

ISSN 0371 - 327 X

SITZUNGSBERICHTE DER SÄCHSISCHEN AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN ZU LEIPZIG

Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse
Band 118 · Heft 4

N. JOACHIM LEHMANN

DIE ANALYTISCHE MASCHINE
GRUNDLAGEN EINER COMPUTER-ANALYTIK



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

1985

SITZUNGSBERICHTE DER SÄCHSISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU LEIPZIG

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Band 111

- Heft 1 Prof. Dr. WILHELM MAIER, Vom Erbe Bernhard Riemanns 1975. 16 Seiten - 8° - M 2,50
- Heft 2 Prof. Dr. med. HANS DRISCHEL, Organismus und geophysikalische Umwelt
1975. 50 Seiten - 25 Abbildungen - 1 Tabelle - 8° - M 7,-
- Heft 3 Prof. Dr. MARIA HASSE, Zum Begriff des allgemeinen Produkts von Kategorien
1975. 32 Seiten - 8° - M 5,-
- Heft 4 Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. KURT SCHWABE, Analytische Probleme des Umweltschutzes
1975. 28 Seiten - 9 Abbildungen - 2 Tabellen - 8° - M 3,50
- Heft 5 Prof. Dr. WOLFGANG BUCHHEIM, Die kopernikanische Wende und die Gravitation
1975. 36 Seiten - 2 Farbtafeln - 8° - M 5,-
- Heft 6 Prof. Dr. HERMANN BERG, Photopolarigraphie und Photodynamic
1975. 19 Seiten - 2 Abbildungen - 2 Tabellen - 8° - M 3,-
- Heft 7 Prof. Dr. MANFRED GERSCH, Probleme der Insektizide aus heutiger Sicht
1976. 36 Seiten - 9 Abbildungen - 2 Tabellen - 8° - M 4,-

Band 112

- Heft 1 Prof. Dr. WALTER BREDNOW, Spiegel, Doppelspiegel und Spiegelungen - eine „wunderliche Symbolik“ Goethes
1975. 28 Seiten - 4 Abbildungen - 8° - M 3,-
- Heft 2 Prof. Dr. ARTUR LÖSCHE, Über negative absolute Temperaturen. Eine Einführung
1976. 26 Seiten - 12 Abbildungen - 8° - M 4,-
- Heft 3 Prof. Dr. med. HERBERT JORDAN, Kurorthherapie: Prinzip und Probleme
1976. 31 Seiten - 10 Abbildungen - 1 Tabelle - 8° - M 4,50
- Heft 4 Prof. Dr. FRIEDRICH WOLF / Dr. PETER FRÖHLICH, Zur Druckabhängigkeit von Ionenaustauschreaktionen
1977. 13 Seiten - 6 Abbildungen - 1 Tabelle - 8° - M 2,-
- Heft 5 Prof. Dr. DIETRICH UHLMANN, Möglichkeiten und Grenzen einer Regenerierung geschädigter Ökosysteme
1977. 50 Seiten - 20 Abbildungen - 2 Tabellen - 8° - M 6,50
- Heft 6 Prof. Dr. ERICH RAMMLER, Zwei Jahrzehnte Entwicklung des Einsatzes der Energieträger Kohle und Erdöl im Weltmaßstab
1977. 29 Seiten - 6 Abbildungen - 4 Tabellen - 8° - M 4,-
- Heft 7 Prof. Dr. ULRICH FREIMUTH, Umweltprobleme in der Ernährung
1977. 32 Seiten - 3 Abbildungen - 4 Tabellen - 8° - M 4,-

Band 113

- Heft 1 Prof. Dr. ERICH LANGE, Allgemeingültige Veranschaulichung des II. Hauptsatzes
1978. 22 Seiten - 10 grafische Darstellungen - 8° - M 4,-
- Heft 2 Prof. Dr. HERBERT BECKERT, Bemerkungen zur Theorie der Stabilität
1977. 19 Seiten - 8° - M 2,50
- Heft 3 Prof. Dr. sc. KLAUS DÖRTER, Probleme und Erfahrungen bei der Entwicklung einer intensiven landwirtschaftlichen Produktion im Landschaftsschutzgebiet des Harzes
1978. 20 Seiten - 6 Abbildungen, davon 4 farbige auf 2 Tafeln - 2 Tabellen - 8° - M 7,-
- Heft 4 Prof. Dr. sc. med. HANS DRISCHEL, Elektromagnetische Felder und Lebewesen
1978. 31 Seiten - 14 Abbildungen - 2 Tabellen - 8° - M 5,-
- Heft 5 Prof. Dr. MANFRED GERSCH, Wachstum und Wachstumsregulatoren der Krebse. Biologische Erkenntnisse und generelle Erwägungen
1979. 32 Seiten - 13 Abbildungen - 1 Tabelle - 8° - M 6,-

