



Neuronale Netze

Grundlagen, Anwendungen, Beispiele

von
Werner Kinnebrock
Fachhochschule Rheinland-Pfalz

2., verbesserte Auflage

Dr. Werner Kinnebrock

Professor an der Fachhochschule Rheinland-Pfalz. 1966 Diplom in Köln (Mathematik), 1971 Promotion an der TU Karlsruhe. Von 1967 bis 1973 wissenschaftlicher Angestellter im Kernforschungszentrum Karlsruhe, von 1973 bis 1975 Leiter der Arbeitsgruppe „Anwendungen der Informatik“ bei der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung in Göttingen. Zahlreiche wissenschaftliche Veröffentlichungen sowie vier Buchveröffentlichungen zur Künstlichen Intelligenz.

Anschrift:

Fachhochschule Rheinland-Pfalz, Abt. Bingen
FB Elektrotechnik
Rochusallee 4
55411 Bingen

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme**Kinnebrock, Werner:**

Neuronale Netze : Grundlagen, Anwendungen, Beispiele / von
Werner Kinnebrock. – 2., verb. Aufl. – München ; Wien :
Oldenbourg, 1994
ISBN 3-486-22947-8

© 1994 R. Oldenbourg Verlag GmbH, München

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Gesamtherstellung: Hofmann Druck, Augsburg

ISBN 3-486-22947-8

Inhalt

Vorwort	7
Einleitung	7
1. Grundlagen	11
1.1 Die Arbeitsweise des Gehirns	11
1.2 Mathematische Darstellungen	15
2. Vorwärts gerichtete Netze	25
2.1 Einführung	25
2.2 Spezielle einstufige Netze	32
2.3 Mehrstufige Netze	36
2.4 Die Existenz neuronaler Netze	45
3. Netze mit Rückkopplung	50
3.1 Das Hopfield-Modell	50
3.2 Simuliertes Kühlen (Simulated Annealing)	60
3.3 Boltzmann-Netze	71
4. Selbstorganisierende Netze	77
4.1 Sensorische Karten	77
4.2 Motorische Karten	91
5. Weitere Netztypen	98
5.1 Counterpropagation	98
5.2 Der bidirektionale Assoziationspeicher	100
5.3 Kognitron und Neokognitron	101
6. Anwendungen	103
6.1 Allgemeines	103
6.2 Sprachgenerierung und Spracherkennung	104
6.3 Prognosen und Zeitreihen	108
6.4 Regeln und Steuern	110
6.5 Klassifizierung	112
6.6 Muster- und Zeichenerkennung	114
6.7 Datenkompression und Datenaufbereitung	115
6.8 Neuronale Netze und Unterhaltung	116

6.9	Optimierungsaufgaben	117
6.10	Assoziative Speicher	119
6.11	Gehirnsimulation durch neuronale Netze	120
7.	Rückblick, Ausblick, Bewertung	123
7.1	Rückblick	123
7.2	Qualitative Bewertung neuronaler Netze	124
7.3	Abgrenzung zur konventionellen Datenverarbeitung	125
7.4	Neuro-Software	127
7.5	Hardware-Realisierungen	129
7.6	Ausblick	130
 Anhang		
A	Mathematische Beweise	132
A.1	Konvergenzsatz zu Adaline und Perzeptron.....	132
A.2	Konvergenz des Backpropagation Verfahrens.....	134
A.3	Verbessern der Korrekturformeln bei Backpropagation	135
A.4	Hopfield-Netze I	136
A.5	Hopfield-Netze II	137
A.6	Boltzmann-Netze	139
B	Programmbeispiele	141
B.1	Adaline	141
B.2	Perzeptron	142
B.3	Backpropagation	144
B.4	Hopfield-Netz	149
B.5	Simuliertes Kühlen	151
B.6	Boltzmann-Netz	153
B.7	Selbstorganisierendes Netz 1	158
B.8	Selbstorganisierendes Netz 2	160
B.9	Selbstorganisierendes Netz 3	162
B.10	Selbstorganisierendes Netz 4	165
B.11	Travelling Salesman	167
B.12	Auffangen eines Balls	171
Literatur	175
Register	176

Vorwort

Als man Ende der fünfziger Jahre die Fähigkeit von Rechnern entdeckte, Symbole (Strings) zu verarbeiten und zu verwalten, glaubte man, daß diese Symbolmanipulation die Grundlage dafür bieten könnte, Wissen zu manipulieren und damit Leistungen des Gehirns rechnerisch nachzuvollziehen. In euphorischen Veröffentlichungen hieß es damals, daß „in den nächsten zehn Jahren“ Rechner die Schach-Weltmeisterschaft gewinnen würden, wichtige mathematische Sätze entdecken und qualitativ hochwertige Musik komponieren würden.

