

Davis · Spieltheorie

Scientia Nova

Herausgegeben von
Rainer Hegselmann, Gebhard Kirchgässner,
Hans Lenk, Siegwart Lindenber,
Julian Nida-Rümelin, Werner Raub,
Thomas Voss

Bisher erschienen u. a.:

- Robert Axelrod*, Die Evolution der Kooperation
Karl H. Borch, Wirtschaftliches Verhalten bei Unsicherheit
Norman Braun, Rationalität und Drogenproblematik
Churchman/Ackoff/Arnoff, Operations Research
James S. Coleman, Grundlagen der Sozialtheorie
Morton D. Davis, Spieltheorie für Nichtmathematiker
Erklären und Verstehen in der Wissenschaft
Evolution und Spieltheorie
Bruno de Finetti, Wahrscheinlichkeitstheorie
Robert Frank, Strategie der Emotionen
Green/Shapiro, Rational Choice
Peter Kappelhoff, Soziale Tauschsysteme
Bernd Lahno, Versprechen, Überlegungen zu einer künstlichen Tugend
Hans Lenk, Das Denken und sein Gehalt
Moralische Entscheidungen und rationale Wahl
Moral und Interesse
Nagel/Newman, Der Gödelsche Beweis
John v. Neumann, Die Rechenmaschine und das Gehirn
Julian Nida-Rümelin, Kritik des Konsequentialismus
Ökonomie und Moral
Howard Raiffa, Einführung in die Entscheidungstheorie
Rational-Choice-Theorie in den Sozialwissenschaften
Erwin Schrödinger, Was ist ein Naturgesetz?
Rudolf Schüßler, Kooperation unter Egoisten
Geo Siegwart, Vorfragen zur Wahrheit
Volker Stocké, Framing und Rationalität
Paul W. Thurner, Wählen als rationale Entscheidung
Hermann Weyl, Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft

Morton D. Davis

Spieltheorie für Nichtmathematiker

Mit einem Vorwort
von Oskar Morgenstern

4. Auflage

R. Oldenbourg Verlag München 2005

Titel der Originalausgabe:

Morton D. Davis, *Game Theory – A Nontechnical Introduction*
Revised Edition
Basic Book, Inc. New York/London 1983
© 1983 by Morton D. Davis

**Deutsche Übersetzung von Martin Riese, Edith Schmutzer und
Ruth Zimmerling**

Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnf:ddb.de> abrufbar.

© der deutschen Ausgabe 1993 R. Oldenbourg Verlag GmbH, München
Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Internet: <http://www.oldenbourg.de>

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: Dieter Vollendorf
Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier (chlorfrei gebleicht).
Gesamtherstellung: R. Oldenbourg Graphische Betriebe Druckerei GmbH, München

ISBN 3-486-57603-8

Inhalt

Vorwort zur ersten Auflage von Oskar Morgenstern	7
Einführung des Verfassers	10
1. Ein Überblick	15
2. Das Zweipersonen-Nullsummenspiel mit Gleichgewichtspunkten	21
3. Das allgemeine Zweipersonen-Nullsummenspiel	33
4. Nutzentheorie	62
5. Das Zweipersonen-Nichtnullsummenspiel	76
6. Das n-Personenspiel	151
Auswahlbibliographie	206
Register	213

Oskar Morgenstern

Vorwort zur 1. Auflage

Die Spieltheorie ist eine junge Disziplin, die durch ihre neuartigen mathematischen Eigenschaften und ihre vielen Anwendungsmöglichkeiten auf soziale, ökonomische und politische Probleme von großem Interesse ist. Die Theorie befindet sich in einem Stadium rascher Entwicklung und übt auf weite Bereiche der Sozialwissenschaften einen bedeutenden Einfluß aus.

Der Grund für dieses wachsende Interesse liegt darin, daß sich der mathematische Aufbau der Theorie wesentlich von früheren Versuchen, mathematische Grundlagen für soziale Phänomene zu schaffen, unterscheidet. Frühere Bemühungen orientierten sich an den Naturwissenschaften und deren jahrhundertelangen Erfolgen. Aber soziale Phänomene sind ganz anders: die Menschen setzen ihre Handlungen manchmal gegeneinander, manchmal miteinander; sie haben ein uneinheitliches Wissen voneinander, und sie lassen sich von Zielen und Hoffnungen leiten, die zu Konfliktsituationen führen, aber auch Zusammenarbeit hervorrufen können. Die unbeseelte Natur weist keine dieser Züge auf. Atome, Moleküle, Sterne können allen möglichen Veränderungen unterworfen sein, aber sie bekämpfen einander nicht – noch arbeiten sie bewußt miteinander. So mußte daran gezweifelt werden, daß die für die Naturwissenschaften entwickelten Methoden und Begriffe eine erfolgreiche Behandlung sozialer Probleme erlauben würden.

Die Grundlagen der Spieltheorie stammen von John von Neumann, der im Jahre 1928 das Minimax-Theorem bewies, auf dem die gesamte Theorie beruht. Mit der Veröffentlichung des Buches *Theory of Games and Economic Behavior* im Jahre 1944 [*Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten*, deutsch 1961] gelang der endgültige Durchbruch. Es wurde nachgewiesen, daß sich soziale Erscheinungen am besten an Hand von Modellen geeigneter strategischer Spiele beschreiben lassen. Diese Spiele wiederum sind einer eingehenden mathematischen Analyse zugänglich.

Bei sozialwissenschaftlichen Untersuchungen benötigt man, wie bei allen Wissenschaften, präzise Begriffe. Wörter wie Nutzen, Information, optimales Verhalten, Strategie, Auszahlung, Gleichgewicht, Verhandeln usw. müssen genau definiert sein. Die Spieltheorie präzisiert alle diese Begriffe

und gestattet uns, völlig neue Betrachtungsweisen der unglaublichen Vielfalt sozialer Erscheinungsformen zu verwenden. Ohne genaue Begriffe wäre es unmöglich, bei Untersuchungen über das rein verbale Stadium hinauszukommen – was ein sehr eingeschränktes Verständnis der untersuchten Phänomene zur Folge hätte.

