



Managementwissen für Studium und Praxis

Herausgegeben von
Professor Dr. Dietmar Dom und
Professor Dr. Rainer Fischbach

Lieferbare Titel:

- Anderegg*, Grundzüge der Geldtheorie und Geldpolitik
Arrenberg · Kiy · Knobloch · Lange, Vorkurs in Mathematik, 2. Auflage
Barth · Barth, Controlling
Behrens · Kirspel, Grundlagen der Volkswirtschaftslehre, 3. Auflage
Behrens · Hilligweg · Kirspel, Übungsbuch zur Volkswirtschaftslehre
Behrens, Makroökonomie – Wirtschaftspolitik, 2. Auflage
Blum, Grundzüge anwendungsorientierter Organisationslehre
Bontrup, Volkswirtschaftslehre, 2. Auflage
Bontrup, Lohn und Gewinn
Bontrup · Pulte, Handbuch Ausbildung
Bradtke, Mathematische Grundlagen für Ökonomen, 2. Auflage
Bradtke, Übungen und Klausuren in Mathematik für Ökonomen
Bradtke, Statistische Grundlagen für Ökonomen, 2. Auflage
Bradtke, Grundlagen im Operations Research für Ökonomen
Breitschuh, Versandhandelsmarketing
Busse, Betriebliche Finanzwirtschaft, 5. Auflage
Camphausen, Strategisches Management, 2. Auflage
Dinauer, Allfinanz – Grundzüge des Finanzdienstleistungsmarkts
Dom · Fischbach, Operations Research, 3. Auflage
Dom · Fischbach, Volkswirtschaftslehre II, 4. Auflage
Dorsch, Abenteurer Wirtschaft - 75 Fallstudien mit Lösungen
Drees-Behrens · Kirspel · Schmidt · Schwanke, Aufgaben und Fälle zur Finanzmathematik, Investition und Finanzierung, 2. Auflage
Drees-Behrens · Schmidt, Aufgaben und Fälle zur Kostenrechnung, 2. Auflage
Fiedler, Einführung in das Controlling, 2. Auflage
Fischbach · Wollenberg, Volkswirtschaftslehre I, 13. Auflage
Götze, Techniken des Business-Forecasting
Götze, Mathematik für Wirtschaftsinformatiker
Götze · Deutschmann · Link, Statistik
Gohout, Operations Research, 3. Auflage
Haas, Kosten, Investition, Finanzierung – Planung und Kontrolle, 3. Auflage
Haas, Marketing mit EXCEL, 2. Auflage
Haas, Access und Excel im Betrieb
Hans, Grundlagen der Kostenrechnung
Hardt, Kostenmanagement, 2. Auflage
Heine · Herr, Volkswirtschaftslehre, 3. Auflage
Hildebrand · Rebstock, Betriebswirtschaftliche Einführung in SAP® R/3®
Hoppen, Vertriebsmanagement
Koch, Marketing
Koch, Marktforschung, 4. Auflage
Koch, Betriebswirtschaftliches Kosten- und Leistungscontrolling in Krankenhaus und Pflege, 2. Auflage
Laser, Basiswissen Volkswirtschaftslehre
Martens, Statistische Datenanalyse mit SPSS für Windows, 2. Auflage
Martin · Bär, Grundzüge des Risikomanagements nach KonTraG
Mensch, Investition
Mensch, Finanz-Controlling, 2. Auflage
Mensch, Kosten-Controlling
Peto, Grundlagen der Makroökonomik, 13. Auflage
Piontek, Controlling, 3. Auflage
Piontek, Beschaffungscontrolling, 3. Aufl.
Plümer, Logistik und Produktion
Posluschny, Controlling für das Handwerk
Posluschny, Kostenrechnung für die Gastronomie, 2. Auflage
Rau, Planung, Statistik und Entscheidung – Betriebswirtschaftliche Instrumente für die Kommunalverwaltung
Reiter · Matthäus, Marktforschung und Datenanalyse mit EXCEL, 2. Auflage
Reiter · Matthäus, Marketing-Management mit EXCEL
Rothlauf, Total Quality Management in Theorie und Praxis, 2. Auflage
Rudolph, Tourismus-Betriebswirtschaftslehre, 2. Auflage
Rüth, Kostenrechnung, Band I, 2. Auflage
Sauerbier, Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, 2. Auflage
Scharnbacher · Kiefer, Kundenzufriedenheit, 3. Auflage
Schuster, Kommunale Kosten- und Leistungsrechnung, 2. Auflage
Schuster, Doppelte Buchführung für Städte, Kreise und Gemeinden, 2. Auflage
Stahl, Internationaler Einsatz von Führungskräften
Stender-Monhemius, Marketing – Grundlagen mit Fallstudien
Strunz · Dorsch, Management
Strunz · Dorsch, Internationale Märkte
Weeber, Internationale Wirtschaft
Wilde, Plan- und Prozesskostenrechnung
Wilhelm, Prozessorganisation, 2. Auflage
Wörner, Handels- und Steuerbilanz nach neuem Recht, 8. Auflage
Zwerenz, Statistik, 3. Auflage
Zwerenz, Statistik verstehen mit Excel – Buch mit CD-ROM

Finanzmathematik, Investition und Finanzierung

Aufgaben und Fälle

von

Prof. Dr. Christa Drees-Behrens

Prof. Dr. Matthias Kirspel

Prof. Dr. Andreas Schmidt

Prof. Helmut Schwanke

2., überarbeitete Auflage

Oldenbourg Verlag München Wien

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2007 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
oldenbourg.de

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Lektorat: Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, wiso@oldenbourg.de
Herstellung: Anna Grosser
Coverentwurf: Kochan & Partner, München
Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Gesamtherstellung: Druckhaus „Thomas Müntzer“ GmbH, Bad Langensalza

