

De Gruyter Studium

---

Beckermann · Einführung in die Logik



Ansgar Beckermann

# Einführung in die Logik

4., durchgesehene Auflage

De Gruyter

ISBN 978-3-11-035408-9

e-ISBN 978-3-11-035409-6

*Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*

A CIP catalog record for this book has been applied for at the Library of Congress.

*Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek*

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

© 2014 Walter de Gruyter GmbH Berlin/Boston

Druck und Bindung: Hubert & Co. GmbH & Co. KG, Göttingen

⊗ Gedruckt auf säurefreiem Papier

Printed in Germany

[www.degruyter.com](http://www.degruyter.com)

Für Tiger & Co.



## Vorwort zur vierten Auflage

Dass diese *Einführung in die Logik* jetzt in vierter Auflage erscheint, ist ein Zeichen dafür, dass es sich hier um ein inzwischen gut etabliertes Lehrbuch handelt. A. Fuhrmann hat es 2012 in einer Sammelrezension in einem Atemzug mit der „bewährten und soliden“ *Einführung in die moderne Logik* von Kutschera und Breitkopf genannt. Das hat mich sehr gefreut, da ich mich auch selbst in genau dieser Tradition sehe. Fuhrmann schreibt weiter: Beckermanns *Einführung* unterscheidet sich von der von Kutschera/Breitkopf „vor allem durch die didaktisch etwas andere, durchaus überzeugende Aufbereitung des Materials. Alles wird etwas behutsamer, anhand vieler Beispiele und mit eingehenden Erläuterungen vorgetragen.“ (A. Fuhrmann „Logik in der philosophischen Lehre“, *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 60, 2012, 142f.) Genau das war meine Absicht, und es würde mich freuen, wenn es mir gelungen sein sollte, diese Absicht in die Tat umzusetzen.

Wie schon bei der dritten gibt es auch bei der vierten Auflage in der Sache keine wesentlichen Veränderungen. Neu ist allerdings, dass jetzt die Lösungen aller Übungsaufgaben in das Buch integriert wurden.

Bielefeld, Januar 2014

## Vorwort zur dritten Auflage

„Das Bessere ist der Feind des Guten.“ Dieser Satz, den Voltaire aus dem Italienischen übernommen hat, gehörte zu den Lieblingssätzen meines Deutschlehrers; er ist mir bis heute in Erinnerung geblieben – besonders wohl wegen seiner Ambivalenz. Auf der einen Seite sollte man nicht nachlassen, auch Gutes noch weiter zu verbessern; auf der anderen Seite kann man durch die nie enden wollende Suche nach dem Besseren aber das bestehende Gute auch gefährden. Die dritte Auflage der *Einführung in die Logik* erscheint gegenüber der zweiten bis auf wenige Kleinigkeiten unverändert – weil sich das Konzept in meinen Augen bewährt hat und weil ich durch neue Einschübe und Erläuterungen die Architektur nicht gefährden wollte. Allerdings bin ich jeder und jedem dankbar, die mich auf Fehler aufmerksam macht oder der Vorschläge macht, wie man den Text doch noch weiter verbessern könnte. Mein besonderer Dank gilt dabei nochmals Henning Moritz, der dies auch bisher schon mit bewundernswertem Eifer getan hat. Danken möchte ich auch Fabian Hundertmark dafür, dass er den gesamten Text noch einmal sorgfältig nach Druckfehlern durchforstet hat.

Falls sich trotz aller Korrekturbemühungen weitere Fehler finden sollten, werde ich die entsprechenden Korrekturen – ebenso wie bisher schon die Lösungen der Übungsaufgaben – auf meiner Webseite unter der URL <http://www.uni-bielefeld.de/philosophie/personen/beckermann/xbiblio.html> ins Netz stellen.