Heute wissen wir, daß die damaligen Erwartungen zu hoch angesetzt waren und nicht erfüllt werden konnten. Es ist in KI-Kreisen bezüglich der Imitierung der Leistungen des menschlichen Gehirns eine starke Ernüchterung eingetreten. Auf einer Fachtagung sagte ein Redner sinngemäß: Wir wollten zum Mond und sind auf die Bäume geklettert. Was wir jetzt brauchen, ist eine KI-Rakete. Aber niemand weiß, wie diese zu bauen ist.

Die Entwicklung der Theorie neuronaler Netze ist ein weiterer Versuch, eine KI-Rakete zu bauen. Wenn es auch zweifelhaft ist, ob dieser Versuch zum Erfolg führen wird, denn viele Funktionen des Gehirns werden auch heute noch nicht verstanden, so birgt diese Entwicklung doch eine Reihe interessanter neuartiger Ansätze, die zu Lösungen von Problemklassen führen, welche mit konventionellen Methoden der Datenverarbeitung nicht lösbar sind. Nur drei Beispiele seien genannt: Qualitätskontrolle eines Motors durch Abhören des Motorengeräusches, Vorlesen eines geschriebenen Textes, Steuerung eines Roboters. In allen Fällen werden Netze vor ihrem Einsatz auf die zu leistenden Aufgaben trainiert.

Dieses Buch soll eine Einführung in die Theorie der neuronalen Netze geben und ist als Lehrbuch gedacht. Dabei ist es unumgänglich, aus der Vielzahl der Netztypen, die heute diskutiert werden, eine Auswahl zu treffen. Obwohl zur Zeit alles im Fluß ist und permanent neue Ergebnisse präsentiert werden, gibt es bereits gewisse Verfahren und Netztopologien, die man als eine Art Standard bezeichnen kann. Genau diese Inhalte werden vorgestellt.

Zur Vertiefung und zum Ausprobieren auf dem eigenen Rechner werden im Anhang einige Pascal-Programme als Beispiele zu den wichtigsten Netztypen und Lernverfahren vorgeführt. Eine Diskette mit diesen Programmen ist verfügbar.

Ich danke der BAYER AG für die Überlassung von Informationen zur neuronalen Implementierung von Kernspinresonanzermittlungen sowie Herrn Dipl. Ing. FH O. Peter vom Rechenzentrum der FH Bingen für seine wertvolle Hilfe bei der Erstellung der zahlreichen Graphiken.

Trechtingshausen, im April 1994

Werner Kinnebrock

Einleitung

Die Begabung des Menschen, seine Umwelt ergründen und erkennen zu können, beruht unter anderem auf seiner Fähigkeit, Informationen und Informationseinheiten zueinander in Relation zu setzen. Dadurch entstehen Abbildungen, Zuordnungen, Funktionen. Diese Zuordnungen beschreiben modellhaft die Erscheinungen der naturwissenschaftlichen Welt, des kollektiven Miteinanders, der Ästhetik usw.

Abbildungen lassen sich in drei wichtige Grundtypen einteilen: Zur ersten Gruppe gehören jene, die die Mathematiker „berechenbar“ nennen. Für Zuordnungen dieser Art existiert ein abbrechender Algorithmus, der die Ermittlung der Funktionswerte erlaubt.

Zur zweiten Gruppe gehören Zuordnungen, die zwar nicht im obigen Sinne berechenbar, aber oft intuitiv erfaßbar sind. Hierzu gehören z. B. bestimmte Prognosen, Diagnosen und Klassifikationen. Es sind Zuordnungen, bei denen zwei Fachleute zumindest prinzipiell zu unterschiedlichen Aussagen kommen könnten. In diesem Sinne handelt es sich um eine unscharfe Informationsverarbeitung. Es liegt ein begrenzt chaotischer Einfluß vor.

Die dritte Gruppe bilden die weder berechenbaren noch intuitiv erfaßbaren Zuordnungen. Hierzu gehört z. B. die Frage, welche Zahl am 28. August des kommenden Jahres um 21 Uhr am Spieltisch Nr. 3 der Spielbank in Baden Baden beim Roulette aktuell sein wird. Die Antwort auf diese Frage ist (leider) nicht berechenbar und nicht intuitiv erfaßbar. Zuordnungen dieser Art sind Untersuchungsobjekte der Chaostheorie.

