb. B.5. Der Haushalt konsumiert zwei Güter, 1 und 2, in den Mengen x_1 bzw. x_2. In der Abbildung findet man neben den zwei Indifferenzkurven eine Budgetgerade, die graphische Veranschaulichung der Budgetgleichung

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m. \tag{B.1}$$

Diese beschreibt, welche Güterbündel (x_1, x_2) sich der Haushalt leisten kann, wenn er sein gesamtes Budget m ausgibt.

Durch Auflösen nach x_2 erhält man

$$x_2 = f(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{B.2}$$

und hat damit ermittelt, wie viele Einheiten von Gut 2 maximal zu konsumieren sind, wenn man eine bestimmte Konsummenge x_1 vorgibt. Damit ist f eine Transformationsfunktion (siehe S. 23) und ihre betragsmäßige Steigung die Grenzrate der Transformation. Diese gibt Antwort auf die Frage: Auf wie viele Einheiten von Gut 2 muss ich verzichten, wenn ich eine Einheit von Gut 1 zusätzlich konsumieren möchte?

Übung B.3.6. Die Preise der zwei Güter 1 und 2 betragen $p_1 = 6$ und $p_2 = 2$. Wenn der Haushalt eine Einheit von Gut 1 zusätzlich konsumieren möchte, auf wie viele Einheiten von Gut 2 hat er dann zu verzichten?

Die vorangehende Übung legt nahe, dass die Grenzrate der Transformation in der Haushaltstheorie als Preisverhältnis der Güter,

$$MRT = \frac{p_1}{p_2},$$

zu bestimmen ist. Diese Antwort ergibt sich auch durch Differenzieren der obigen Transformationsfunktion B.2.

Kann man der in Abb. B.5 dargestellten Situation das Haushaltsoptimum entnehmen? Nein. Die höhere Indifferenzkurve ist für den Haushalt nicht erreichbar; jedes Güterbündel auf ihr verletzt die Zulässigkeit. Die niedrigere Indifferenzkurve schneidet zwar die Budgetgerade (und dies sogar zweimal). Allerdings liegt in Punkt A kein Haushaltsoptimum vor, weil dort die Bedingung $MRS = MRT$ verletzt ist.

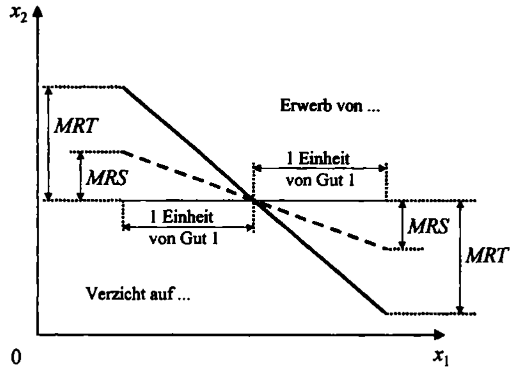

Abbildung B.6. Kein Haushaltsoptimum!

Können Sie nun die Argumentation wiederholen, die in Abschnitt B.3.1 zur Begründung von $MRS = MRT$ geführt hat? Als Hilfestellung noch ein Tipp: Bei den Argumentationsketten in diesem Kapitel haben wir es in der Regel mit Ausdrücken der Form $\left|\frac{dx_2}{dx_1}\right|$ zu tun. Es bietet sich immer an, die Variable im Nenner um eine „kleine" Einheit zu verändern. Denn dann ist die betragsmäßige Änderung der Variablen im Zähler gleich $\left|\frac{dx_2}{dx_1}\right|$. Ihre Argumentation beginnt also mit den Worten: „Wenn die Variable im Nenner um eine „kleine" Einheit erhöht (verringert) wird, dann ..."

Übung B.3.7. In Punkt A ist die Grenzrate der Transformation größer als die Grenzrate der Substitution. Der Leser betrachte dazu Abb. B.6 und zeige, dass hier und damit auch in Abb. B.5 kein Optimum vorliegen kann. Hat der Haushalt mehr oder weniger von Gut 1 zu konsumieren?

Wenn Sie konkret üben möchten, wie man Haushaltsoptima bestimmt, sollten Sie ein Lehrbuch zur Mikroökonomik zur Hand nehmen, beispielsweise WIESE (2005).