ISBN 978-3-486-58492-9

Vorwort zur 2. Auflage

Eines der wichtigsten und interessantesten Teilgebiete der Betriebswirtschaftslehre ist die betriebliche Investitions- und Finanzwirtschaft. Die betriebliche Investitionswirtschaft befasst sich mit der langfristigen Kapitalbindung, denn Investitionen reichen weit in die Zukunft und sind für die strategische Ausrichtung eines Unternehmens von grundlegender Bedeutung. Die betriebliche Finanzwirtschaft behandelt neben der Frage, wie ein Unternehmen und insbesondere seine Investitionen finanziert werden sollen, auch die für ein Unternehmen existenziell wichtige Frage, wie eine Unternehmung in die Lage versetzt werden kann, jederzeit seinen Zahlungsverpflichtungen nachkommen zu können, also liquide zu sein. Als nicht zu vernachlässigenden Nebeneffekt kann man die Erkenntnisse der betrieblichen Investitions- und Finanzwirtschaft ebenfalls für die private Vermögens- und Schuldendisposition nutzen, etwa bei der Frage, wie der Bau eines Hauses zweckmäßig zu finanzieren ist oder bei Fragen der Altersvorsorge.

Die vorliegende Aufgabensammlung in überarbeiteter zweiter Auflage soll dem Leser dabei helfen, die Grundlagen der betrieblichen Investitions- und Finanzwirtschaft unmittelbar praxisbezogen zu erleben. Da die betriebliche Investitions- und Finanzwirtschaft auf den Grundlagen der Finanzmathematik aufbaut, haben wir ein Kapitel mit Aufgaben zur Finanzmathematik vorangestellt. Die Aufgabensammlung umfasst insgesamt 134 Aufgaben mit Lösungen, von denen die meisten aufgrund ihres Anwendungsbezuges und ihres Umfangs als „Fälle“ gelten können. Die Aufgabensammlung wendet sich an Studierende von Universitäten, Fachhochschulen und Berufsakademien sowie an Teilnehmer von Fort- und Weiterbildungsveranstaltungen. Auch der interessierte Praktiker wird manche Aufgabe als sehr hilfreich für seine tägliche Arbeit empfinden.

Alle Aufgaben haben sich in unseren zahlreichen Lehrveranstaltungen zu diesen Themengebieten überaus bewährt. Für Hinweise und Anregungen sind wir dennoch sehr dankbar. Eine durchgehende Bearbeitung der Aufgaben, verbunden mit der anschließenden Kontrolle der Lösungen sichert den Lern- und Prüfungserfolg. Wir wünschen Ihnen dabei viel Spaß und gutes Gelingen.

Christa Drees-Behrens

Matthias Kirspel

Andreas Schmidt

Helmut Schwanke

Inhaltsverzeichnis

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis XIV

1. Finanzmathematik

1.1. Zins- und Zinseszinsrechnung

1-1	Zins- und Endwertberechnung	1 / 120
1-2	Anfangskapital	1 / 120
1-3	Unterjährige Verzinsung	1 / 120
1-4	Grundbegriffe der Zinsrechnung	2 / 121
1-5	Einfache Verzinsung/Zinseszinsen	2 / 121
1-6	Verzinsung des Sparkontos	2 / 121
1-7	Zinsberechnung für ein Sparkonto mit Einzahlungen	3 / 122
1-8	Zinskonditionen	3 / 122
1-9	Zinsberechnung für einen Bundesschatzbrief	3 / 123
1-10	Nachschüssige/vorschüssige Verzinsung	4 / 123
1-11	Antizipativer Zinssatz	4 / 123
1-12	Zinssatzberechnung	4 / 124
1-13	Zahlungsablösung	5 / 124
1-14	Kreditablösung	5 / 124
1-15	Zinssatzbestimmung	5 / 124
1-16	Jährliche/unterjährige Zinsberechnung	5 / 125
1-17	Verbraucherkreditberechnung	6 / 126
1-18	Variable Zinssätze	6 / 126
1-19	Wechselverzinsung	7 / 127
1-20	Variable Verzinsung	7 / 127
1-21	Unterjährige Zinstermine	8 / 128
1-22	Zinsberechnung beim Ratensparen	9 / 128
1-23	Kapitalwertvergleich	9 / 131
1-24	Jahreszinsberechnung	9 / 131

1.2. Rentenrechnung

1-25	Kapitalstockberechnung	10 / 132
1-26	Kapitalstock für veränderliche Rentenzahlungen I	10 / 133
1-27	Kapitalstock für veränderliche Rentenzahlungen II	11 / 133
1-28	Ratenberechnung	11 / 133
1-29	Rentenberechnung	11 / 134
1-30	Änderungen der Rentenraten	12 / 134
1-31	Änderungen der Beitragsdauer	12 / 135
1-32	Monatliche Rentenzahlung	12 / 135
1-33	Monatlich steigende Rentenzahlungen	13 / 136
1-34	Bausparvertrag	13 / 136
1-35	Endwertberechnung von Zahlungsreihen	14 / 137
1-36	Ratensparverträge und Zinsberechnungsverfahren	15 / 137
1-37	Raucherauszahlungen	15 / 138
1-38	Barabfindung für eine Rentenzahlung	16 / 138
1-39	Geschäftsübergabe auf Rentenbasis	16 / 139
1-40	Sparvertrag mit unterjährigen Zahlungen	17 / 140
1-41	Rentenvergleich	17 / 141
1-42	Investitionsbeurteilung I	18 / 142
1-43	Investitionsbeurteilung II	20 / 144
1-44	Bewertung einer Pensionsverpflichtung	21 / 145
1-45	Annuitätenberechnung	21 / 145
1-46	Investitionsvergleich	21 / 146
1-47	Vorfälligkeitsentschädigung	22 / 147
1-48	Pensionsrente I	23 / 147
1-49	Jährliche Renten	24 / 148
1-50	Barwert bei unterjährigen Rentenzahlungen	24 / 148
1-51	Pensionsrente II	25 / 149
1-52	Monatlich vorschüssige Rentenzahlungen/ Lebensversicherung	26 / 149
1-53	Unterjährige Rente	27 / 150
1-54	Barkauf oder Ratenzahlung	27 / 150