Bielefeld, September 2010

## Vorwort zur zweiten Auflage

Zur zweiten Auflage ist dieses Buch gründlich überarbeitet worden. Zum einen wurden Fehler (leider nicht nur Druckfehler) ausgemerzt und manche Erläuterungen hinzugefügt, die das Verständnis erleichtern sollen. So wird nun in einem eigenen Kapitel die Korrektheit und Vollständigkeit des Wahrheitsbaumverfahrens für die Sprachen AL und PL bewiesen. Zweitens enthält das Buch jetzt Übungsaufgaben und ein Register, womit ein Mangel behoben wird, der in manchen Rezensionen angesprochen worden ist. Drittens wurden die Abschnitte, die in der ersten Auflage im Anhang zusammengefasst waren, an geeigneten Stellen in den Text integriert. Am wichtigsten ist aber vielleicht ein vierter Punkt. Bei Vorlesungen, die ich auf der Grundlage der ersten Auflage gehalten habe, hat sich herausgestellt, dass nicht nur die Beweise für die Korrektheit und die Vollständigkeit der Kalküle AK und PK, sondern auch die formale Semantik der Sprache PL für viele Anfänger eine zu große Hürde darstellen. Alle Teile, die ein stärker mathematisches Verständnis voraussetzen, sind deshalb im Teil IV zusammengefasst worden. Die Teile I–III sind auch ohne entsprechende Vorkenntnisse lesbar. Vielleicht gilt das allerdings schon für die Kapitel über die Kalküle AK und PK nicht ohne Einschränkungen. Diese Kapitel sind deshalb – ebenso wie der Teil IV – mit einem ‘\*’ gekennzeichnet. Damit soll kenntlich gemacht werden, dass sie beim ersten Lesen überschlagen werden können.

Aus der Verlagerung der formalen Semantik der Sprache PL in den Teil IV ergab sich allerdings das Problem, wie im Teil III die Semantik der Sprache PL eingeführt werden kann. Die Lösung, die ich gewählt habe, ist, insbesondere die Wahrheitsbedingungen für quantifizierte Sätze nur anhand von Beispielen und Diagrammen zu erläutern. Ich hoffe, dass dies ausreicht, um den Leserinnen und Lesern ein ‘Gefühl’ für die Wahrheitsbedingungen quantifizierter Sätze zu vermitteln und sie in die Lage zu versetzen, die Wahrheit zumindest nicht allzu komplexer quantifizierter Sätze richtig zu beurteilen.

Auch bei der zweiten Auflage haben mir viele Personen geholfen. Erstens möchte ich Henning Moritz danken für seine Hinweise auf Druckfehler in der ersten Auflage. Zweitens sind Roland Bluhm, Vanessa Morlock, Katrin Raschke und Peter Schulte zu nennen. Sie haben die Druckvorlage mit großer Sorgfalt durchgesehen, und Vanessa Morlock hat darüber hinaus das Register erstellt. Besonderen Dank schulde ich aber Wolfgang Schwarz für seine vielfältige Unterstützung. Er hat mich auf eine ganze Reihe von Fehlern in der ersten Auflage hingewiesen und mir zahlreiche sehr nützliche Hinweise zur Verbesserung und Neustrukturierung des Buches gegeben. Er hat die Aufgaben und die Lösungen zusammengestellt, und er hat die Grundlage für die Beweise der Korrektheit und Vollständigkeit des Wahrheitsbaumverfahrens für die Sprachen AL und PL geliefert.

In diesem Zusammenhang noch ein Hinweis. Da die Lösungen der Übungsaufgaben so umfangreich sind, dass es nicht möglich ist, sie alle in diesem Buch abzudrucken, haben wir folgendes Verfahren gewählt. Einige Lösungen werden – sozusagen als Beispiellösungen – abgedruckt; alle anderen finden sich im Internet unter der URL <http://www.uni-bielefeld.de/philosophie/personen/beckermann/logikaufgaben.html>.