Zuordnungen der ersten Gruppe sind wegen ihrer Berechenbarkeit problemlos mit prozeduralen oder deklarativen Sprachen, also konventionell, programmierbar. Die Abbildungen der Gruppe drei dagegen sind durch kein wie auch immer geartetes Verfahren erfaßbar und werden es auch nach dem heutigen Stand unseres Wissens niemals sein. Lediglich integrale Aussagen mit Hilfe statistischer Verfahren sind möglich.

Zuordnungen der Gruppe zwei sind weder rein chaotisch noch algorithmisch berechenbar. Meist handelt es sich um hochdimensionale nichtlineare Zuordnungen, wobei die Zuordnung selbst noch unscharf sein kann. Es gibt Fälle, in denen solche Abbildungen intuitiv erfaßbar sind. Als Beispiel sei das visuelle Überprüfen von Schweißnähten genannt. Ein Fachmann kann mit hoher Sicherheit die Qualität einer Schweißnaht überprüfen und die binäre Aussage „fehlerfrei“ oder „fehlerhaft“ zuordnen. Die Fähigkeit des Zuordnens hat er in langjährigen Erfahrungen gelernt.

Genau hier liegt der Ansatz für eine maschinelle Realisierung: Gibt es Systeme, die eine Zuordnung erlernen können? Die Vorlage liefert das Gehirn mit seinem

neuronalen und synaptischen Aufbau. In der Vergangenheit entstand aus dieser Vorlage die Theorie der neuronalen Netze. Neuronale Netze sind lernfähig.

Hat man eine Zuordnung, die weder algorithmisch berechenbar noch rein chaotisch ist, so ermittele man zunächst Ein- und Ausgabewerte (bzw. Vektoren) dieser Zuordnung. Diese bilden dann als Lerndatei die Grundlage für das Training des Netzes. Nach der Trainingsphase ist das Netz in der Lage, selbständig die Zuordnungen der Lerndatei durchzuführen. Darüber hinaus ist es sogar befähigt, die Funktion auch außerhalb der Lerndatei zu realisieren. In diesem Sinne besitzen neuronale Netze die Fähigkeit zum Generalisieren.

Die Generalisierungsfähigkeit ist eine der Stärken neuronaler Netze. Eine andere ist die Fehlertoleranz. Wenn ein Mensch eine durch einen Gegenstand halb verdeckte Schachtel erblickt, so kann er diese trotz der Sichtbehinderung als Schachtel identifizieren. Eine ähnliche Eigenschaft besitzen neuronale Netze: Ist die Eingabe mit einem leichten Fehler behaftet, so erfolgt trotzdem die richtige Klassifizierung.

Nach einem Abschnitt über das biologische Vorbild „Gehirn“ werden in diesem Buch zunächst die wichtigsten Grundtypen von vorwärtsgerichteten Netzen, Netze mit Rückkopplung und selbstorganisierende Netze behandelt. Zur Zeit werden so viele Netzstrukturen und Netztypen gleichzeitig diskutiert, daß es unmöglich ist, auf alle einzugehen. Dies wäre auch sicherlich nicht sinnvoll, da man bei den neuesten Netzvorschlügen erst einmal abwarten muß, ob sie die in sie gesetzten Erwartungen erfüllen. Daher werden in diesem Buch nur „etablierte“ und praxisbewährte Netzstrukturen beschrieben.

In einem weiteren Kapitel wird ausführlich auf die zur Zeit bekannten Anwendungsmöglichkeiten neuronaler Netze eingegangen. Im Anhang schließlich sind die Pascal-Programme zusammengestellt, auf die im Text wiederholt Bezug genommen wird. Zu allen wichtigen Netztypen sind entsprechende Programme vorhanden.

Um das Buch einerseits nicht zu theorieelastig werden zu lassen, andererseits aber auch die Leser zu bedienen, die theoretischen Aussagen auf den Grund gehen möchten, wurden besonders lange mathematische Beweise aus dem Text herausgenommen und in den Anhang „verbannt“.

1. Grundlagen

1.1 Die Arbeitsweise des Gehirns

Die Verarbeitung von Informationen in einem Computer erfolgt prinzipiell anders als in einem menschlichen oder tierischen Gehirn. Während der Computer durch die von Neumann Architektur beherrscht wird, ist das Gehirn ein gigantisches Parallelverarbeitungssystem. Milliarden von Prozessoren, die Neuronen, verarbeiten eingehende Reize nach immanenten Verarbeitungsmustern. Die Verarbeitungsgeschwindigkeit des Gehirns ist im Vergleich zu der Geschwindigkeit eines Computers allerdings so wie die Geschwindigkeit einer Schnecke zu der eines Autos. Dafür allerdings ist die Zahl der Prozessoren in einem Gehirn von heutigen Rechnern unerreicht.