1.3. Tilgungsrechnung

1-55	Kreditratenberechnung I	28 / 151
1-56	Kreditberechnung	28 / 151
1-57	Wohnungsbaukredit/Zinsverrechnungsverfahren	29 / 152
1-58	Kreditvergleich I	30 / 154
1-59	Kreditablösung	31 / 158
1-60	Kreditratenberechnung II	31 / 158
1-61	Kreditfinanzierung	32 / 159
1-62	Verbraucherkreditberechnung	33 / 159
1-63	Effektivverzinsung eines endfälligen Darlehens	33 / 161
1-64	Tilgungsplan und Effektivverzinsung einer Ratenschuld	34 / 163
1-65	Annuitätentilgung I	34 / 164
1-66	Annuitätentilgung II	35 / 164
1-67	Kredit mit Jahresraten	36 / 165
1-68	Annuitätentilgung III	36 / 166
1-69	Kreditvergleich II	37 / 166
1-70	Unterjähriger Annuitätenkredit	38 / 167
1-71	Annuitätentilgung IV	39 / 167
1-72	Annuitätentilgung V	40 / 168
1-73	Tilgungsdauer	40 / 168

1.4. Kursrechnung

1-74	Kurs- und Effektivzinsberechnung	41 / 169
1-75	Kurs und Effektivverzinsung von Kapitalanlagen	41 / 170
1-76	Kurs einer Anleihe I	42 / 172
1-77	Kurswert von Anleihen	42 / 173
1-78	Kurs einer Anleihe II	43 / 173
1-79	Kurs einer Annuitätenschuld	44 / 173
1-80	Kurs einer Zinsschuld mit unterjährigen Zahlungen	44 / 174

2. Betriebliche Investitionswirtschaft**2.1. Grundlagen**

2-1	Aussagen zur betrieblichen Investitionswirtschaft	45 / 176
-----	---	----------

2.2. Statische Investitionsrechnung

2-2	Gewinn-, Rentabilitäts- und Amortisationsvergleich	47 / 178
2-3	Kosten- und Gewinnvergleichsrechnung	49 / 180
2-4	Gewinnvergleichs- und Amortisationsrechnung	50 / 182

2.3. Dynamische Investitionsrechnung

2-5	Rechnungselemente bei Investitionsrechnungen	51 / 183
2-6	Kapitalwertmethode/Einzelinvestition I	51 / 184
2-7	Kapitalwertmethode/Einzelinvestition II	52 / 184
2-8	Kapitalwertmethode/Alternativenvergleich I	52 / 185
2-9	Kapitalwertmethode/Alternativenvergleich II	53 / 186
2-10	Kapitalwertmethode und Interne Zinsfußmethode	54 / 186
2-11	Kapitalwertmethode/Steuerzahlungen I	56 / 188
2-12	Kapitalwertmethode/Steuerzahlungen II	57 / 188

2.4. Statische und dynamische Investitionsrechnung

2-13	Statische und dynamische Investitionsrechnung/ Grundlagen	58 / 189
2-14	Statische und dynamische Investitionsrechnung für eine Einzelinvestition	58 / 191
2-15	Statische und dynamische Investitionsrechnung/ Alternativenvergleich I	59 / 192
2-16	Statische und dynamische Investitionsrechnung/ Alternativenvergleich II	60 / 195

2-17	Statische und dynamische Investitionsrechnung/ Alternativenvergleich III	61 / 198
2-18	Investitionsanalyse einschließlich Finanzierung	64 / 201

2.5. Vollständige Finanz- und Investitionsplanung

2-19	Vollständiger Finanzplan/Grundlagen	65 / 203
2-20	Vollständiger Finanzplan/Berechnung	65 / 204
2-21	Dynamische Investitionsrechnung und vollständiger Finanzplan	66 / 206
2-22	Statische und dynamische Investitionsrechnung/ Vollständiger Finanzplan	67 / 210
2-23	Vollständiger Finanzplan mit Ertragsteuern	68 / 212
2-24	Vollständige Finanz- und Investitionsplanung	69 / 216

2.6. Sonstige Modellerweiterungen

2-25	Investitionsentscheidungen bei Unsicherheit	73 / 220
2-26	Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer und des optimalen Ersatzzeitpunktes	75 / 224

2.7. Bestimmung des optimalen Investitionsvolumens

2-27	Kapitalbudget nach Dean/Grundlagen	76 / 226
2-28	Kapitalbudget nach Dean/Berechnung	77 / 227
2-29	Optimale Abstimmung des Investitions- und Finanzierungsprogramms	78 / 228

3. Betriebliche Finanzwirtschaft

3.1. Grundlagen

3-1	Aussagen zur betrieblichen Finanzwirtschaft	80 / 231
-----	---	----------

3.2. Außenfinanzierung/Beteiligungsfinanzierung

3-2	Kapitalerhöhung der Aktiengesellschaft	86 / 237
3-3	Bilanzkurs, Ertragswertkurs, Bezugsrechtswert	89 / 241
3-4	Mittelkurs, Stück- und Prozentnotierung	90 / 242
3-5	Beteiligungsfinanzierung bei der AG	91 / 243
3-6	Operation Blanche	92 / 245

3.3. Außenfinanzierung/Kreditfinanzierung

3-7	Kreditbesicherung durch Grundpfandrechte	93 / 247
3-8	Indirekte Belastung des Lieferantenkredits	94 / 248
3-9	Effektivverzinsung bei Kreditfinanzierung	94 / 249
3-10	Unterjährige Effektivverzinsung	96 / 251
3-11	Konditionenbestimmung für Ratenkredite	98 / 255
3-12	Obligation	99 / 257
3-13	Leasing	100 / 260

3.4. Außenfinanzierung/Mischformen

3-14	Finanzierung durch Wandelschuldverschreibungen	102 / 262
3-15	Wandelschuldverschreibung und Optionsanleihe	103 / 264