Es mag den Anschein haben, daß die mathematische Theorie dem mathematisch weniger gebildeten Leser verschlossen bleiben müßte. Doch das ist nicht richtig: es ist durchaus möglich, ein klares, übersichtliches und eindringliches Bild dieser Theorie und vieler ihrer Anwendungsmöglichkeiten zu vermitteln, wenn eine wichtige Voraussetzung erfüllt wird. Wer diesen Versuch unternimmt und eine ausgereifte verbale Darstellung geben möchte, muß aber über tiefe Kenntnis der Spieltheorie mit allen Einzelheiten verfügen und sollte idealerweise an ihrer Entwicklung mitgearbeitet haben. Diese Bedingungen werden von Morton Davis, dem Verfasser dieses bewundernswerten Buches, mehr als erfüllt. Eine junge Wissenschaft darf sich glücklich schätzen, einen derartig begabten Mann gefunden zu haben, der dem Leser so viele neue und oft unerwartete Gedanken zugänglich macht.

Ein Buch wie das vorliegende ist ein würdiger Vertreter einer wissenschaftlichen Literaturgattung, die bei den Naturwissenschaften schon lange gepflegt wird. Auf diesem Gebiet – aber auch in der Mathematik – haben sich sehr gute Autoren immer darum bemüht, die jüngsten Erkenntnisse, die oft mit geradezu beängstigender Geschwindigkeit gewonnen werden, in einer möglichst einfachen Sprache genau zu erklären. Man kann sogar mit einiger Sicherheit annehmen, daß derartige Schriften, die weite Kreise ansprechen und wertvolle Anregungen liefern, ihrerseits auf den jeweiligen Gebieten zu weiterer Forschung beigetragen haben. In den Sozialwissenschaften sind Bücher dieser Art selten. Das liegt teilweise darin begründet, daß es hier noch verhältnismäßig wenige Theorien gibt, die so schwierig oder umfassend wären, wie es normalerweise die naturwissenschaftlichen Theorien oder auch die Spieltheorie sind. Teilweise ist es auch schwierig, Diskussionen über emotionell geladene soziale und ökonomische Probleme frei von persönlichen Werturteilen wiederzugeben. Das vorliegende Buch weist keine derartigen Schwächen auf; es erklärt, analysiert und bietet Lösungen an, aber die Theorie, die beschrieben und entwickelt wird, ist völlig wertneutral.

Dem Leser dieses Buches wird die ungeheure Vielfalt sozialer Erscheinungsformen auffallen; er wird selbst feststellen, wie kompliziert eine Theorie sein muß, die diese Erscheinungsformen erläutert – eine Theo-

rie, neben der selbst die schwierigen Theorien der modernen Naturwissenschaften einmal einfach wirken werden.

Morton Davis eröffnet uns hier eine neue Welt mit vielen Möglichkeiten. Viele Probleme sind bereits bewältigt, mehr bleibt noch zu tun. Dieses Buch ist jedenfalls ein wichtiger Beitrag zu einem besseren Verständnis unseres komplexen Lebens.

New York University
Februar 1972

Einführung des Verfassers

Wir hoffen, zu einem besseren Verständnis des Tauschproblems zu kommen, wenn wir es von einem ganz anderen Gesichtspunkt aus studieren: aus der Perspektive eines „strategischen Spiels“.

J. v. Neumann und O. Morgenstern, Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten

Vor rund 40 Jahren versuchten ein Mathematiker, John von Neumann und ein Wirtschaftswissenschaftler, Oskar Morgenstern, effektivere Wege zur Behandlung bestimmter ökonomischer Probleme zu eröffnen. Sie stellten fest, daß „die typischen Probleme ökonomischen Verhaltens mit den mathematischen Vorstellungen von geeigneten strategischen Spielen völlig übereinstimmen“, und entwarfen daraufhin eine „Spieltheorie“. Wie sich herausstellen sollte, ist dieses neue „Werkzeug“ auch bei der Behandlung von Problemen in vielen anderen Bereichen von unschätzbarem Wert.

Seit der Zeit, in der von Neumann und Morgenstern ihre Ideen erarbeiteten, hat sich die mathematische Theorie weiterentwickelt, und vielfältige Anwendungsmöglichkeiten sind hinzugekommen – man braucht nur die Zusammenfassungen in psychologischen, soziologischen und politikwissenschaftlichen Fachzeitschriften unter dem Stichwort „Spieltheorie“ oder „Gefangenendilemma“ durchzusehen, um einen Eindruck von ihrer weiten Verbreitung zu bekommen. In einem Artikel in *Fortune Magazine* über Entscheidungsfindung auf Managementebene stellte John McDonald (1970) fest, daß „Spieltheorie wie kein anderer Ansatz erklären kann, welche Faktoren Entscheidungen beeinflussen“, und beschrieb, wie sie „von Unternehmen, die sich in einem Konkurrenzkampf befinden“ (S. 122), tatsächlich angewendet wird. Seiner Meinung nach bieten der Wettbewerb zwischen Fluggesellschaften, die Bildung von Interessengruppen, die politischen Druck ausüben wollen, die Festlegung von Industriestandorten, die Entscheidung zur Produktdiversifizierung sowie Konzernübernahmen fruchtbare Betätigungsfelder für die Spieltheorie.