Diese grundsätzliche Verschiedenheit führt dazu, daß Rechner und Gehirn in der Anwendung ihre eigenen Stärken und Schwächen besitzen. So ist die Überlegenheit eines Rechners bei der Bearbeitung von Zahlen und mathematischen Rechenaufgaben offensichtlich. Auf der anderen Seite gibt es Leistungen des Gehirns, die mit Rechnern nicht zu erzielen sind. Als einfaches Beispiel sei genannt: Das Wiedererkennen einer Person. Man kann zwar dem Rechner die Physiognomie eines Gesichtes in Form von Bitmustern mitteilen. Sobald diese Person aber leicht verändert auftritt oder gar auf einer Fotografie abgebildet ist, wird er sie nicht erkennen.

Es liegt also auf der Hand, den Versuch zu wagen, Rechner zu konstruieren, die die Arbeitsweise des Gehirns kopieren. Dies war der Grundgedanke bei der Konzipierung neuronaler Netze. Um all die Ansätze im Zusammenhang mit neuronalen Netzen zu verstehen, ist es notwendig, daß wir uns zunächst mit der Arbeitsweise des Gehirns auseinandersetzen. Da es hier nicht um medizinisches Fachwissen geht, sondern lediglich um ein Grundverständnis, kann dies in stark vereinfachter Form geschehen.

1.1.1 Reizverarbeitung im Nervensystem

Viele Funktionen des Gehirns werden auch heute noch nicht verstanden. Einiges von dem, was uns bekannt ist, wird im folgenden in vereinfachter Form dargestellt.

Aufgabe des Gehirns ist die Aufnahme, die Verarbeitung und die Beantwortung von Reizen, welche z. B. über Sensoren wie die Sinnesorgane aufgenommen werden. Diese Sensoren bezeichnet man als Rezeptoren. Sie registrieren Gegebenheiten wie Licht, Druck, Temperatur, Töne etc. und codieren diese Reize so um, daß sie als Signale über die Nervenbahnen an das Gehirn, die zentrale Schaltstelle, weitergeleitet werden können. Die Verarbeitung eines

eingegangenen Reizes bewirkt unter Umständen, daß Signale vom Gehirn nach außen zur Steuerung abgegeben werden müssen. Als Beispiel betrachte man die typischen Reflexbewegungen, bei denen in Abhängigkeit von eingehenden Signalen bestimmte Muskelgruppen angesteuert werden. Gewebeteile, die so angesteuert werden, bezeichnet man als Effektoren. Dies sind z.B. Muskeln und Drüsen.

Vereinfacht gilt also: Die Rezeptoren nehmen Reize auf. Diese werden als Signale auf elektrochemischem Wege über die Nervenbahnen an das Gehirn geschickt. Dort erfolgt die Verarbeitung entsprechend vorgegebener Muster und die eventuelle Abgabe eines Reaktionsreizes an die Effektoren.

Jene Reize, die der Kontrolle des Bewußtseins unterliegen wie z. B. Sehen, Hören, Fühlen, werden durch das animale Nervensystem übertragen. Dagegen werden die unbewußten Reize (Herzsteuerung, Drüsenfunktionen etc.) über das vegetative Nervensystem weitergegeben.

Die wichtigste Schaltstelle in diesem System der Reizverarbeitung (Zentrales Nervensystem) ist das Gehirn, wo Signale von den Rezeptoren des Körpers eintreffen und nach gespeicherten Mustern verarbeitet werden.

Der wesentliche Kern der Informationsverarbeitung im Gehirn geschieht in der Hirnrinde (Neokortex). Es handelt sich um ein flächenartiges 2 bis 3 mm dickes Gewebe mit der Ausdehnung von ca. 0.2 Quadratmeter beim Menschen. Dieses lappenartige Gebilde findet nur dadurch in der Schädelhöhle Platz, daß es zusammengefaltet untergebracht ist, wodurch Furchen und Windungen entstehen.

Durch den Ausfall von Teilen der Hirnrinde (etwa bei Unfall) kann man ein ganzes Fähigkeitsfeld wie z. B. Hören, Tastempfindlichkeit, motorische Fähigkeiten etc. einbüßen. Daraus ergibt sich, daß assoziativ zusammengehörende Fähigkeiten jeweils auf einem Teil der Hirnrinde zusammenhängend gespeichert sind. So gibt es Bereiche, die für die Sprache, für die akustische Wahrnehmung, für den Tastsinn usw. zuständig sind. Dies ist in Abbildung 1 in vereinfachter Form für den Menschen dargestellt.