3.5. Innenfinanzierung

3-16	Finanzierung aus einbehaltenen Gewinnen	103 / 265
3-17	Cashflow und Innenfinanzierung	104 / 267
3-18	Finanzierung aus Abschreibungsgegenwerten	106 / 269

3.6. Kapitalbedarfsermittlung und Finanzplanung

3-19	Statische Kapitalbedarfsermittlung	107 / 273
3-20	Bilanzorientierte Finanzplanung	108 / 275

3-21	Optimale kurz- und langfristige Kreditfinanzierung	110 / 278
3-22	Finanzplanung	112 / 281

3.7. Optimierung der Finanzstruktur

3-23	Finanzierungsregeln	114 / 283
3-24	Leverage-Effekt und Leverage-Formel	115 / 285
3-25	Leverage-Effekt und Eigenkapitalrentabilitäten	116 / 287
3-26	Leverage-Effekt und Finanzierungsstruktur	116 / 288

Finanzmathematische Formeln	290
------------------------------------	-----

Finanzmathematische Tabellen	294
-------------------------------------	-----

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Δ	Differenz zweier Werte
A	Anschaffungswert
A_0	Anschaffungsauszahlung zum Investitionszeitpunkt
ABF	Abzinsungs- oder Diskontierungsfaktor
ANF	Annuitäten- / Kapitalwiedergewinnungsfaktor
a_t	Auszahlungen der Periode t
AUF	Aufzinsungsfaktor
b	Kreditbearbeitungsgebühr in Prozent
BAF	Barwertfaktor oder Rentenbarwertfaktor oder Diskontierungssummenfaktor oder Kapitalisierungsfaktor
BRW	Bezugsrechtswert
C_0	Kapitalwert oder Ausgabekurs
C_n	Endwert oder Rückzahlungskurs
D	Dividende
DN	Dividendennachteil
ENF	Endwertfaktor oder Rentenendwertfaktor
e_t	Einzahlungen der Periode t
EVF	Endwertverteilungsfaktor
FS	Finanzierungssaldo
i	Zinsfuß oder Zinsfaktor $p / 100$
i_u	unterjähriger Zinsfuß
I_0	Investitionsbetrag
J.	Jahr
K	Kapital
K_0	Anfangskapital oder Barwert oder Gegenwartswert
K_a	Kurs der alten Aktien
KD	Kapitaldienst
K_n	Endkapital oder Endwert; Kurs der neuen Aktien
KR_t	Kreditrate in der Periode t
L_n	Liquidationserlös am Ende der Nutzungsdauer

m	Anzahl der unterjährigen Zins- oder Zahlungstermine
MK	Mischkurs
n	Laufzeit in Jahren oder Zinsperioden; Nutzungsdauer
p	Zinsprozentsatz oder Zinssatz
p.a.	per annum
p_A	antizipativer oder vorschüssiger Zinssatz
p_{eff}	effektiver Zinssatz per annum
p_{int}	interner Zinssatz
p_K	konformer Zinssatz pro Zinsperiode
p_M	monatlicher Zinssatz
p_R	relativer Zinssatz
Q.	Quartal
q^n	Aufzinsungsfaktor
R	Rentenrate
R_E	fiktive Ersatzrente zum Zinstermin
RS	Restschuld
RS_t	Restschuld nach Ablauf von t Jahren bzw. Zinsperioden
r	interner Zinsfuß, Effektivzins
r_u	unterjähriger Zinsfuß
T	Tilgungsrate
t	Anzahl Zinstage
t_A	Amortisationszeit
\ddot{u}_t	Überschuss der Periode ($e_t - a_t$)
Z	Zinsen
ZT	Zinstage pro Zinsperiode, z.B. 360 bzw. 365 pro Jahr

1. Finanzmathematik

1.1. Zins- und Zinseszinsrechnung

Aufgabe 1-1: *Zins- und Endwertberechnung*

Am 01.01.00 zahlt ein Sparer 12.000,00 € auf sein Sparkonto ein.

- a) Welchen Endbetrag hat er nach fünf Jahren mit Zinseszinsen auf seinem Sparkonto, wenn die Bank 3% Zinsen p.a. gewährt?
- b) Welchen Betrag hat der Sparer am 30.06.05 auf seinem Konto, wenn innerhalb eines Jahres einfache Zinsen berechnet werden?
- c) Welchen Betrag hat er bei a) bzw. b) auf seinem Konto, wenn die Bank die Zinsen vierteljährlich verrechnet (Zinseszinsen)?

Aufgabe 1-2: *Anfangskapital*

Einem Sparer werden heute 50.000 € von seinem Sparbuch ausgezahlt. Welchen Betrag hat er bei einem Zinssatz von 5% p.a. vor 10 Jahren auf dem Sparbuch angelegt?

Aufgabe 1-3: *Unterjährige Verzinsung*

Eine Finanzierungsgesellschaft legt 10.000 € für 20 Tage auf einem Festgeldkonto an, für das die Bank 1% Zinsen pro Vierteljahr gewährt. Welcher Betrag wird nach 20 Tagen zurückgezahlt?

Aufgabe 1-4: Grundbegriffe der Zinsrechnung

Erläutern Sie die Begriffe

- a) Nachschüssige Verzinsung
- b) Vorschüssige Verzinsung
- c) Nachschüssige Zahlung
- d) Vorschüssige Zahlung

Aufgabe 1-5: Einfache Verzinsung/Zinseszinsen

Ein Vater leiht seinem Sohn 5.000 € zum Kauf eines Gebrauchtwagens.

- a) Welchen Betrag muss der Sohn bei einem Zinssatz von 5% p.a. und einfacher Verzinsung nach 3 Jahren zurückzahlen?
- b) Welchen Betrag müsste der Sohn zurückzahlen, wenn er den Kredit bei einer Bank aufnehmen würde, die 5% Zinsen p.a. mit Zinseszinsen berechnet.