Auch in anderen Bereichen der Geschäftswelt kommt die Spieltheorie zur Anwendung, z. B. bei der Festlegung optimaler Preise und der Entwicklung gewinnträchtiger Angebotsstrategien sowie bei Investitionsentscheidungen. Ebenso dient sie zur Auswahl von Geschworenen, zur Messung der Macht von Senatoren, zur Planung von Panzereinsätzen im Krieg, zur fairen Aufteilung von Geschäftskosten und als Strategie von Tieren im evolutionären Kampf.

Was ist nun aber das Besondere an spieltheoretischen Problemen? Die Antwort ist einfach: In einem Spiel muß jeder Teilnehmer in Betracht ziehen, daß seine Mitglieder ihre eigenen Ziele verwirklichen wollen und ihre Entscheidungen entsprechend treffen. Während man also versucht

herauszufinden, was die Mitspieler wohl im Schilde führen, versuchen die anderen dies umgekehrt genauso. Wenn man ein Haus baut, das allen Wetterverhältnissen standhalten soll, hat man keinen Grund zur Annahme, daß die Natur es im Sommer heiß und im Winter kalt werden läßt, um das Bauprojekt zu vereiteln. Wenn man hingegen eine Marketingkampagne startet, um die Verkaufszahlen zu erhöhen, kann man sicher sein, daß die Konkurrenz versuchen wird, diese Pläne zu durchkreuzen. In einem Spiel muß jeder Spieler abschätzen, inwiefern seine Ziele mit den Zielen der anderen Spieler vereinbar sind, um dann zu entscheiden, ob er kooperieren oder gegen alle oder einige konkurrieren will. Diese Vermischung von gemeinsamen und gegensätzlichen Spielerinteressen macht die Spieltheorie so faszinierend.

Diese Definition von Spieltheorie ist sehr weitgefaßt, da es so etwas wie *die* Spieltheorie gar nicht gibt. Tatsächlich handelt es sich um eine ganze Reihe von Theorien. Die Art des „Spiels“ wird – wie bei jedem normalen Gesellschaftsspiel auch – durch seine „Regeln“ bestimmt. Ob die Spieler miteinander kommunizieren und verbindliche Übereinkünfte treffen können, ob und welche Informationen ihnen zur Verfügung stehen, ob sie in der Lage sind, Gewinne zu teilen – all dies sind interessante Faktoren. Wichtiger ist jedoch die Anzahl der beteiligten Spieler und der Grad, zu dem ihre Interessen übereinstimmen bzw. kollidieren. Diese beiden letzten Kriterien prägen die Struktur des vorliegenden Buches: ein Kapitel ist z. B. Zweipersonenspielen gewidmet, deren Spieler gegensätzliche Interessen verfolgen, ein anderes Kapitel behandelt Zweipersonenspiele bei gemischter Interessenlage, und ein drittes schließlich betrachtet Spiele mit mehr als zwei Spielern.

Bei jedem Spiel suchen wir nach einer „Lösung“, d. h. nach einer Beschreibung, wie sich jeder einzelne Spieler verhalten und welches Endergebnis erzielt werden soll. Im Verlauf des Buches werden die behandelten Spiele zunehmend komplexer, und es wird immer schwieriger, überzeugende Lösungen anzubieten. Es scheint fast so, als sei hier ein perverses Gesetz am Werk: je wichtiger das Spiel, d. h. je mehr Anwendungsmöglichkeiten in der Realität bestehen, desto schwieriger ist seine Analyse. Am „einfachen“ Ende des Spektrums liegen Zweipersonenspiele, deren Teilnehmer diametral entgegengesetzte Interessen verfolgen. Diese Spiele haben nahezu universell akzeptierte Lösungen. Aber wenn, wie dies häufig der Fall ist, mehr als zwei Spieler beteiligt sind, die zudem sowohl gegensätzliche als auch gemeinsame Interessen haben, gibt es oft keine oder aber viele Lösungen. Häufig begnügt man sich dann mit den stabileren, durchsetzbareren oder gerechteren Lösungen. Aber auch wenn diese Lösungen plausibel scheinen, sind sie im allgemeinen nicht zwingend.

Obwohl komplexe Spiele weniger berechenbar sind als einfachere, sind sie gewöhnlich interessanter und ergiebiger. Indem man eine komplexe

Situation als ein Spiel betrachtet, kann man die intuitiven Erkenntnisse eines erfahrenen Beobachters in ein quantitatives Modell übersetzen. Damit werden quantitative Schlußfolgerungen möglich, die alles andere als offensichtlich sind. Es ist z. B. leicht zu sagen, daß die Macht eines Stimmberechtigten wächst, indem man ihm mehr Stimmen einräumt, viel schwieriger ist es aber, dieses Mehr an Macht genau zu beziffern. Verschiedene Instrumente zur Messung von Wählermacht wurden entwickelt und erfolgreich angewendet. So konnte z. B. die Macht von Kongreßmitgliedern, des Präsidenten und von Mitgliedern verschiedener Organe, in denen Abstimmungen stattfinden, wie des Sicherheitsrats der Vereinten Nationen oder des *Board of Estimate* von New York City berechnet werden. Auf der Basis solcher Messungen wurde sogar erfolgreich Klage gegen das Wahlsystem des Wahlbezirks Nassau County geführt; die Meinung der Kläger, einigen Gemeinden werde durch das bestehende System das Wahlrecht *de facto* vorenthalten, setzte sich durch.

Die Messung der Macht von Stimmberechtigten findet auch im Zusammenhang mit dem „bandwagon“-Phänomen seine Anwendung, das bei der Nominierung von Präsidentschaftskandidaten durch Delegierte der amerikanischen Parteien häufig zu beobachten ist. Demnach neigen die Delegierten dazu, sich dem „Wagen mit der Blaskapelle“ anzuschließen, d. h. jeweils zu dem Kandidaten überzuwechseln, dessen Sieg bevorzuzustehen scheint. Dieses Phänomen ist zwar wohl bekannt, aber erst durch den Einsatz spieltheoretischer Meßinstrumente kann man ableiten, wann die Stimmung der Delegierten umschlagen wird. Eine solche Analyse wurde z. B. 1976 anlässlich der Republikanischen Vorwahlen mit weitaus präziseren Resultaten durchgeführt als sie andere Beobachter des Nominierungsverlaufs bieten konnten.