Bielefeld, Juni 2003

## Vorwort

Diese Einführung in die Logik ist das Ergebnis einer ganzen Reihe von Vorlesungen, die ich in den vergangenen Jahren mehr oder weniger regelmäßig gehalten habe. In diesen Vorlesungen habe ich zum Teil sehr unterschiedliche Ansätze ausprobiert, bis sich letztlich das Konzept ergeben hat, das diesem Buch zugrunde liegt. Zwei Dinge sind im Laufe der Jahre jedoch immer gleich geblieben.

Erstens war ich immer bemüht, den Studierenden des Fachs Philosophie deutlich vor Augen zu führen, worum es in der Logik eigentlich geht. Dabei waren mir zwei Dinge besonders wichtig: (a) Thema der Logik ist die deduktive Gültigkeit von Argumenten oder, wie man mit Frege auch sagen könnte, Thema der Logik sind die *Gesetze des Wahrseins* (also Gesetze wie „Wenn die Sätze  $A_1, \dots, A_n$  wahr sind, muss auch der Satz  $A$  wahr sein“); (b) die Gesetze des Wahrseins ergeben sich aus der Bedeutung der logischen Ausdrücke der Sprache, in der die Sätze  $A_1, \dots, A_n$  und  $A$  formuliert sind. Hieraus folgt jedoch sofort, dass man Gesetze des Wahrseins nur für solche Sprachen angeben kann, in denen die Bedeutung der logischen Ausdrücke völlig geklärt ist. Und dies ist, zumindest bis heute, z. B. für die deutsche Umgangssprache nicht der Fall.

Zweitens war es mir deshalb wichtig, klar zu machen, dass man in der Logik *nicht* von der deutschen (oder einer anderen) Umgangssprache ausgeht, sondern dass in der Logik die Gesetze des Wahrseins für bestimmte *künstliche* Sprachen untersucht werden – Sprachen, die so konstruiert sind, dass die Bedeutung der in ihnen vorkommenden logischen Ausdrücke absolut klar ist.

In anderen Einführungen in die Logik wird diese Tatsache häufig verschleiert. Dies geschieht in der Regel, indem gesagt wird, dass umgangssprachliche Sätze neben ihrer grammatischen Oberflächenstruktur auch noch eine logische Tiefenstruktur besitzen und dass diese Tiefenstruktur mehr oder weniger genau der Struktur von Sätzen einer der gerade erwähnten künstlichen Sprachen entspricht. Dieser Auffassung zufolge

steht also hinter jedem umgangssprachlichen Satz *A* ein Satz *A'* einer anderen Sprache, in dem sich die 'wirkliche' logische Struktur von *A* manifestiert. Dies scheint mir eine pure Fiktion – eine Fiktion, die sich sofort als solche erweist, wenn man sich überlegt, wie man eigentlich herausfinden will, welcher Satz *A'* die logische Struktur von *A* ausdrückt und zu welcher Sprache *A'* gehört. Auf diese Fragen gibt es meiner Meinung nach keine Antwort, die nicht in der einen oder anderen Weise willkürlich oder zirkulär wäre. (Zirkulär in dem Sinne, dass man voraussetzt, dass man schon weiß, welche Sätze aus *A* logisch folgen.) Aus diesem Grunde scheint es mir am besten, von vornherein ehrlich zu sein und zu sagen: Wir können in der Logik nicht von der deutschen Umgangssprache ausgehen, denn sowohl die logische Struktur als auch die Bedeutung der logischen Ausdrücke dieser Sprache ist zu unklar; Gesetze des Wahrseins können wir nur für von uns selbst geschaffene künstliche Sprachen angeben.

Wie sich zeigen wird, bedeutet dies allerdings nicht, dass wir aus den logischen Eigenschaften der Sätze dieser künstlichen Sprachen nichts über die logischen Eigenschaften von umgangssprachlichen Sätzen lernen können. Dieser Punkt kann hier allerdings noch nicht im Detail erläutert werden. Hier kommt es mir nur darauf an, noch einmal zu betonen, dass die Idee, man könnte umgangssprachliche Sätze, wie häufig gesagt wird, 'mit logischen Mitteln formalisieren', in meinen Augen eine reine Fiktion ist – eine Fiktion, die man aus Gründen der Klarheit nicht aufrechterhalten sollte.