ISSN 0371-327X

SITZUNGSBERICHTE DER SÄCHSISCHEN AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN ZU LEIPZIG

Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse
Band 118 • Heft 4

N. JOACHIM LEHMANN

DIE ANALYTISCHE MASCHINE
GRUNDLAGEN EINER COMPUTER-ANALYTIK



AKADEMIE-VERLAG • BERLIN

1985

Vorgetragen in der Sitzung am 3. Juni 1983
Manuskript eingereicht am 30. Dezember 1983
Druckfertig erklärt am 29. 11. 84

Erschienen im Akademie-Verlag, DDR-1086 Berlin, Leipziger Straße 3—4
© Akademie-Verlag Berlin 1985
Lizenznummer: 202 · 100/091/84
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: VEB Druckhaus „Maxim Gorki“, 7400 Altenburg
LSV 1085
Bestellnummer: 763 467 6 (2027/118/4)

00800

INHALTSVERZEICHNIS

1.	Die Idee der Analytischen Maschine	5
2.	Die Anwendung des Computers in der Numerik	7
2.1.	Die Entwicklung der Programmierungssprachen.	8
2.2.	Der Aufbau von Programmpaketen und -systemen	11
2.3.	Programmpakete und problemorientierte (Fach)-Programmierungssprachen.	14
3.	Formelmanipulationssysteme und ihre Anwendungen	18
4.	Vorzüge, Methoden und Probleme analytischer Lösungsdarstellung.	21
4.1.	Vorteile analytischer Lösungen oder Näherungen dafür	21
4.2.	Störungsmethoden mit Fehlerschranken zur Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen	25
4.3.	Anwendung der Störungsrechnung mit Fehlerabschätzung auf das Beispiel (9).	31
4.4.	Kollokation mit höheren Ableitungen	35
5.	Die Verbindung zwischen Sprachtransformationen und analytischen Grundaufgaben	39
5.1.	Der KANTOROWITSCH-Graph	41
5.2.	Der Differentialkalkül	42
5.3.	Die Intervallalgebra als Sprachtransformation, Grundlagen für Schrankenberechnungen zu Funktionen	44
5.4.	TAYLOR-Restglieder und LIPSCHITZ-Beziehungen	48
5.4.1.	LIPSCHITZ-Beziehung 2. Ordnung	49
5.4.2.	LIPSCHITZ-Kalkül in E	51
6.	Zusammenfassung, Ausblicke und ein Arbeitsprogramm	58
	Literaturverzeichnis	61

DIE ANALYTISCHE MASCHINE — GRUNDLAGEN EINER
COMPUTER-ANALYTIK¹)
(ANALYSEN, BEITRÄGE UND EIN ENTWICKLUNGSPROGRAMM)

N. JOACHIM LEHMANN

1. Die Idee der Analytischen Maschine

Der englische Mathematiker und Philosoph CHARLES BABBAGE wird heute überall als Vorläufer aller Pionierarbeit zur Rechentechnik anerkannt [5]. Er hat bereits in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts einen Rechenautomaten auf mechanischer Basis konzipiert und mit dessen Entwicklung begonnen. Trotz seines genialen Weitblicks und seiner Fähigkeiten als Konstrukteur hatte er weder die Mittel noch als einzelner die Kräfte, um diese Aufgabe zu vollenden. Es blieb ihm nur eine ehrenvolle Anerkennung als „des Vaters der englischen Feinmechanik“. Dabei erfaßte er mit aller Klarheit die Bedeutung seiner Zielstellung, die er 10 Jahre vor seinem Lebensende nochmals formulierte (1864):

‘Half a century may probably elapse before ... any man shall succeed in really constructing an engine embodying in itself the whole of the executive department of mathematical analysis ... I have no fear of leaving my reputation in this charge ...’