Spieltheoretische Modelle haben zudem einen – häufig überraschenden – zusätzlichen Vorteil: sie sind äußerst sparsam: ein Modell, das zu einem bestimmten Zweck entworfen wurde, läßt sich häufig auch für ganz andere Ziele einsetzen. Zwei scheinbar grundlegend unterschiedliche Probleme erweisen sich so als im Grunde gleichgelagert. Vor einiger Zeit wurde das folgende Gesellschaftsspiel entwickelt: Man veranstalte eine Auktion für einen bestimmten Wertgegenstand, z. B. einen Dollarschein, wobei sowohl der Meistbietende als auch derjenige mit dem *zweithöchsten* Gebot ihre Einsätze zahlen müssen. Wie sich herausstellte, ist dieses Modell auch dazu geeignet, einen Rüstungswettlauf zu analysieren; aber es kann auch den Wettstreit zweier männlicher Tiere um ein Weibchen darstellen.

Das bereits erwähnte Maß für die Wählermacht ist ein anderes Beispiel für ein Mehrzweckmodell. Die Berechnungen, die angestellt werden, um die Macht eines Stimmberechtigten zu ermitteln, können ebenso dazu herangezogen werden, um die gerechte Kostenaufteilung für Fluggesellschaften, die dieselbe Landebahn benutzen, festzustellen.

Die vorliegende, überarbeitete Ausgabe des Buches unterscheidet sich in verschiedener Hinsicht von der 1970 erschienenen, ersten Version von *Spieltheorie*. Zu Beginn eines jeden Kapitels (das erste ausgenommen) werden mehrere Probleme vorgestellt, die der Leser selbst zu lösen versuchen kann, bevor er weiterliest. (Im Gegensatz zu vielen mathematischen Problemen können spieltheoretische Fragestellungen auch von Laien leicht nachvollzogen werden.) Am Ende des Kapitels werden dann die Lösungen dargestellt, und der Leser kann seine eigenen, mit Hilfe des „gesunden Menschenverstandes“ gefundenen Ergebnisse mit denen des Autors vergleichen. Die Möglichkeit, über Problemlösungen nachdenken zu können, bevor man den entsprechenden Text liest, sollte die Lektüre umso lohnender machen.

In dem Kapitel über Zweipersonen-Nullsummenspiele werden einige nützliche Lösungstechniken vorgestellt. Diese Techniken sind einfach und oft (aber nicht immer) erfolgreich, und häufig gewähren sie Einblick in die Natur des Spiels. Auch eine Reihe von Anwendungsmöglichkeiten auf echte Spiele werden angeführt, so z. B., wann man am besten einen „Überraschungsaufschlag“ im Tennis serviert oder wie man beim „Blackjack“ gewinnt, aber auch Anwendungsmöglichkeiten in der Politikwissenschaft kommen zur Sprache, z. B. wie man am besten die verfügbaren Mittel in einem Präsidentschaftswahlkampf aufteilt oder ein Geschworenengericht auswählt. Gemischte Strategien werden auch angewendet auf Probleme bei der Durchsetzung von Umweltschutzaufgaben und Geschwindigkeitsbegrenzungen und bei der Eindämmung von Kriminalität sowie auf Tiere im evolutionären Auslesekampf, die ihr Revier verteidigen, ohne sich unnötigen Konflikten auszusetzen.

Neuere Experimente haben einige Fragen aufgeworfen bezüglich der Nutzentheorie, des Mechanismus also, der ermöglicht, die Präferenzen einer Person in ein Schema zu bringen, so daß sie rationale Entscheidungen treffen kann. Es scheint, daß Entscheidungen häufig danach getroffen werden, wie die Alternativen dargestellt werden; dies mag vielleicht für voreingenommene Meinungsforscher, Verkäufer oder Werbefachleute nichts Neues sein, für Spieltheoretiker ist dieser Umstand aber äußerst irritierend. Sie gehen nämlich von der Annahme aus, daß Entscheidungsträger rational handeln. Tun sie dies nicht, ergeben sich Schwierigkeiten; und auch diese werden im vorliegenden Buch diskutiert.

Das vielleicht aufregendste neuere Anwendungsgebiet der Spieltheorie ist die Biologie. In der jüngsten Vergangenheit wurde viel zur Rolle der Spieltheorie im evolutionären Prozeß gearbeitet: so wurde z. B. untersucht, wie lange eine Fliege, die nach einem Weibchen sucht, auf einem Kuhfladen warten sollte, bevor sie zum nächsten fliegt, oder wie aggressiv die Mitglieder einer Gattung sein müssen, um ihre Überlebenschancen zu maximieren. Diese und ähnliche Fragen werden im folgenden ausführlich

behandelt. Zudem werden die Ergebnisse von zwei Computerturnieren beschrieben – deren „Spieler“ von gewieften Spieltheoretikern geschriebene Computerprogramme waren – und einige ihrer evolutionären Implikationen untersucht.