Aufgabe 1-6: Verzinsung des Sparkontos

Ein Großvater möchte bei der Geburt seiner Enkelin einen einmaligen Betrag auf ein Sparkonto einzahlen, damit die Enkelin bei Volljährigkeit (18 Jahre) 18.000 € auf dem Konto zur Verfügung hat. Welchen Betrag muss er anlegen, wenn die Bank 5% Zinsen für langfristige Geldanlagen gewährt?

Aufgabe 1-7: Zinsberechnung für ein Sparkonto mit Einzahlungen

Ein Sparer zahlt folgende Beträge innerhalb eines Jahres auf sein Konto ein:

Datum	01.01.00	01.04.00	01.07.00	01.10.00
Betrag	100,00	200,00	300,00	400,00

Welchen Betrag hat er am Jahresende (31.12.00) auf dem Konto, wenn die Bank 4% Zinsen p.a. gewährt? Bearbeitungsgebühren werden nicht berechnet.

Aufgabe 1-8: Zinskonditionen

Eine Schuldverschreibung mit einem Nennwert von 1.000 € ist mit folgenden Bedingungen ausgestattet:

- a) Zinssatz 6% p.a., Zinszahlung jährlich
- b) Zinssatz 6% p.a., Zinszahlung halbjährlich
- c) Zinssatz 6% p.a., Zinszahlung vierteljährlich

Welcher Betrag wird bei den unterschiedlichen Konditionen nach 10 Jahren ausgezahlt, wenn die Zinsen dem Kapital zugeschlagen werden? Welcher jährlichen Verzinsung entsprechen die unterschiedlichen Konditionen?

Aufgabe 1-9: Zinsberechnung für einen Bundesschatzbrief

Ein Bundesschatzbrief ist mit folgenden Konditionen ausgestattet:

Laufzeit: 5 Jahre

Zinskonditionen:

Jahr	1	2	3	4	5
Zinssatz	4,0%	4,5%	5,0%	5,5%	6%

Welcher Betrag wird dem Kapitalanleger nach 5 Jahren ausgezahlt, wenn er für 10.000 € Schatzbriefe erwirbt? Welche durchschnittliche Verzinsung hat der Anleger erzielt?

Aufgabe 1-10: *Nachschüssige/vorschüssige Verzinsung*

Stellen Sie für ein Kapital $K_0 = 500,00$ € den Wert des Kapitals am Jahresanfang, am Jahresende und die jährlichen Zinsen in einer Tabelle dar. Unterstellen Sie dabei:

- a) Nachschüssige (postnumerando) Verzinsung mit $p = 10\%$ p.a.
- b) Vorschüssige (pränumerando) Verzinsung mit $p = 10\%$ p.a.

Führen Sie die Rechnung für $n = 2$ Jahre durch.

Aufgabe 1-11: *Antizipativer Zinssatz*

Bestimmen Sie den vorschüssigen (antizipativen oder pränumerando) Zinssatz p_A , der einer nachschüssigen (dekursiven) Verzinsung von 100% p.a. entspricht.

Aufgabe 1-12: *Zinssatzberechnung*

Berechnen Sie den Zinssatz, bei dem sich ein Kapital in 10 Jahren verdoppelt

- a) bei nachschüssiger Verzinsung
- b) bei vorschüssiger (antizipativer) Verzinsung.

Aufgabe 1-13: *Zahlungsablösung*

Durch welche einmalige Zahlung zum Zeitpunkt 0 können drei Zahlungsverpflichtungen, die an folgenden Terminen fällig sind, abgelöst werden? Der Zinssatz betrage 5% p.a.

1. 5.000 € zahlbar nach 3 Jahren
2. 15.000 € zahlbar nach 5 Jahren
3. 15.000 € zahlbar nach 6 Jahren.

Aufgabe 1-14: *Kreditablösung*

Ein Kredit von $K_0 = 100.000$ € soll durch drei gleich große Zahlungen abgelöst werden, die nach 2, 3 und 5 Jahren am Jahresende geleistet werden sollen. Berechnen Sie diese Zahlungsbeträge bei einem Zinssatz von 5% p.a.

Aufgabe 1-15: *Zinssatzbestimmung*

Welchem Jahreszinssatz entspricht folgende Zahlungsbedingung: 2% Skonto bei Zahlung innerhalb von 10 Tagen, 30 Tage netto.

Aufgabe 1-16: *Jährliche/unterjährliche Zinsberechnung*

Ein Student nimmt am 01.01.00 einen Kredit von 10.000 € zur Finanzierung seines Studiums auf. Welchen Betrag muss er am 31.12.03 zurückzahlen

- a) bei einer nachschüssigen Verzinsung von 8% p.a.?
- b) bei vierteljährlichen Zinsterminen und 8% Jahreszinssatz?
Bestimmen Sie den relativen und konformen Zinssatz, Bankgebühren sind zu vernachlässigen.
- c) Auf welchen Wert ist der Kredit bei a) und b) am 30.06.04 angewachsen?

Aufgabe 1-17: *Verbraucherkreditberechnung*

Ein Versandhaus gewährt einem Kunden nach Anzahlung von 10% des Kaufpreises eines Video-Centers für 5.000,00 € einen Verbraucherkredit über den Restbetrag mit einer Laufzeit von 24 Monaten zu folgenden Konditionen:

Zinssatz:	0,6% pro Monat bezogen auf den Anfangskredit
Bearbeitungsgebühr:	2% des Kreditbetrages
Rückzahlung:	24 gleich große monatliche Raten

- a) Berechnen Sie die monatliche Rate.
- b) Ermitteln Sie den effektiven Jahreszinssatz bei einfacher Zinsrechnung.

Aufgabe 1-18: *Variable Zinssätze*

Einem Sparer werden bei Beendigung eines Sparvertrages 37.711,88 € ausgezahlt. Welchen Betrag hatte er vor 5 Jahren angelegt, wenn der Sparvertrag mit folgenden Zinskonditionen ausgestattet war:

Jahr	1	2	3	4	5
Zinssatz p.a.	3,0%	3,5%	4,0 %	4,5%	5,0%

Aufgabe 1-19: Wechselverzinsung

Ein Wechsel über 10.000 € wird nach einem Jahr fällig.