Der Vergleich der auf dem Computer-Sektor erreichten Ergebnisse bestätigt heute die Richtigkeit der von BABBAGE erwarteten Leistungsfähigkeit des Rechners; zumindest, wenn man der sog. CHURCHSchen Hypothese vertraut, werden alle konstruktiv ausführbaren mathematischen Aufgabenstellungen bereits mit einem primitiven Rechenautomaten des sog. TURING-Typs beherrschbar [26]. Die Breite der Anwendungen und die Bedeutung der EDV-Technik für die Wissenschaft, Produktion, Wirtschaft und im täglichen Leben übertrifft dabei wohl auch die kühnsten Vorstellungen dieses Rechenautomaten-Pioniers. Ihr Ausbau und ihre Erhaltung erfordert jährlich in den entwickelten Industrieländern bereits jetzt etwa 5% der gesamten volkswirtschaftlichen Aufwendungen. Dabei steht diese Entwicklung erst am Anfang; auf der Basis einer billigen mikroelektronischen Technologie werden immer neue Einzelgebiete erschlossen.

¹ Erweiterte Fassung eines Vortrages vor dem Plenum der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig am 3. 6. 1983 mit dem Titel: Die Analytische Maschine — Grundlage einer anwendungsorientierten Rechentechnik. Ergänzt wurden vor allem die mathematischen Beiträge für den Einsatz des Computers als analytische Maschine.

Trotzdem stellt sich die Frage, ob heutige Rechenautomaten und ihre Leistungen den Vorstellungen von BABBAGE entsprechen, der immer an eine *analytische Maschine*²⁾ dachte, die nicht nur mit Zahlen, sondern die auch formelmäßig analog zum Mathematiker operieren kann. Diese Arbeitsweise hat auch KONRAD ZUSE, der Rechenautomatenpionier, dem die Inbetriebnahme des ersten funktionierenden Computers vergönnt war, immer als möglich und entscheidend hervorgehoben. Dabei wird der Ausweg einer sogenannten Gödelisierung, die Transformation analytischer Aufgaben oder anderer Texte in den Bereich der Zahlenrechnung, außer Betracht gelassen. Hierbei gehen die für den Menschen wichtigen Darstellungsformen und Bezüge zur gedanklichen Erfassung der Zusammenhänge zumeist völlig verloren. Diese hohe Bewertung formelmäßiger Problembearbeitung entspricht dabei der Allgemeinheit der erreichbaren Ergebnisse und wird besonders deutlich, wenn die geschichtliche Entwicklung in der Mathematik in Betracht gezogen wird. Diese führt von der Lösung von Beispiel-Aufgaben im Zahlenbereich über die Suche nach Lösungsalgorithmen für möglichst umfassende Problemklassen zu Metaalgorithmen, deren Resultate selbst wieder Algorithmen für interessierende Aufgaben sind. Bei der letztgenannten, höchsten Abstraktionsstufe der konstruktiven Mathematik muß naturgemäß auf der Formel-Darstellungsebene operiert werden.

Entsprechend der gestellten Frage wird im folgenden 2. Kapitel der Einsatz der Rechentechnik durch den anwendungsorientierten Mathematiker analysiert: der Hauptteil der Arbeit erfolgt im numerischen Bereich, obwohl sich überall der Einsatz des Automaten zur Formelmanipulation anbietet. Auch die verfügbaren zahlreichen Formelmanipulationssysteme werden nach dem im Kapitel 3 gegebenen Überblick bisher nur in einigen Spezialgebieten wirklich breit genutzt. Dabei dominiert ein „algebraisches Konzept“, das exakt durchführbare Entwicklungen oder Bestimmung geschlossener Lösungen bevorzugt. Im 4. Kapitel werden die Vorzüge und Probleme einer analytischen Bestimmung von Näherungslösungen diskutiert und am Beispiel einer Störungsmethode für gewöhnliche Differentialgleichungen bis zur automatischen Bestimmung von Fehlerschranken ausgeführt.

Bei Ausnutzung des Rechners zur Durchführung analytischer Routinearbeiten erweisen sich auch sonst als aufwendig erscheinende Lösungsansätze als angemessene Hilfsmittel. Es eröffnet sich so eine Renaissance mathematischer Arbeitsweisen des 18. und 19. Jahrhunderts, die sich um approximative oder exakte Lösungen in der Gesamtheit rationaler Bildungen unter Einbeziehung elementarer Funktionen bemüht. Im 5. Kapitel wird hierzu ein enger Bezug zwischen Grundaufgaben einer Sprachtransformation, der üblichen Formel-

²⁾ BABBAGE nannte sein Gerät bezeichnenderweise „Analytical Engine“.