Das letzte Kapitel über n -Personenspiele wurden erweitert. Zwei vollkommen neue Abschnitte wurden hinzugefügt, die den beiden folgenden Fragen gewidmet sind: Wie muß ein Wahlsystem aussehen, das die Präferenzen der Gesellschaft genau wiedergibt? Und wie kann ein Individuum ein solches System gegebenenfalls zum eigenen Vorteil ausnutzen? Es zeigt sich, daß dieses Thema vor Fallen und Paradoxen nur so wimmelt. Ein drastisches Beispiel für ein aus dem Ruder gelaufenes Wahlsystem, das „Alabama Paradoxon“, wurde der amerikanischen Geschichte entnommen. Aber auch eine Reihe neuerer Beispiele, wie z. B. die Anwendung des „Shapley-Werts“ in Kalkulationsverfahren oder die Analyse des „bandwagon“-Phänomens, werden vorgestellt.

Trotz aller Änderungen ist der Hauptzweck dieses Buches nach wie vor derselbe – in möglichst einfacher, nichttechnischer Sprache die Spieltheorie, eines der interessantesten und fruchtbarsten geistigen Produkte unserer Zeit, zu erklären.

1. Ein Überblick

Die Spieltheorie ist eine Entscheidungstheorie. Sie untersucht, wie Entscheidungen getroffen werden sollten, und zu einem gewissen Grad auch wie sie tatsächlich getroffen werden. Tagtäglich trifft man eine ganze Reihe von Entscheidungen, einige nahezu automatisch, andere nach gründlicher Überlegung. Entscheidungen sind an Ziele gebunden; wenn man sich der Konsequenzen aller Optionen, die zur Verfügung stehen, bewußt ist, ist die Lösung einfach. Man muß sich nur entscheiden, wohin man will, und den Weg wählen, der zu diesem Ziel führt. Wenn man einen Aufzug betritt, um in ein bestimmtes Stockwerk zu fahren (das Ziel), drückt man auf den Knopf (eine der Wahlmöglichkeiten), der dem gewünschten Stockwerk entspricht. Eine Brücke zu bauen, erfordert zwar komplexere Entscheidungen, aber für einen kompetenten Ingenieur ist das Problem im Grunde das gleiche. Er berechnet die maximale Last, die die Brücke tragen soll, und konstruiert dann eine Brücke, die dieser Last gewachsen ist.

Wenn jedoch der Zufall eine Rolle spielt, ist es nicht ganz so einfach, Entscheidungen zu treffen. Ein Reisebüro ist vielleicht einerseits daran interessiert, seinen Kunden einen schnellen Service zu bieten, möchte aber andererseits seine Telefonrechnung nicht unnötig strapazieren. Da man nicht genau weiß, wie sich die Nachfrage in Zukunft gestalten wird, kann man auch nicht genau sagen, wieviele Telefone installiert werden sollten. Aufgrund der Erfahrungen in der Vergangenheit und unter Anwendung der Wahrscheinlichkeitsgesetze kann man aber einen Kompromiß zwischen horrenden Telefonrechnungen und abtrünnigen Kunden erzielen.

Zweck der Spieltheorie ist es, Entscheidungshilfe in komplexeren Situationen zu leisten, in denen nicht nur der Zufall und die eigenen Präferenzen eine Rolle spielen. Solche Situationen werden uns von nun an beschäftigen. Sie sollen anhand von einigen Beispielen erläutert werden; ihre Analyse erfolgt dann in den folgenden Kapiteln.

Die Firmen A und B planen, jeweils 30 bzw. 24 Schreibmaschinen zu kaufen. Der Verkäufer P vertritt den Lieferanten, der beide Firmen derzeit mit Büromaterial ausstattet, Q ist sein Konkurrent. Jeder Verkäufer hat Zeit, genau ein Verkaufsgespräch entweder in Firma A oder in Firma B zu führen. Wenn sie beide dieselbe Firma besuchen (z. B. A), teilen sie sich die geordnete Menge (30 Stück), und P erhält darüber hinaus den gesamten Auftrag der anderen Firma (in diesem Beispiel die 24 Stück von B). Gehen P und Q zu unterschiedlichen Firmen, erhalten sie die Bestellung der jeweils besuchten Firma. Abb. 1.1 zeigt die Alternativen für Verkäufer Q in den Spalten und für Verkäufer P in den Zeilen. Die Zahlen, die für jedes Alternativenpaar aufgeführt werden, stellen die *Gesamt-*

anzahl der von P verkauften Schreibmaschinen dar; da insgesamt 54 Maschinen bestellt wurden, ergibt sich die von Q verkaufte Stückzahl aus der Differenz.

Abb. 1.1

		Verkäufer Q	
		Besuch bei A	Besuch bei B
Verkäufer P	Besuch bei A	39	30
	Besuch bei B	24	42

Wenn Q und P beide A besuchen, erscheint die Anzahl der von P verkauften Maschinen im Schnittpunkt der Spalte „Besuch bei A“ und der Zeile „Besuch bei A“: 39 Stück. P erhält nämlich die Hälfte der Bestellungen von A und alle Bestellungen von B, d. h. $15 + 24 = 39$. Aus der Gesamtbestellung von 54 Stück ergibt sich, daß Q 15 Stück verkauft hat.

Die Generäle P und Q sind beide an Ölvorkommen interessiert, die General P zur Zeit alleine kontrolliert. Dreißig Morgen des Ölgebiets befinden sich in A und 24 in B. Die P bzw. Q zur Verfügung stehenden Streitkräfte sind gleich stark und reichen nur aus, um in A oder B einzumarschieren bzw. A oder B zu verteidigen. Wenn P und Q sich also beide auf dasselbe Gebiet konzentrieren, ist die Lage unentschieden, und sie erhalten beide die Hälfte des betreffenden Gebiets, während P zudem die gesamte Kontrolle über das jeweils andere Gebiet behält. Wenn P und Q sich unterschiedlichen Gebieten zuwenden, erlangen sie Kontrolle über das gesamte Areal des jeweils von ihnen gewählten Gebietes.

Abb. 1.2 führt die Gesamtfläche auf, die P jeweils kontrollieren wird.