- Wie hoch ist der Barwert (Ankaufswert) des Wechsels heute bei einem Diskontsatz von 2,5% pro Vierteljahr?
- Welchem nachschüssigen Jahreszinssatz entspricht der Diskontsatz?
- Der Wechsel wird nach 100 Tagen fällig. Wie hoch ist der Ankaufswert heute bei gleichem Diskontsatz?

Aufgabe 1-20: Variable Verzinsung

Eine Schuldverschreibung mit einem Nennwert von 1.000 € ist mit folgenden Bedingungen ausgestattet:

Zeitraum	Zinssatz
01.01.00 - 31.00.00 (3 Monate)	3% p.a.
01.04.00 - 31.06.00 (3 Monate)	4% p.a.
01.07.00 - 30.09.00 (3 Monate)	5% p.a.
01.10.00 - 31.12.00 (3 Monate)	6% p.a.

- Welcher Betrag wird dem Inhaber der Schuldverschreibung nach einem Jahr ausbezahlt, wenn innerhalb des Jahres einfache Zinsen berechnet werden? Rechnen Sie generell mit 30 Zinstagen pro Monat. Welcher jährlichen Verzinsung entsprechen die Zinskonditionen?

- b) Welcher Betrag wird dem Inhaber der Schuldverschreibung nach einem Jahr ausgezahlt, wenn monatlich Zinseszinsen berechnet werden? Rechnen Sie generell mit 30 Zinstagen pro Monat. Welcher jährlichen Verzinsung entsprechen die o.a. Zinskonditionen?
- c) Die Zinsbedingungen der Schuldverschreibung lauten:

Zeitraum	Zinssatz
01.01.01 - 31.12.03 (3 Jahre)	3% p.a.
01.01.04 - 31.12.06	4% p.a.
01.01.07 - 30.12.09	5% p.a.
01.01.10 - 31.12.12	6% p.a.

Welcher Endbetrag wird dem Inhaber der Schuldverschreibung am 31.12.12 ausgezahlt, wenn die Zinsen nicht ausgezahlt, sondern dem Kapital zugeschlagen werden?

Welcher durchschnittlichen jährlichen Verzinsung entsprechen die o.a. Zinskonditionen?

Aufgabe 1-21: *Unterjährige Zinstermine*

Eine Schuldverschreibung über 10.000 € wird mit 2% pro Vierteljahr verzinst.

- a) Welcher Endbetrag wird dem Inhaber nach vier Jahren ausgezahlt, wenn die Zinsen nicht ausgeschüttet, sondern wieder verzinst werden?
- b) Welcher Jahreszinssatz müsste gewährt werden, wenn der gleiche Endbetrag in vier Jahren erreicht werden soll?

Aufgabe 1-22: Zinsberechnung beim Ratensparen

Ein Sparer zahlt ein Jahr lang an jedem Monatsende 100 € auf sein Sparkonto ein. Welchen Endbetrag hat er bei einem nominalen Zinssatz von 10% p.a. am Jahresende auf dem Konto, wenn die Bank folgende Zinsberechnungsmethoden einsetzt:

- a) Einfache unterjährige Verzinsung
- b) Monatliche Zinsverrechnung bzw. monatliche Zinsseszinsen
- c) Vierteljährliche Zinsverrechnung

Aufgabe 1-23: Kapitalwertvergleich

Ein Anwalt möchte seine Praxis verkaufen. Zwei Interessenten melden sich und geben jeweils ein Zahlungsangebot ab.

Angebot I: Anzahlung 100.000 €, nach drei Jahren erste Zahlung einer über drei Jahre (= 36 Monate) andauernden monatlich vorschüssigen Rente von 3.000 € pro Monat.

Angebot II: Zahlung von 70.000 € nach einem Jahr, nach weiteren zwei Jahren 90.000 €, nach weiteren drei Jahren 110.000 €.

Welches Angebot ist für den Anwalt am günstigsten, wenn er mit einem Jahreszinssatz von 7% rechnet?

Aufgabe 1-24: Jahreszinsberechnung

Ein Anfangskapital von 2.000 € ist nach 6 Jahren auf 4.000 € angewachsen. Wie hoch ist der durchschnittliche nachschüssige Jahreszins?

1.2. Rentenrechnung

Aufgabe 1-25: Kapitalstockberechnung

Ein Unternehmer möchte eine Betriebsrente von 10.000 € pro Jahr für einen Zeitraum von fünf (5) Jahren erwerben.

- Welchen Kapitalstock muss er anlegen bei einem Zinssatz von 5% und nachschüssiger Zahlung der Rente?
- Stellen Sie die zeitliche Entwicklung des Kapitalstocks und der Zahlungen in einer Tabelle dar.
- Welcher Kapitalstock ist erforderlich, wenn die Rente vorschüssig, d.h. am Jahresanfang ausgezahlt wird? Stellen Sie ebenfalls die Entwicklung des Kapitalstocks und der Zahlungen in einer Tabelle dar.

Aufgabe 1-26: Kapitalstock für veränderliche Rentenzahlungen I

Die nachschüssige Betriebsrente der Aufgabe 1-25 soll jährlich um 1.000,00 € angehoben werden, sodass sich folgende Rentenzahlungen ergeben:

Jahr	1	2	3	4	5
Zahlung	10.000	11.000	12.000	13.000	14.000

Welcher Kapitalstock ist erforderlich bei 5% Zinsen?

Aufgabe 1-27: Kapitalstock für veränderliche Rentenzahlungen II

Die jährliche Betriebsrente von 10.000 € (Aufgabe 1-25) soll jedes Jahr um 10% angehoben werden. Welcher Kapitalstock ist nun erforderlich bei einem Zinssatz von 5%?