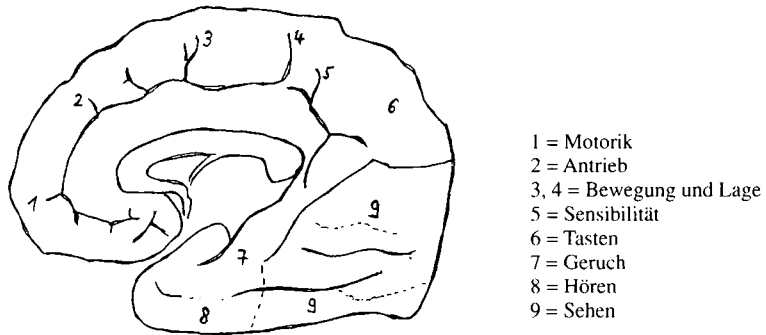


Abb. 1: Stark vereinfachte Darstellung der Assoziationsfelder der Hirnrinde

1.1.2 Die Hirnrinde (Neokortex)

Die elementaren Verarbeitungseinheiten in der Hirnrinde sind die Neuronen. Sie sind Zellen, die untereinander auf elektrochemischem Wege Signale austauschen und sich gegenseitig erregen können. Auf einem Quadratmillimeter der Hirnrinde befinden sich etwa 100 000 Neuronenzellen.

Insgesamt besitzt ein Mensch etwa 10^{10} Neuronen. Jedes Neuron besitzt durchschnittlich 10 000 Verbindungen zu Nachbarneuronen, so daß ein menschliches Gehirn im Neokortex bis zu 10^{14} Verbindungen besitzt. Alle Neuronen mit ihren Verbindungen bilden ein neuronales Netz.

Welch ungeheures Vernetzungspotential in diesem Netz untergebracht ist, erahnt man, wenn man alle Verbindungsleitungen hintereinanderlegen würde. Man erhielte beim Menschen eine Strecke von 500 000 km (!). Bei der Geburt sind bereits sämtliche Neuronen vorhanden, es können danach keine weiteren Neuronen mehr entstehen. Würden während der neunmonatigen Schwangerschaft beim Menschen die Neuronen im Gehirn zeitlich linear entstehen (was natürlich nicht der Fall ist), so müßten im Gehirn des Embryos während der gesamten Schwangerschaft in jeder Sekunde mehr als 4000 Neuronen neu geschaffen werden, damit das Soll bei der Geburt erreicht werden kann.

Nach der Geburt sind die Neuronen praktisch nicht vernetzt. Die Vernetzung beginnt erst mit dem Lernen. Jede Herausforderung der Umwelt an das Neugeborene muß dieses mit einer entsprechenden Reaktion beantworten. Im Laufe der Zeit lernt es die optimale Reaktion, und das so erlernte Reaktionsverhalten wird als Verbindungsmuster zwischen Neuronen gespeichert. Verhaltensformen, die über eine längere Zeit nicht trainiert werden, bewirken den Zerfall der entsprechenden Neuronenbindungen (Vergessen). Jedes Training dagegen stärkt die entsprechenden Verbindungen.

Begriffe wie z. B. „Baum“, „Haus“ etc. werden durch miteinander verbundene Neuronengruppen gespeichert. Solche Neuronengruppen bezeichnet man als „Assemblies“. Verwandte Begriffe wie etwa „Blitz“ und „Donner“ besitzen Assemblies, die sich teilweise überdecken, d. h. es gibt Neuronen, die sowohl zur Assembly „Blitz“ als auch zur Assembly „Donner“ gehören. Dies führt dazu, daß bei der Aktivierung der Neuronengruppe „Blitz“ auch Teile der Neuronengruppe „Donner“ aktiv werden - oder anders ausgedrückt: Nehme ich einen Blitz wahr, denke ich unwillkürlich auch an den zu erwartenden Donner. Das Gedächtnis arbeitet assoziativ.

Es fällt auf, daß die Zuordnung der Neuronen zu den ihnen zugeschalteten Rezeptoren nachbarschaftserhaltend ist. Dies bedeutet, daß, wenn man z. B. zwei benachbarte Punkte der Haut berührt, die Reize an Neuronen gemeldet werden, die auch im Assoziationsfeld der Hirnrinde benachbart sind. In diesem Sinne bildet z. B. der Bereich, der für Temperatur- und Druckempfindungen auf der Haut zuständig ist (das somatosensorische Rindenfeld), eine „Karte“ aller Hautbereiche, in der benachbarte Neuronengruppen benachbarten Hautteilen entsprechen. Ähnliches gilt für die Zuordnungen der anderen Assoziationsfelder zu ihren Rezeptoren.