Abb. 1.2

		General Q	
		A	B
General P	A	39	30
	B	24	42

Am letzten Tag eines Wahlparteitages haben die Kandidaten P und Q Gelegenheit, entweder mit den Delegierten von Staat A oder von Staat B zu sprechen. P liegt in der Gunst der Delegierten vorne; wenn sich also beide mit den Delegierten desselben Staates treffen, erhalten sie jeweils

die Hälfte von deren Stimmen, und P erhält zudem die Stimmen aller Delegierten des anderen Staates. Wenn sie sich jeweils mit den Delegierten unterschiedlicher Staaten treffen, erhalten sie die Stimmen der Delegierten, die sie besucht haben. Wenn die Staaten A und B 30 bzw. 24 Delegierte entsenden, ergeben sich die Ergebnisse in Abb. 1.3:

Abb. 1.3

		Kandidat Q	
		A	B
Kandidat P	A	39	30
	B	24	42

Obwohl diese drei Situationen sehr unterschiedlich sind – in der ersten handelt es sich um wirtschaftlichen Wettbewerb, in der zweiten um militärischen Konflikt und in der dritten um einen politischen Wahlkampf – stellen sie für den Spieltheoretiker dasselbe Problem dar. Sie unterscheiden sich von den zuvor genannten Problemen des Brückenbaus und der Anzahl zu installierender Telefone hinsichtlich eines elementaren Aspekts: *Während die Entscheidungsträger versuchen, ihre Umwelt zu manipulieren, versucht die Umwelt im Gegenzug, sie zu manipulieren.* Eine Ladenbesitzerin, die ihre Preise senkt, um einen größeren Marktanteil zu erobern, muß damit rechnen, daß ihre Konkurrenten das gleiche tun werden. Ein Dieb, der nicht Zeitungskioske, sondern Banken ausräumt (weil nur da das dicke Geld ist), muß damit rechnen, daß die Polizei sich die Frage stellen wird, „Wen würde ich ausrauben, wenn ich ein Dieb wäre?“, um dann entsprechend vorzugehen. Die zu konstruierende Brücke hingegen hat keine Meinung zu ihrer Sicherheit, und die Kunden des Reisebüros sind nicht darauf aus, den Besitzer in Verlegenheit zu bringen, indem sie zu oft oder zu selten anrufen.

Der Spieler, der an einem Spiel mit anderen Entscheidungsträgern teilnimmt, befindet sich in einer ähnlichen Situation wie der Forscher, der das Verhalten eines Affen studieren wollte. Nachdem er den Affen in einen Raum gebracht und ihm Zeit gegeben hatte, sich an die neue Umgebung zu gewöhnen, trat er an die Tür, blickte durch den Spion . . . und sah das Auge des Affen, der ebenfalls durch das Türloch starrte.

Im Verlauf dieses Buches werde ich über bestimmte Situationen sprechen, die ich *Spiele* nenne. An jedem Spiel nehmen mindestens zwei *Spieler* teil, von denen jeder eine *Strategie* wählt, d. h. eine Entscheidung trifft. Das Ergebnis dieser gemeinsamen Wahl – oder auch des Zufalls, falls das Ergebnis einem der Spieler egal ist – führt zu einer Belohnung bzw. Bestra-

fung eines jeden Spielers, zur sogenannten *Auszahlung*. Da die Strategie jedes Spielers das Endresultat beeinflusst, muß jeder Spieler darüber nachdenken, welche Strategie wohl jeder andere Mitspieler wählen wird, wohl wissend, daß diese die gleichen Überlegungen anstellen.

Die Begriffe „Strategie“, „Spieler“ und „Auszahlung“ haben in diesem Zusammenhang ungefähr die gleiche Bedeutung wie in der Umgangssprache. Ein *Spieler* ist nicht notwendigerweise eine Einzelperson. Wenn alle Mitglieder einer Gruppe die gleiche Vorstellung vom Spielverlauf haben, können sie als ein Spieler betrachtet werden. Folglich kann ein Spieler ein Konzern, ein Landkreis oder auch eine Fußballmannschaft sein.

Eine *Strategie* in der Spieltheorie ist ein vollständiger Handlungsplan, der beschreibt, wie sich ein Spieler in jeder möglichen Situation verhalten wird. In der Umgangssprache versteht man unter einer Strategie etwas Kluges; diese Bedeutung hat sie im spieltheoretischen Zusammenhang nicht. Es gibt sowohl schlechte als auch gute Strategien. In den drei Situationen, die in den Abbildungen 1.1 bis 1.3 dargestellt wurden, hatte jeder Spieler zwei einfache Strategien – A und B –, aber in echten Spielen sind die Strategien oft so komplex, daß sie nicht ausgeschrieben werden können. Zudem mag bei manchen echten Spielen die Vorstellung nützlich sein, daß ein Spieler mehrere verschiedene Strategien einsetzt. Konkurrierende Automobilhersteller, die Jahr für Jahr ihre Preise neu festsetzen, oder Schachspieler, die ihre Position nach jedem Zug neu überdenken, sind nur zwei Beispiele hierfür. Prinzipiell kann man sich aber vorstellen, daß all diese Entscheidungen zu einer einzigen Strategie zusammengefaßt werden können, was wiederum für den Spieltheoretiker nützlicher ist.