Aufgabe 1-28: Ratenberechnung

Ein Student erbt 50.000,00 €.

- a) Welchen gleichbleibenden Betrag kann er vier (4) Jahre lang an jedem Jahresende abheben, wenn er das Geld zu 5% p.a. auf einem Konto anlegt?
- b) Der Student möchte jedes Jahr 12.000 € am Jahresende abheben. Wie lange kann er diese Abhebung vornehmen ($p = 5\%$)?
- c) Welchen Restbetrag hat der Student nach vier Jahren noch auf dem Sparkonto?

Aufgabe 1-29: Rentenberechnung

Welche Beträge muss ein 25-jähriger jährlich bis zur Vollendung seines 60. Lebensjahres einzahlen ($n_{\text{Ein}} = 35$), damit er ab diesem Zeitpunkt bis zum 75. Lebensjahr eine vorschüssige jährliche Rente von 24.000,00 € beziehen kann ($n_{\text{Aus}} = 15$)? Der Zinssatz betrage 5%. Die Einzahlungen sollen nachschüssig, d.h. am Jahresende erfolgen.

- a) Berechnen Sie den Kapitalstock, der beim Eintritt des Versorgungsfalles (Vollendung des 60. Lebensjahres) angespart sein muss.
- b) Berechnen Sie die jährlichen Einzahlungen.

Aufgabe 1-30: Änderungen der Rentenraten

Um welchen Betrag erhöhen sich die Einzahlungsbeträge der Aufgabe 1-29, wenn die Person eine jährliche Rente von 36.000 € beziehen möchte? Die übrigen Daten sollen unverändert gelten.

Aufgabe 1-31: Änderungen der Beitragsdauer

Auf welchen Betrag verringert sich die Rente bei gleichbleibenden Beitragsleistungen (s. Aufgabe 1-29), wenn der Beginn der Rentenzahlung auf das 55. Lebensjahr vorgezogen wird und Leistung und Gegenleistung im Gleichgewicht bleiben sollen?

Aufgabe 1-32: Monatliche Rentenzahlung

Ein Unternehmer wünscht eine monatlich vorschüssig zu zahlende Rente von 1.000,00 € über einen Zeitraum von 5 Jahren.

- a) Welcher Kapitalstock ist erforderlich bei $p = 5\%$ p.a., wenn innerhalb des Jahres einfache Zinsen berechnet werden?
- b) Welcher Kapitalstock ist erforderlich, wenn monatlich mit Zinsseszinsen gerechnet wird?

Aufgabe 1-33: *Monatlich steigende Rentenzahlungen*

Die monatliche, vorschüssige Rente von 1.000,00 € soll in den vier Folgejahren jeweils um 100,00 € angehoben werden, sodass sich folgende Zahlungen ergeben:

Jahr	1	2	3	4	5
Rente	1.000,00	1.100,00	1.200,00	1.300,00	1.400,00

Welcher Kapitalstock ist erforderlich bei $p = 5\%$ p.a. und einfacher unterjähriger Zinsberechnung?

Aufgabe 1-34: *Bausparvertrag*

Ein junger Familienvater schließt einen Bausparvertrag über 50.000 € (Bausparsumme) ab, der mit folgenden Konditionen ausgestattet ist:

Bausparsumme:	50.000 €
Mindestguthaben für die Zuteilung:	40% der Bausparsumme
Monatlicher Sparbeitrag:	0,6% der Bausparsumme
Verzinsung des Sparguthabens:	3% p.a.
Verzinsung des Bausparkredits:	5% p.a.
Monatliche Rate für Zins und Tilgung des Bausparkredits:	0,6% der Bausparsumme

- a) Berechnen Sie die Dauer der Ansparzeit, d.h. bis 40% der Bausparsumme als Guthaben erreicht sind. Vernachlässigen Sie die unterjährige Verzinsung, da Kontoführungsgebühren u.a.m. diesen Effekt in der Regel kompensieren. Alle Zahlungen sind nachschüssig zu leisten.

- b) Bei Zuteilung des Bausparvertrages wird die Differenz zwischen Guthaben (idealerweise 40% der Bausparsumme) und Bausparsumme als Bausparkredit gewährt, der mit 5% p.a. verzinst wird. Die monatliche Zahlungsrate für Zins und Tilgung beträgt wiederum 0,6% der Bausparsumme.

Berechnen Sie die Höhe des Bausparkredits. Wie lange dauert die Tilgung des Kredits? Vernachlässigen Sie dabei die unterjährige Verzinsung.

Aufgabe 1-35: Endwertberechnung von Zahlungsreihen

- a) Ein Sparer zahlt folgende Beträge innerhalb eines Jahres auf sein Konto ein:

Datum	01.01.00	01.02.00	01.06.00	01.12.00
Betrag	100,00	100,00	100,00	100,00

Welchen Betrag hat er am Jahresende (31.12.00) auf dem Konto, wenn die Bank 4% Zinsen p.a. gewährt? Bearbeitungsgebühren werden nicht berechnet.

- b) Ein Sparer zahlt folgende Beträge innerhalb eines Jahres auf sein Konto ein:

Datum	01.01.00	01.04.00	01.07.00	01.10.00
Betrag	100,00	100,00	100,00	100,00

Welchen Betrag hat er am Jahresende (31.12.00) auf dem Konto, wenn die Bank 4% Zinsen p.a. gewährt? Bearbeitungsgebühren werden nicht berechnet.

Aufgabe 1-36: Ratensparverträge und Zinsberechnungsverfahren

Ein Sparer zahlt ab 01.01.00 fünf Jahre lang monatlich vorschüssig 100,00 € auf sein Sparkonto ein. Die Bank gewährt 3% Zinsen.