1.1.3 Neuronen

Die Neuronen sind die eigentlichen Verarbeitungseinheiten im Gehirn. Wie jeder Prozessor besitzen sie Eingabe und Ausgabe. Die Eingabesignale sind elektrochemische Reize, die von anderen Neuronen kommen und über spezielle Leitungen, den Dendriten, an das Neuron herangetragen werden. Ein Neuron besitzt im Durchschnitt 10 000 dieser Eingabeleitungen, im Einzelfall mehr als 100 000.

Wenn die Summe der Eingabesignale als elektrisches Potential einen Schwellwert überschreitet, wird das Neuron aktiv. Es sendet über eine Ausgabeleitung, dem *Axon*, einen kurzen elektrischen Nadelimpuls an andere nachgeschaltete Neuronen. Man sagt, das Neuron „feuert“.

Das Neuron ist demnach eine Prozessoreinheit mit der einzigen Fähigkeit, elektrische Signale in Abhängigkeit von der Eingabe auszusenden. Die Eingabe erfolgt über die Dendriten, die Ausgabe über eine einzige Leitung, dem Axon. Das Axon kann im Extremfall bis zu ein Meter lang sein und sich in viele Zweige aufspalten, die dann weitere Neuronen ansprechen. Eine schematische Darstellung findet man in Abbildung 2.

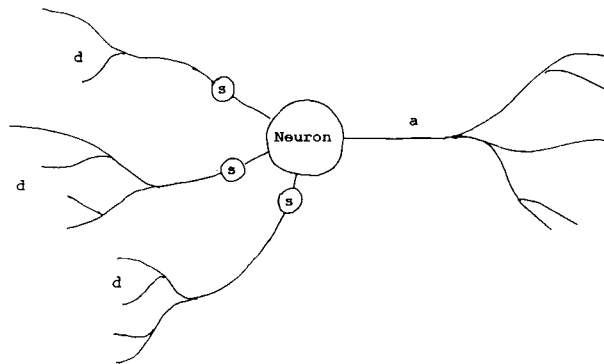


Abb. 2: Dendriten, Neuron und Axon als Eingabe, Prozessor und Ausgabe (a=Axon, d=Dendriten, s=Synapsen)

Zwischen der Eingabe, den Dendriten und dem Prozessor, dem Neuron ist eine Zelle geschaltet, die den ankommenden Potentialwert verstärken oder hemmen kann. Diese Zelle heißt *Synapse* und befindet sich oft direkt am Zellkörper des Neurons. Die Veränderung des elektrischen Impulses geschieht im allgemeinen auf chemischen Wege (Neurotransmitter). Wird der Impuls verstärkt, spricht man von einer exzitatorischen, andernfalls von einer inhibitorischen Synapse (vgl. Abb. 2).

Da die Synapsen ihre hemmende oder verstärkende Wirkung im Laufe der Zeit verändern können, spielen sie gerade im Lernverhalten eine wichtige Rolle. Bei neuronalen Netzmodellen im Bereich der Informatik wird das Synapsenverhalten schlicht durch die Multiplikation mit positiven oder negativen Zahlen simuliert.

1.2 Mathematische Darstellungen

Das in Abschnitt 1 beschriebene Modell eines Neuronennetzes der Hirnrinde soll durch ein mathematisches Modell ersetzt werden, welches für Computersimulationen geeignet ist und das durch Anwendung mathematischer Formalismen begrifflich faßbar ist.

1.2.1 Das Neuron

Das Neuron ist ein Prozessor, der lediglich zwei Zustände annehmen kann: entweder es feuert oder es ist passiv. Es genügt daher, diesen beiden Zuständen binäre Werte zuzuordnen, zum Beispiel die Zahlen 0 und 1.

Die Eingaben zum Neuron sind die von den Dendriten an das Neuron herangetragenen Reize. Da dies Ausgaben vorgeschalteter Neuronen sind, sind die

Eingabewerte ebenfalls entweder 1 oder 0. Die Signale der Dendriten werden, bevor sie das Neuron erreichen, in den Synapsen verstärkt oder gehemmt. Dies lässt sich leicht simulieren, indem man die Dendritenwerte mit positiven oder negativen reellen Zahlen multipliziert. Positive Zahlen stehen für eine Verstärkung des Reizes, negative für eine Hemmung.

Wenn die so vorbehandelten Eingangswerte das Neuron erreichen, feuert dieses nur dann, wenn die Summe aller Potentialwerte einen gewissen Schwellwert übersteigt. Im Modell bilde man daher die Summe aller mit den Synapsenwerten multiplizierten Eingänge und vergleiche den Summenwert mit einem Schwellwert Θ . Ist die Summe größer als Θ , setze man die Ausgabe des Neurons (d. h. den Wert des Axons) auf 1, andernfalls auf 0.

Dies lässt sich sehr übersichtlich an dem Diagramm der Abbildung 3 ablesen.

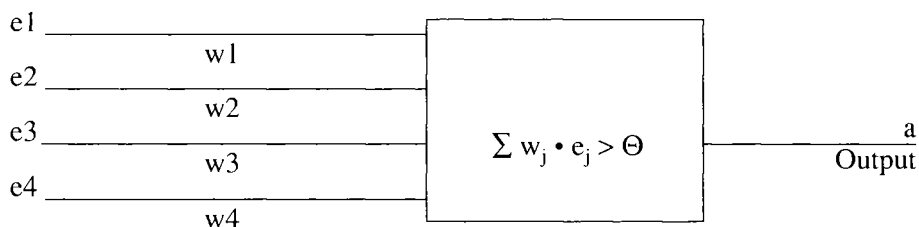


Abb. 3 Formale Darstellung der Neuronenfunktion: Die Eingangswerte e_1, e_2, e_3, e_4 werden mit den Synapsenwerten w_1, w_2, w_3, w_4 , multipliziert. Falls die Summe $> \Theta$, feuert das Neuron (d. h. $a=1$)

Das in Abbildung 3 dargestellte Neuronenverhalten soll nun durch einen mathematischen Formalismus ausgedrückt werden:

Definition 1: Neuron

Es seien $e_1, e_2, e_3, \dots, e_a$ Eingangswerte von der Größe 0 oder 1. Zudem seien die Synapsenwerte $w_1, w_2, w_3, \dots, w_a$ beliebige reelle Zahlen (Gewichte) und

$$\text{net} = \sum w_j \cdot e_j$$

der kumulierte Input. Dann ist

$$a = f(\text{net} - \Theta)$$

der Ausgabewert des Neurons, wobei die Funktion $f(x)$ definiert ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{falls } x \leq 0 \end{cases}$$

Die folgende Grafik (Abb. 4) beschreibt das Verhalten eines Neurons mit drei Eingaben:

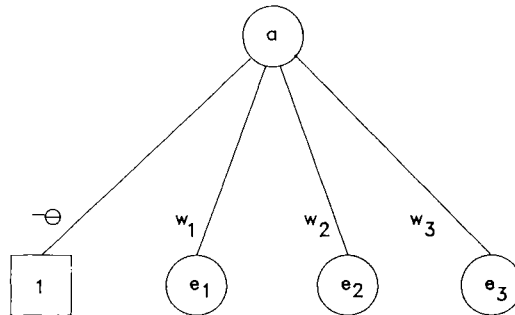


Abb. 4: Neuron mit drei Eingängen e_1 , e_2 , e_3

a ist genau dann 1, wenn die mit den Gewichten $-\Theta$, w_1 , w_2 , w_3 multiplizierten Eingänge 1, e_1 , e_2 , e_3 in der Summe größer als 0 sind, d. h. wenn

$$-\Theta \cdot 1 + w_1 \cdot e_1 + w_2 \cdot e_2 + w_3 \cdot e_3 > 0.$$

Wie man sieht, ist dies genau die Vorschrift obiger Definition. Um den Schwellwert Θ in die Summe einzubringen, wurde hier eine weitere Eingabe eingeführt, die stets auf 1 steht.

Diese Hilfeingabe vereinfacht den Formalismus, indem man den Schwellwert Θ zu den Gewichten zählt und die Abfrage auf die Zahl 0 normiert. Diese Zusatzeingabe mit dem Standardwert 1 und dem Gewicht $-\Theta$ bezeichnet man als BIAS.

Neuronenfunktionen und auch Netze lassen sich in übersichtlicher Form durch solche Grafiken darstellen.

Die Funktion $f(x)$ in Definition 1 bezeichnet man als Transferfunktion.

Obige Definition 1 läßt sich in einigen Details variieren. So gibt es z. B. anders geartete Transferfunktionen, die man mit Erfolg einsetzen kann. Folgende Transferfunktionen sind in der Theorie der neuronalen Netze u. a. gebräuchlich, wir werden sie in späteren Abschnitten benutzen:

$$(1) \quad f_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{falls } x \leq 0 \end{cases} \quad (\text{binäre Funktion})$$

$$(2) \quad f_2(x) = 1 / (1 + \exp(-c \cdot x)) \quad (\text{sigmoide Funktion})$$

Die Abbildung 5 zeigt den Kurvenverlauf der binären Funktion und der sigmoiden Funktion. Bei der letzteren gibt die Konstante c die Steilheit des Überganges von 0 nach 1 an. Für $c \rightarrow \infty$ geht die sigmoide Funktion in die binäre Funktion über. Die binäre Funktion ersetzt man durch die sigmoide Funktion, wenn Differenzierbarkeit verlangt wird.

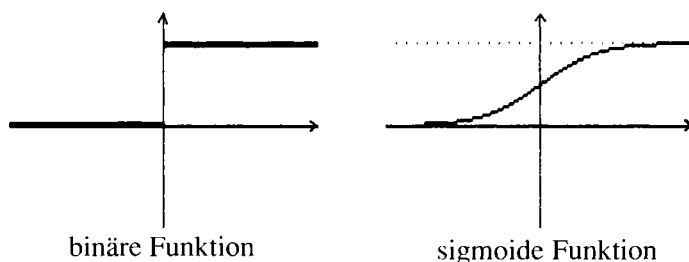


Abb. 5: Transferfunktionen

Bisher wurden die Zustände des Neurons durch die binären Werte 0 und 1 ausgedrückt. Natürlich kann man hier auch andere Wertepaare einsetzen. In vielen Fällen ist es günstig, mit den Zahlen +1 und -1 zu arbeiten.

Die binäre Transferfunktion wird dann durch die Signumfunktion ersetzt:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > 0 \\ -1 & \text{falls } x \leq 0 \end{cases}$$

Die folgende Abbildung 6 zeigt zwei Diagramme für Neuronenfunktionen. Das erste Diagramm beschreibt ein Neuron mit zwei Eingängen und einem Bias. Die Gewichte -3; 2; 2 sind so gewählt, daß eine Bool'sche Und-Funktion dargestellt ist. Das zweite Diagramm benutzt kein Bias (d. h. der Schwellwert Θ ist 0) und stellt die Oder-Funktion dar.

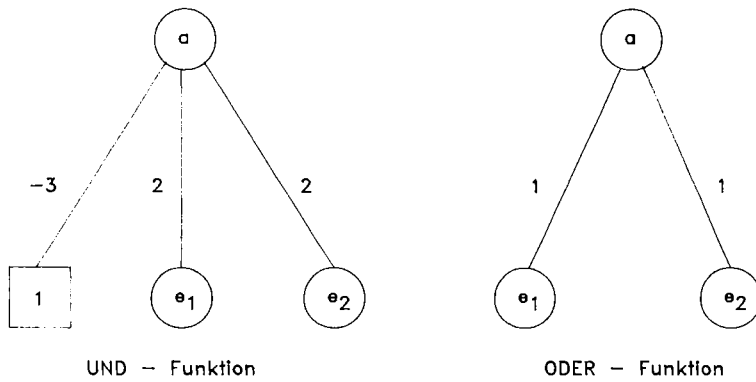


Abb. 6 Bool'sche Und- und Oder-Funktionen

1.2.2 Neuronale Netze

Schaltet man mehrere Neuronen hinter- oder nebeneinander, entsteht ein neuronales Netz. Als Beispiel betrachten wir die beiden Neuronenfunktionen der Abbildung 7. Die Ausgänge sind a_1 und a_2 . Da kein Bias vorgegeben ist, wird bei der binären Funktion auf $\Theta=0$ abgefragt.

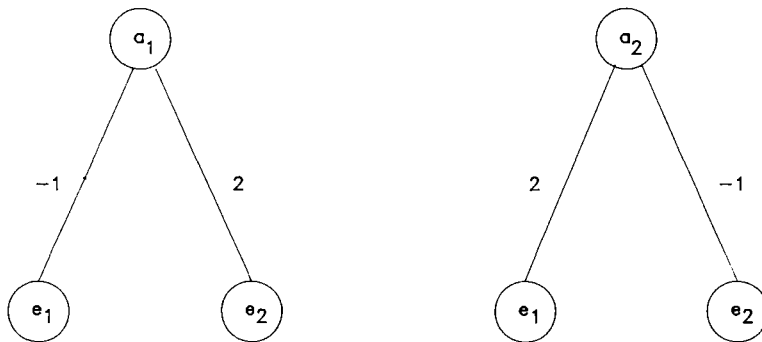


Abb. 7: Zwei Neuronen mit den Ausgängen a_1 und a_2