Eine vollständige Schachstrategie würde demnach etwa so beginnen: „Mit meinem ersten Zug werde ich mich zur Position A begeben. Wenn mein Gegner dann zu B zieht, werde ich zu B' gehen, wenn er dann zu C zieht, gehe ich zu C', wenn er . . . Wenn, nachdem ich auf A gezogen habe, er nach B geht, ziehe ich dann auf B'. Wenn er dann zu Q geht, bewege ich mich auf Q' . . .“ Es ist nahezu unmöglich, eine vollständige Strategie für ein echtes Spiel zu beschreiben; sogar für ein so einfaches Kinderspiel wie Tick-tack-toe ist die Aufgabe immens. Aber das praktische Problem, eine vollständige Strategie aufzuschreiben, soll uns ebenso wenig daran hindern, uns dieses Konzeptes zu bedienen, wie uns unser Unvermögen, alle Zahlen zwischen 1 und 1000 zu multiplizieren, davon abhält, eine Formel aufzuschreiben, in der dieses Produkt vorkommt.

Dieser Unterschied zwischen Theorie und Praxis ist sehr wichtig; er wird deutlich, wenn man z. B. die Einstellung eines Spielers zum Schachspiel mit der eines Spieltheoretikers vergleicht. Schach gibt es schon seit etlichen Jahrhunderten und weder menschlichen Wesen noch Computern ist es bislang auch nur annähernd gelungen, dieses Spiel voll und ganz zu meistern. In Filmen und Cartoons symbolisiert der bärtige Schachspieler

häufig die intensive Auseinandersetzung mit einem Problem, und Schachspieler sind auch der Meinung, daß es sich beim Schach um ein profundes und subtiles Spiel handelt. Für den Spieltheoretiker hingegen ist das Schachspiel trivial. Dies scheint absurd, besonders wenn man bedenkt, daß viele Spieltheoretiker ausgesprochen schlechte Schachspieler sind.

Das scheinbare Paradox läßt sich jedoch leicht auflösen: Schach ist, so komplex es auch sein mag, ein endliches Spiel, d. h. *im Prinzip* ist jede Position auf dem Brett entweder a) ein Gewinn für Weiß, b) ein Unentschieden oder c) ein Gewinn für Schwarz. Wenn man genug Zeit hätte, könnte man sich langsam vom Ende aus rückwärts durch das Spiel arbeiten, jede mögliche Spielposition als Gewinn, Niederlage oder Unentschieden kennzeichnen und schließlich entscheiden, ob das Spiel insgesamt zu Sieg, Niederlage oder Remis führt. (Mit Hilfe dieser Technik könnte man auch feststellen, wie sich Sieg oder Remis herbeiführen lassen.) Praktisch gesehen ist dies selbstverständlich ein hoffnungsloses Unterfangen; für Schachspieler bleibt das Spiel also so tiefgründig wie eh und je.

Ein weiterer Unterschied besteht darin, wie wir Spieltheoretiker unsere „Spiele“ und wie Experten Gesellschaftsspiele analysieren. Wenn ein Schachspieler eine Gewinnstrategie hat, nimmt der Spieltheoretiker an, daß er sie auch anwenden wird; wenn der Spieler sich in großen Schwierigkeiten befindet und einen äußerst subtilen Verteidigungszug ersinnen muß, geht der Spieltheoretiker davon aus, daß ihm das auch gelingen wird. Mit anderen Worten: wir nehmen an, daß die Spieler stets das Bestmögliche tun.

Im richtigen Leben hingegen ist es auch dann, wenn man sich auf verlorenem Posten befindet, nicht egal, wie man spielt. Gegen einen idealen Spieler würde man unter diesen Umständen sicherlich verlieren, aber gegen echte Personen hat man eine reale Chance, da, wie man weiß, manche Strategien den anderen dazu verleiten, Fehler zu machen. Emanuel Lasker, langjähriger Schachweltmeister, war der Meinung, daß im Schachspiel Psychologie eine wichtige Rolle spielt. Er bediente sich oft einer geringfügig schwächeren Eröffnung, die ihm anfänglich einen leichten Nachteil bescherte, um seinen Gegner aus der Fassung zu bringen. Ein russisches Schachhandbuch empfiehlt, den Gegner zu einer frühen Festlegung zu drängen, auch wenn man dadurch eine etwas schlechtere Ausgangsposition erhält. Im Kinderspiel Tick-tack-toe ist das Ergebnis immer ein Unentschieden, wenn beide Seiten richtig spielen, aber es läßt sich ein pragmatisches Argument finden, den ersten Zug in der Ecke zu plazieren: darauf gibt es nämlich nur eine Reaktion, die das Unentschieden rettet, und das ist ein Zug in die Mitte. Jeder andere erste Zug erlaubt mindestens vier angemessene Erwidierungen. Somit ist der Eckzug in gewissem Sinne der stärkste – aber in einem Sinn, den der Spieltheoretiker nicht anerkennt. Spieltheoretiker sprechen nicht von „leichtem Nachteil“, „Festlegung“,

„voreiligen“ oder wie auch immer gearteten „Angriffen“. Sie können das Spiel nicht in diesen Begriffen sehen; für ihre Theorie sind sie überflüssig. Kurz, Spieltheoretiker sind nicht daran interessiert, die Dummheit ihrer Gegner auszunutzen.

Da es keiner großen Einsicht bedarf, die Existenz von Dummheit in dieser Welt zu erkennen, und der Spieltheoretiker doch vorgibt, sich an der Realität zu orientieren: warum diese puristische Attitüde? Die Antwort ist ganz einfach: es ist viel leichter, das Vorkommen von Fehlern festzustellen, als eine allgemeine, systematische Theorie zu entwerfen, die es erlaubt, solche Fehler auszunutzen. So bleibt das Studium von Tricks den Experten für die jeweiligen Spiele überlassen; der Spieltheoretiker macht die pessimistische und häufig unrealistische Annahme, daß seine Gegner fehlerfrei spielen werden.

Schach, Dame, Tick-tack-toe oder das japanische Go werden Spiele mit perfekter Information genannt, da jeder genau weiß, was zu jedem Zeitpunkt des Spiels passiert. Diese Spiele bieten kaum begriffliche Probleme und werden hier nicht weiter diskutiert. Bei Spielen wie Poker und Bridge hingegen tappen die Spieler bis zu einem gewissen Grad im Dunkeln; in dieser Hinsicht sind diese Spiele komplexer. Sogar ein so triviales Spiel wie „Passende Pfennige“, in dem jeder Spieler eine Strategie wählen muß, ohne zu wissen, was sein Gegner tut, besitzt diese zusätzliche Dimension der Komplexität.

Eine der angenehmen Eigenschaften der Spieltheorie besteht darin, daß viele Probleme unmittelbar verstanden werden können, auch ohne großes technisches Hintergrundwissen. Begriffe wie „Nullsumme“ und „Gefangenendilemma“ sind Teil des Standardvokabulars der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften geworden. Sowohl für Anfänger als auch für Fortgeschrittene sind vor allem die Probleme, die sich aus Kapitel 5 und 6 ergeben, von besonderem Reiz. Da ein großer Teil des Materials für den Leser unmittelbar verständlich ist, werden eine Reihe von Problemen jeweils am Kapitelanfang vorgestellt anstatt am Ende. Der Leser ist eingeladen, zu diesen Problemen zunächst eigene Überlegungen anzustellen, bevor seine Ideen durch den Text geprägt werden. Im allgemeinen sind keine größeren mathematischen Fähigkeiten erforderlich, nur die Bereitschaft, ein bißchen nachzudenken. Wenn man das tut, wird dieses Buch zu einer weitaus größeren Herausforderung.

2. Das Zweipersonen-Nullsummenspiel mit Gleichgewichtspunkten

Einführende Fragestellungen:

Die Abbildungen 2.1 bis 2.4 zeigen verschiedene Varianten eines bestimmten Spieltyps. Überlegen Sie einen Moment, was sie in jedem dieser Fälle tun würden und wie Ihrer Meinung nach das Endergebnis aussehen wird. Sie werden sehen, daß der Rest des Kapitels weitaus interessanter ist, wenn Sie sich vorab schon mit den Ideen, um die es gehen wird, auseinandergesetzt haben. Jede der unten aufgeführten Matrizen stellt ein Spiel dar. Ich werde nun detailliert beschreiben, wie Spiel 1 gespielt wird; die anderen Spiele funktionieren nach demselben Muster.

Sie wählen eine Zeile (A, B oder C); gleichzeitig wählt Ihr Gegner eine Spalte (I, II oder III), so daß zum Zeitpunkt der Wahl keiner die Entscheidung des anderen kennt. Die Zahl in dem Feld, das den Schnittpunkt zwischen Spalte und Zeile markiert, gibt an, wieviel Geld (in \$) ihr Gegner *Ihnen zu zahlen* hat. Wenn sie also Zeile A wählen und Ihr Gegner wählt Spalte III, dann erhalten Sie \$ 1 von ihm (wenn Ihr Gegner Spalte II wählt, zahlen Sie ihm \$ 2, da die angegebene Zahl negativ ist). Sie können hier sowie im weiteren Verlauf des Buches davon ausgehen, daß Ihr Gegner die Spielregeln kennt und genauso intelligent ist wie Sie. Sie sollten nicht vergessen, auch die Überlegungen Ihres Gegners mit in Betracht zu ziehen – wenn Sie C wählen, haben Sie zwar eine Chance, Ihren größtmöglichen Gewinn, nämlich \$ 7, zu erzielen; aber wird Ihr Gegner kooperieren, indem er Spalte II wählt? Also noch einmal: Wie entscheiden Sie, warum, und was, meinen Sie, ist das Ergebnis dieses Spiels?

Abb. 2.1

		Ihr Ergebnis		
		I	II	III
Sie	A	5	-2	1
	B	6	4	2
	C	0	7	-1

Abb. 2.2

		Ihr Ergebnis		
		I	II	III
Sie	A	-2	1	1
	B	-3	0	2
	C	-4	-6	4

Abb. 2.3

		Ihr Gegner			
		I	II	III	IV
Sie	A	-3	17	-5	21
	B	7	9	5	7
	C	3	-7	1	13
	D	1	-19	3	11

Abb. 2.4

		Ihr Gegner		
		I	II	III
Sie	A	2	-5	-2
	B	3	-1	-1
	C	-3	4	-4

Stellen Sie sich nun bei jedem dieser ersten vier Spiele vor, was Sie täten, wenn Sie die Strategie Ihres Gegners im voraus *kennen würden* (betrachten Sie nacheinander jede seiner möglichen Strategien). Und wie spielen Sie, wenn Ihre Wahl von der Entscheidung Ihres Gegners abhängt und Sie nicht wissen, was er im Schilde führt?

Abb. 2.5 stellt eine ähnliche Art Spiel dar, aber einige der Auszahlungen (Matrizeintragungen) wurden weggelassen. Können Sie trotzdem voraussagen, was passieren wird, obwohl Ihnen die fehlenden Auszahlungen nicht bekannt sind?

Abb. 2.5

		Ihr Gegner		
		I	II	III
Sie	A	?	?	3
	B	?	?	4
	C	7	6	5

Im Februar 1943 sah sich General George Churchill Kenney, der Kommandant der Alliierten Luftstreitkräfte im Südwest-Pazifik, einem Problem gegenüber. Die Japaner wollten gerade ihre Armee in Neu-Guinea verstärken und hatten dabei zwei verschiedene Anmarschrouten zur Auswahl: die Route nördlich von Neubritannien mit regnerischem Wetter und die Route südlich von Neubritannien mit normalerweise gutem Wetter. In jedem Fall würde die Reise drei Tage dauern.

General Kenney mußte nun entscheiden, wo er den Großteil seiner Aufklärungsflugzeuge konzentrieren sollte. Die Japaner wollten ihre