- a) Berechnen Sie den Endbetrag nach fünf Jahren, wenn die Bank die Zinsen jährlich verrechnet. Innerhalb des Jahres werden einfache Zinsen berechnet.
- b) Berechnen Sie den Endbetrag, wenn die Bank die Zinsen halbjährlich verrechnet.
- c) Berechnen Sie den Endbetrag, wenn die erste Zahlung am 01.07.00 erfolgt und die Bank monatliche Zinseszinsen berechnet.
- d) Berechnen Sie den Endbetrag, wenn die erste Zahlung am 01.07.00 erfolgt und die Bank die Zinsen wie bei a) am Jahresende verrechnet und innerhalb des Jahres einfache Zinsen berechnet.
- e) Berechnen Sie die Barwerte bezogen auf den 01.01.00 für die vier Teilaufgaben.

Aufgabe 1-37: Raucherauszahlungen

- a) Ein Raucher gibt im Jahr ca. 2.000 € für sein Laster aus. Wie hoch ist der Barwert dieser Auszahlungen bei einer Restlebenserwartung des Rauchers von 40 Jahren und einem Zinssatz von 6% p.a.? Unterstellen Sie zur Vereinfachung, dass der Zahlungsanfall am Jahresende erfolgt.

- b) Welchen Endbetrag hat ein Nichtraucher auf seinem Sparkonto, wenn er diesen Betrag jährlich nachschüssig auf sein Sparkonto einzahlt und 6% Zinsen p.a. erhält?

Aufgabe 1-38: Barabfindung für eine Rentenzahlung

Ein bei einem Autounfall Geschädigter erhält eine Jahresrente von 6.000 € zugesprochen. Welche Barabfindung entspricht diesen Zahlungen bei einer mittleren Lebenserwartung des Geschädigten von 20 Jahren und 5% Zinsen p.a.?

Aufgabe 1-39: Geschäftsübergabe auf Rentenbasis

Ein Hotelier verkauft aus Altersgründen seinen Betrieb Ende 1999 für 500.000 € an einen Nachfolger zu folgenden Zahlungsbedingungen:

- Teilzahlung von 100.000 € bei Abschluss des Vertrages Ende 1999.
- Zahlung einer monatlichen Rente jeweils am Monatsanfang in den folgenden 5 Jahren beginnend im Jahr 2000 an den Verkäufer oder seine Erben. Die monatliche Rente soll 5.000,00 € im Jahr 2000 betragen und in den 4 folgenden Jahren (2001-2004) jedes Jahr um 500,00 € angehoben werden.
- Zahlung des Restbetrages Ende 2004.

Der vereinbarte Zinssatz beträgt 5% p.a.

- a) Berechnen Sie den abschließenden Zahlungsbetrag (Restbetrag), der Ende 2004 zu zahlen ist. Nebenkosten des Erwerbs sollen unberücksichtigt bleiben. Die unterjährige einfache Verzinsung ist bei der Rentenzahlung zu berücksichtigen.

- b) Nach 2 Jahren stirbt der Verkäufer. Seine Erben wünschen eine Sofortzahlung (am 31.12.01 bzw. 01.01.02) der ausstehenden Zahlungen vom Käufer. Berechnen Sie diesen Betrag bei dem Zinssatz von 5%.
- c) Aus Liquiditätsgründen kann der Käufer diesen Betrag nicht aufbringen. Er einigt sich mit den Erben auf eine Sofortzahlung von 50.000,00 € (am 31.12.01). Der Rest soll in zwei gleich großen Raten nach 6 bzw. 12 Monaten gezahlt werden. Ermitteln Sie diese beiden Raten bei einem Zinssatz von 5% p.a. Die unterjährige Verzinsung ist zu berücksichtigen.

Aufgabe 1-40: *Sparvertrag mit unterjährigen Zahlungen*

Ab Juli 2000 bis zum Jahresende 2002 sollen an jedem Monatsende 100,00 € auf ein Sparkonto eingezahlt werden. Der Zinsfuß beträgt 4% p.a. Die einfache unterjährige Verzinsung ist zu berücksichtigen.

- a) Berechnen Sie das angesparte Guthaben am 31.12.00 bzw. am 01.01.01.
- b) Welchen Wert hat das Guthaben Ende 2002?

Aufgabe 1-41: *Rentenvergleich*

Eine erfolgreiche Geschäftsfrau hatte als 30-jährige eine private Zusatz-Rentenversicherung über monatlich 1.000 € abgeschlossen, zahlbar ab dem 60. Lebensjahr. Die durchschnittliche Lebenserwartung von Frauen betrage 78 Jahre (Rentendauer 18 Jahre). Die unterjährige Verzinsung und die Sterbewahrscheinlichkeiten seien

hier zu vernachlässigen. Alle Zahlungen sind nachschüssig zu behandeln.

- a) Berechnen Sie die monatlichen Beitragsleistungen während der Einzahlungsdauer bei einem Zinssatz von 5%.

Infolge der Rentenreform verschiebt sich der Rentenbeginn auf das 65. Lebensjahr. Die Rentenversicherung unterbreitet der Geschäftsfrau folgende verlockende Angebote:

- b) Auszahlung der Rente wie vertraglich geregelt ab dem 60. Lebensjahr zusätzlich zum Arbeitsentgelt.
- c) Verschiebung des Rentenbeginns auf das 65. Lebensjahr bei Aussetzung der Beitragszahlungen ab dem 60. Lebensjahr. Die monatliche bzw. jährliche Rentenzahlung wird dafür um 20% erhöht.
- d) Verschiebung des Rentenbeginns auf das 65. Lebensjahr unter Beibehaltung der monatlichen Beitragsleistungen bis zum Rentenbeginn. Die monatliche Rentenzahlung wird dafür um 100% erhöht.

Welche Alternative empfehlen Sie der Geschäftsfrau unter finanzmathematischen Aspekten? Steuerliche Überlegungen und die unterjährige Verzinsung können Sie vernachlässigen. Der kalkulatorische Zinssatz betrage generell 5%.

Aufgabe 1-42: *Investitionsbeurteilung I*

Ein Investor plant den Erwerb einer Eigentumswohnung für 100.000 €. Er geht bei seinem Kauf von folgenden Annahmen aus: