

Denis Krutikov

Wahrscheinlichkeitstheorie in 120 Aufgaben

BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/> abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlanges. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Impressum:

Copyright © 2026 GRIN Verlag
ISBN: 9783389195932

GRIN Publishing GmbH
Waltherstr. 23
80337 München

Dieses Buch bei GRIN:

<https://www.grin.com/document/1733254>

Denis Krutikov

Wahrscheinlichkeitstheorie in 120 Aufgaben

GRIN - Your knowledge has value

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite www.grin.com ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

Besuchen Sie uns im Internet:

<http://www.grin.com/>

<http://www.facebook.com/grincom>

http://www.twitter.com/grin_com

Wahrscheinlichkeitstheorie

in 120 Aufgaben

Denis Krutikov

Inhaltsverzeichnis

1 Laplacescher Wahrscheinlichkeitsraum.	3
2 Geometrische Wahrscheinlichkeiten.	9
3 Urnenmodelle.	19
4 Endliche Wahrscheinlichkeitsräume.	28
5 Allgemeine Wahrscheinlichkeitsräume.	34
6 Binomialverteilung.	39
7 Diverse Verteilungen.	43
8 Bedingte Wahrscheinlichkeiten.	48
9 Mehrstufige Experimente.	54
10 Totale Wahrscheinlichkeit. Satz von Bayes.	60
11 Diskrete und stetige Zufallsgrößen.	65
12 Erwartungswert und Varianz.	69
13 Gesetz der großen Zahlen.	78
14 Zentraler Grenzwertsatz.	83

Einführung.

Das Buch "Wahrscheinlichkeitstheorie in 120 Aufgaben" bietet einen praxisnahen und systematischen Einstieg in die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie. Anhand von 120 vollständig ausgearbeiteten Aufgaben werden zentrale Konzepte nicht nur vorgestellt, sondern Schritt für Schritt angewendet und vertieft. Der thematische Bogen spannt sich von endlichen Wahrscheinlichkeitsräumen über Zufallsvariablen und Verteilungen bis hin zu grundlegenden Grenzwertsätzen wie dem Gesetz der großen Zahlen und dem Zentralen Grenzwertsatz.

Durch die konsequenten, detaillierten Lösungen eignet sich das Buch besonders für Studierende, die ihr Verständnis festigen möchten, ebenso wie zur gezielten Prüfungsvorbereitung oder zum Selbststudium. Der Fokus liegt dabei klar auf dem Rechnen, Argumentieren und Verstehen probabilistischer Zusammenhänge.

Kapitel 1

Laplacescher Wahrscheinlichkeitsraum.

Definition. In einem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum besteht der Ereignisraum Ω aus endlich vielen gleich wahrscheinlichen Elementarereignissen, also gilt:

$$\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_N\},$$

und alle Elementarereignisse ω_i sind gleich wahrscheinlich:

$$P(\{\omega_i\}) = 1/N.$$

Für ein Ereignis A (A ist eine Teilmenge von Ω) definiert man

$$P(A) = \frac{\#\{i : \omega_i \in A\}}{N},$$

wobei mit $\#\{i : \omega_i \in A\}$ die Anzahl von solchen i 's bezeichnet ist, dass $\omega_i \in A$ ($\omega_i \in A$ bedeutet, dass der Ausgang ω_i zu dem Ereignis A führt).

Aufgabe 1. Die vier Bücher der vierbändigen Ausgabe von Goethes Werken wurden zufällig in ein Regal gestellt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass 1) kein Band am richtigen Platz steht, 2) genau einer der Bände am richtigen Platz steht, 3) alle Bände am richtigen Platz stehen?

Lösung. Es gibt 24 Möglichkeiten, die 4 Bände ins Regal zu stellen, die alle gleich wahrscheinlich sind (das sind unsere Elementarereignisse). Wir können sie als Folgen aus 4 Zahlen kodieren, indem die erste Zahl die Nummer des Bands an erster Position, die zweite Zahl die Nummer des Bands an zweiter Position usw. markiert. Damit wird (1,2,3,4) die Aufstellung, wo alle Bände am richtigen Platz stehen. Und z.B. bei (1,3,4,2) steht nur der erste Band am richtigen Platz.

1) Die Fälle, wenn kein Band an seinem richtigen Platz steht, kann man wie folgt zählen. Wenn am ersten Platz der zweite Band steht, haben wir nur die Varianten (2,1,4,3), (2,3,4,1) und (2,4,1,3). Wenn am ersten Platz der dritte Band steht, haben wir nur die Varianten (3,1,4,2), (3,4,1,2) und (3,4,1,2). Wenn am ersten Platz der vierte Band steht, haben wir nur die Varianten (4,1,2,3), (4,3,1,2) und (4,3,2,1). Also haben wir 9 günstige Elementarereignisse, womit die Wahrscheinlichkeit in diesem Fall $9/24 = 3/8$ ist.

2) Die Fälle, wenn genau ein Band an seinem richtigen Platz steht, kann man ähnlich wie in 1) zählen. Wenn der "richtige" Platz der erste Platz ist, haben wir nur die Varianten (1,3,4,2) und (1,4,2,3). Wenn der "richtige" Platz der zweite Platz ist, haben wir nur die Varianten (3,2,4,1) und (4,2,1,3). Wenn der "richtige" Platz der dritte Platz ist, haben wir nur die Varianten (2,4,3,1) und (4,1,3,2). Wenn der "richtige" Platz der vierte Platz ist, haben wir nur die Varianten (3,1,2,4) und (2,3,1,4). Also haben wir 8 günstige Elementarereignisse, womit die Wahrscheinlichkeit in diesem Fall $8/24 = 1/3$ ist.

3) Das Ereignis "alle Bände stehen am richtigen Platz" besteht aus einem einzigen Elementarereignis (1,2,3,4), die Wahrscheinlichkeit davon ist $1/24$.

Aufgabe 2. Ein blau gefärbter Holzwürfel wird in 27 gleich große Würfel zersägt. Man wählt zufällig einen von so entstandenen 27 Würfeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Würfel 1) 3 blaue Seiten hat, 2) 2 blaue Seiten hat, 3) keine einzige blaue Seite hat?

Lösung. Drei farbige Seiten haben genau alle "Eckwürfel" (markiert mit 1 auf dem Bild unten), es gibt 8 davon. Zwei farbige Seiten haben genau alle "Kantenwürfel" (markiert mit 2 auf dem Bild unten), es gibt 12 davon. Und keine farbige Seite hat nur ein einziger "Mittelwürfel", den man nicht sehen kann, weil er in der Mitte des Würfels ist. Damit haben wir die Antworten $8/27$ in 1), $12/27 = 4/9$ in 2) und $1/27$ in 3).