Bei der Vorbereitung der Vorlesungen und bei der Durchsicht dieses Buches haben mir so viele Personen geholfen, dass ich nicht sicher bin, mich noch an alle zu erinnern. Besonders danken möchte ich Antonia Barke, Ulrich Brandt, Matthias Günther, Volker Meurer, Christian Nimtz, Ulrich Nortmann, Martin Rechenauer, Michael Schütte und Achim Stephan. Ich denke allerdings, dass es nur fair ist, anzufügen, dass zumindest einige der genannten Personen diese Einführung in die Logik sicher anders geschrieben hätten.

Bielefeld, Juli 1997

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur vierten Auflage.....	VII	
Vorwort zur dritten Auflage .....	VIII	
Vorwort zur zweiten Auflage .....	IX	
Vorwort.....	XI	
I	Grundbegriffe .....	1
1	Logik und Argumentation.....	1
2	Argumente .....	2
3	Aussagesätze.....	13
4	Gute Argumente – Gültigkeit und Schlüssigkeit .....	19
5	Noch einmal: wahr, gültig, schlüssig.....	24
6	Deduktiv und nicht-deduktiv gültige Argumente .....	28
7	Gültigkeit und die logische Form von Argumenten ...	34
8	Logische Form und die Bedeutung der in einem Argument enthaltenen logischen Ausdrücke .....	39
9	Die Problematik der logischen Form umgangs- sprachlicher Aussagesätze .....	43
II	Aussagenlogik .....	51
10	Die Sprache AL .....	51
10.1	Verwenden und Erwähnen – Objekt- und Metasprache.....	52
10.2	Die Syntax von AL.....	55
10.3	Die Semantik von AL .....	59
11	Grundbegriffe der Logik der Sprache AL.....	66
12	Die Wahrheitstafelmethode .....	74
13	Die Wahrheitsbaummethode.....	92
*14	Der Kalkül AK.....	113
15	Übersetzung umgangssprachlicher Sätze in die Sprache AL.....	132
15.1	Negationen.....	137

15.2	Konjunktionen .....	140
15.3	Adjunktionen .....	146
15.4	Subjunktionen.....	150
15.5	Bisubjunktionen.....	156
16	Beurteilung umgangssprachlicher Sätze und Argumente mit aussagenlogischen Mitteln.....	161
III	Prädikatenlogik.....	172
17	Die Sprache PL.....	172
17.1	Die Syntax von PL.....	173
17.2	Die Semantik von PL.....	186
18	Grundbegriffe der Logik der Sprache PL .....	197
19	Das Wahrheitsbaumverfahren für PL .....	207
*20	Der Kalkül PK .....	225
21	Übersetzung umgangssprachlicher Sätze in die Sprache PL.....	240
21.1	Atomare Sätze.....	241
21.2	Komplexe Sätze .....	244
21.3	Quantifizierte Sätze .....	249
22	Beurteilung umgangssprachlicher Sätze und Argumente mit prädikatenlogischen Mitteln .....	263
*IV	Metalogik.....	275
23	Elemente der Mengenlehre und das Verfahren des Beweises durch vollständige Induktion.....	275
23.1	Grundzüge der Mengenlehre .....	275
23.2	Beweise durch vollständige Induktion.....	283
24	Die formale Semantik der Sprache PL .....	285
25	Korrektheit und Vollständigkeit von AK .....	305
26	Korrektheit und Vollständigkeit von PK .....	319
27	Korrektheit und Vollständigkeit der Wahrheitsbaumverfahren für AL und PL .....	337
27.1	Korrektheit und Vollständigkeit des Wahrheitsbaumverfahrens für AL .....	337

27.2	Korrektheit und Vollständigkeit des Wahrheitsbaumverfahrens für PL.....	343
V	Anhang.....	350
	Lösung der Übungsaufgaben .....	350
	Quellennachweise für die Beispielargumente.....	404
	Weiterführende Literatur .....	406
	Register.....	408



# I Grundbegriffe

## 1 Logik und Argumentation

An fast allen Universitäten gehört heute eine Einführung in die Logik als fester Bestandteil zum Philosophiestudium. Überall – oder doch zumindest fast überall – scheint man sich darüber einig zu sein, dass Logik und Philosophie in einem sehr engen Verhältnis zueinander stehen und dass ein Studium der Logik für das Betreiben von Philosophie daher nützlich, vielleicht sogar unerlässlich ist.

Woher kommt diese Einigkeit? Was ist der Grund dafür, dass man (fast) überall vom Wert der Logik für die Philosophie so überzeugt ist? Logik ist für viele doch etwas rein Formales, ein Hantieren mit bloßen Symbolen, das man eher zur Mathematik als zur Philosophie rechnen sollte. Was sollen diese Zeichen und Formeln mit den inhaltlichen Problemen zu tun haben, mit denen sich die Philosophie beschäftigt oder doch zumindest beschäftigen sollte? Was haben die Formeln der Logik etwa mit der Frage nach dem Sinn des Lebens zu tun, mit der Frage, ob es eine Seele gibt und ob wir auf ein Leben nach dem Tode hoffen können, mit der Frage, wie wir leben sollen, oder mit der Frage nach dem Schönen und Guten?

Tatsächlich wird man zugeben müssen, dass die Logik mit diesen Fragen *direkt* nicht allzu viel zu tun hat. Indirekt hat sie jedoch mit allen Fragen der Philosophie zu tun; denn sie hat sehr viel zu tun mit der Art und Weise, in der Philosophie versucht, Antworten auf diese Fragen zu finden. Logik ist nämlich unter anderem ein grundlegender Teil der Lehre vom richtigen Argumentieren. Und Philosophie unterscheidet sich (zusammen mit den Wissenschaften überhaupt) von anderen Arten der Weltdeutung gerade dadurch, dass sie versucht, *begründete* Antworten auf die von ihr behandelten Fragen zu geben, d.h. *durch gute Argumente gestützte* Antworten. Die Klärung, was gute Argumente sind, ist für die Philosophie daher von ganz zentraler Bedeutung. Und wenn man Logik als einen grund-

legenden Teil der Lehre von den Methoden, Prinzipien und Kriterien versteht, mit deren Hilfe man gute von schlechten Argumenten unterscheiden kann, dann ist damit auch die Rolle klar, die die Logik im Rahmen des Studiums der Philosophie spielt. Wenn Philosophie gut begründete Antworten auf die ihr gestellten Fragen geben will, dann kann sie auf Logik als einen grundlegenden Teil der Theorie des guten Argumentierens nicht verzichten.

Damit soll jedoch nicht gesagt sein, dass jedermann Logik studieren muss, um gut argumentieren zu können, oder andersherum: dass jeder, der keine Logik studiert hat, nicht gut argumentieren kann. Implizit – d.h., ohne darüber Rechenschaft geben zu können, wie wir es anstellen – beherrschen wir alle das Geschäft des Argumentierens, die einen besser, die anderen schlechter. So, wie wir die Schuhe zubinden, gehen, laufen oder Rad fahren können. Wir wissen nicht genau, wie es geht, und dennoch geht es. Logik versucht jedoch, über diesen Zustand des bloßen Könnens (des ‘Wissens wie’) hinauszukommen; sie versucht, das explizit zu machen, was implizit schon mehr oder weniger gut beherrscht wird. Dafür gibt es im Wesentlichen drei Gründe: Erstens soll auf diese Weise die Fähigkeit des Argumentierens verbessert werden – denn besonders in schwierigen Fällen hilft uns unsere Intuition allein oft nicht weiter; zweitens soll die Fähigkeit zu argumentieren auf diese Weise lehrbar werden; und drittens soll uns die Logik einen reflektierten Umgang mit den Prinzipien und Kriterien des Argumentierens ermöglichen – d.h., in der Logik sollen diese Prinzipien und Kriterien explizit gemacht werden, damit sie selbst zum Gegenstand der Analyse und Kritik werden können.

## 2 Argumente

So wie Logik bisher charakterisiert wurde, geht es in ihr um die Unterscheidung zwischen guten und schlechten Argumenten. Zunächst müssen wir deshalb zu klären versuchen, was überhaupt ein *Argument* ist. Betrachten wir die folgenden beiden Texte:

- (1) Im 18. Jahrhundert vollzog sich der Aufstieg Englands zur Weltmacht. Bis etwa 1760 waren für die englische Wirtschaft Schafzucht und Getreidebau sowie handwerkliche Manufakturen kennzeichnend. In der zweiten Jahrhunderthälfte wurde England als erster Staat ein Land der Fabriken, ein Industrieland. Großgrundbesitzer kauften die kleinen Bauernstellen auf. Die Bauern gingen als Arbeiter in die Städte. (Vgl. *Taschenhandbuch zur Geschichte*. Bearb. von E. Goerlitz. Paderborn: Schöningh 1979, 51)
- (2) [...] starke Hitze ist nichts anderes als eine bestimmte Form schmerzhafter Empfindung, und Schmerz kann nur in einem wahrnehmenden Wesen existieren. Also folgt, dass starke Hitze niemals wirklich in einer nicht wahrnehmenden körperlichen Substanz sein kann. (Berkeley, *Drei Dialoge zwischen Hylas und Philonous*)<sup>†</sup>

Im Hinblick auf die äußere Form sind sich diese beiden Texte sehr ähnlich. Bei beiden handelt es sich um die Aneinanderreihung von Aussagesätzen, in denen bestimmte Behauptungen aufgestellt werden. Und doch gibt es zumindest einen wesentlichen Unterschied. Der erste Text dient hauptsächlich dem Zweck, den Leser zu informieren. In den einzelnen Sätzen des Textes werden jeweils Tatsachen berichtet, die uns in groben Zügen ein Bild über die wirtschaftliche und soziale Lage Englands im 18. Jahrhundert vermitteln. Dieser Text hat also den Charakter eines *Berichts*.

Mit dem zweiten Text verfolgt der Verfasser Bischof Berkeley (1685-1753) ein ganz anderes Ziel: Er will den Leser nicht informieren, er will ihn *auf eine bestimmte Weise* dazu bringen, eine Aussage – nämlich die Aussage, dass starke Hitze niemals in einer nicht wahrnehmenden körperlichen Substanz existieren kann – für wahr zu halten. Und diese bestimmte Weise ist dadurch charakterisiert, dass Berkeley andere Aussagesätze anführt, von denen er annimmt, dass sie die Aussage, die wir akzeptieren sollen, in gewisser Weise stützen. Insgesamt scheint also Christian Thiel Recht zu haben, wenn er in

---

<sup>†</sup> Quellennachweise für die Beispielargumente am Ende des Buches.

einem großen Philosophielexikon zum Stichwort ‘Argumentation’ schreibt:

Argumentation, eine Rede mit dem Ziel, die Zustimmung [...] wirklicher oder fiktiver Gesprächspartner zu einer Aussage [...] durch den schrittweisen und lückenlosen Rückgang auf bereits gemeinsam anerkannte Aussagen [...] zu erreichen [...]. Die einzelnen Schritte heißen die für [...] die zur Diskussion gestellte Aussage [...] vorgebrachten ‘Argumente’. (J. Mittelstraß (Hg.) *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. Band 1.* Mannheim: Bibliographisches Institut 1980, 161)

Einige Punkte in diesem Lexikoneintrag sind jedoch nicht sehr hilfreich. Erstens wird Argumentation hier als eine Kette von Argumenten definiert; über den Begriff des Arguments selbst erfahren wir wenig. Zweitens wird Argumentation als eine Form der ‘Rede’ eingeführt. ‘Rede’ bedeutet jedoch im Allgemeinen ‘gesprochener Text’, und sicherlich sind nicht nur gesprochene Texte Argumentationen. Es scheint mir daher sinnvoller, Argumentationen bzw. Argumente allgemeiner als Texte bzw. als Folgen von (gesprochenen oder geschriebenen) Aussagesätzen aufzufassen. Drittens schließlich sagt Thiel in seinem Beitrag, dass in Argumentationen eine Aussage auf andere ‘lückenlos zurückgeführt’ wird, ohne weiter zu erläutern, was damit gemeint ist. Entscheidend für einen argumentativen Text ist jedoch, dass der Satz, für den argumentiert wird (die **Konklusion**), durch die Sätze, auf die er zurückgeführt werden soll (die **Prämissen**), gestützt wird oder dass zumindest der Anspruch erhoben wird, dass die Prämissen die Konklusion stützen. Es scheint deshalb angemessener, den Begriff ‘Argument’ so zu definieren:

### **Definition 2.1**

Ein **Argument** ist eine Folge von Aussagesätzen, mit der der Anspruch verbunden ist, dass ein Teil dieser Sätze (die *Prämissen*) einen Satz der Folge (die *Konklusion*) in dem Sinne stützen, dass es rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, falls die Prämissen wahr sind.

Wenn wir von dieser Definition<sup>†</sup> ausgehen, liegt bei der Analyse argumentativer Texte die erste Aufgabe offenbar darin, die Prämissen und die Konklusionen der vorgetragene Argumente zu identifizieren. Betrachten wir zwei weitere Beispiele.

- (3) Wenn sich etwas bewegt, dann bewegt es sich entweder an dem Ort, wo es ist, oder an dem, wo es nicht ist. Weder aber, wo es ist [...], noch, wo es nicht ist [...]. Also bewegt sich nichts. (Sextus Empiricus, *Grundriß der pyrrhonischen Skepsis*)
- (4) Da nun der Krieg mit den Grenznachbarn ein Übel und der Krieg mit den Thebanern ein solcher gegen Grenznachbarn ist, so ist es offenbar ein Übel, mit den Thebanern zu kriegen. (Aristoteles, *Erste Analytik*, 69a)

Wenn man diese beiden Beispiele und das Beispiel (2) miteinander vergleicht, dann wird deutlich, dass es in diesen Tex-

---

<sup>†</sup> Es wäre nicht glücklich, in der Formulierung dieser Definition die Klausel 'mit der der Anspruch verbunden ist' wegzulassen und statt der Definition 2.1 die einfachere und auf den ersten Blick vielleicht näher liegende Alternative zu wählen:

Definition 2.1'

Ein *Argument* ist eine Folge von Aussagesätzen, in der ein Teil dieser Sätze (die *Prämissen*) einen Satz der Folge (die *Konklusion*) in dem Sinne stützen, dass es rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, falls die Prämissen wahr sind.

Denn *dieser* Definition zufolge könnte es in einem bestimmten Sinne gar keine *schlechten* Argumente geben. Argumente, mit denen zwar der Anspruch verbunden ist, dass die Prämissen die Konklusion stützen, bei denen dies aber tatsächlich nicht der Fall ist, wären nämlich dieser Definition zufolge keine schlechten, sondern gar keine Argumente.

Noch ein zweiter Punkt ist wichtig. In der Definition 2.1 gehen wir von folgendem Begriff der Stützung aus: Die Prämissen stützen die Konklusion, wenn es rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, falls die Prämissen wahr sind. Das ist jedoch nicht ganz richtig. Korrekt müsste es heißen: Die Prämissen stützen die Konklusion, wenn es *für eine Person, die nur über die in den Prämissen enthaltenen Informationen verfügt*, rational ist, die Konklusion für wahr zu halten. Da dieser Unterschied nur bei nicht-deduktiven Argumenten (s.u. Kapitel 6) relevant ist und es in diesem Buch fast ausschließlich um deduktive Argumente geht, können wir ihn hier aber außer Acht lassen.

ten klare Hinweise auf ihre argumentative Struktur gibt. Die Konklusionen z.B. sind jeweils durch unübersehbare sprachliche Partikel kenntlich gemacht – durch die Ausdrücke ‘also folgt’, ‘also’ und ‘ist es klar, dass’.<sup>†</sup> Und im letzten Beispiel wird auch auf die Prämissen durch den sprachlichen Ausdruck ‘da’ hingewiesen. (Eine ähnliche Funktion haben in anderen Texten die Ausdrücke ‘weil’, ‘denn’ usw.) Im Argument (2) lautet die Konklusion somit

Starke Hitze kann niemals wirklich in einer nicht wahrnehmenden körperlichen Substanz sein.

Und die Prämissen

Starke Hitze ist nichts anderes als eine bestimmte Form schmerzhafter Empfindung

und

Schmerz kann nur in einem wahrnehmenden Wesen existieren.

Für das Argument (3) dagegen lautet die Konklusion

Nichts bewegt sich.

Und die Prämissen lauten hier

Wenn sich etwas bewegt, dann bewegt es sich entweder an dem Ort, wo es ist, oder an dem Ort, wo es nicht ist

Nichts bewegt sich, wo es ist

und

Nichts bewegt sich, wo es nicht ist.

Beim Argument (4) schließlich lautet die Konklusion

Der Krieg gegen die Thebaner ist ein Übel.

Und die Prämissen lauten

Der Krieg gegen Grenznachbarn ist ein Übel

und

---

<sup>†</sup> Wenn wir über einen sprachlichen Ausdruck reden, ihn also nicht *verwenden*, sondern *erwähnen*, müssen wir diesen Ausdruck in Anführungszeichen setzen. Zur Unterscheidung von Verwenden und Erwähnen vgl. unten Abschnitt 10.1.

Der Krieg gegen die Thebaner ist ein Krieg gegen Grenznachbarn.

Wenn man diese Formulierungen der Prämissen und Konklusionen mit den zuvor angeführten Originalargumenten vergleicht, wird deutlich, dass insbesondere die Formulierungen der Prämissen des Arguments (3) zum Teil erheblich vom Originaltext abweichen. Diese Abweichungen sind jedoch unvermeidlich, da die Prämissen im Originalargument nur angedeutet bzw. nicht vollständig ausformuliert sind. Bei der expliziten Angabe der Prämissen und der Konklusion eines Arguments kann jedoch auf eine solche vollständige Ausformulierung nicht verzichtet werden. Sie ist unerlässlich, um den Gehalt eines Arguments richtig einschätzen zu können. Die explizite Ausformulierung der Prämissen und der Konklusion eines Arguments kann also als ein erster Schritt hin zur Angabe der Normalform eines Arguments verstanden werden, wobei unter einer solchen Normalform die Form verstanden werden soll, bei der die Struktur dieses Arguments völlig durchsichtig wird. Im Einzelnen kann die Normalform eines Arguments durch drei Bedingungen charakterisiert werden:

### **Normalform eines Arguments**

1. In der Normalform eines Arguments sind alle Prämissen und die Konklusion explizit ausformuliert.
2. In der Normalform stehen die Prämissen getrennt voneinander am Anfang des Arguments.
3. In der Normalform steht die Konklusion – durch ein ‘Also:’ gekennzeichnet – am Ende des Arguments.

Wenn man für die zuvor angeführten Argumente (2), (3) und (4) die Normalform angeben will, kommt man offenbar zu den folgenden Ergebnissen:

- (2') Starke Hitze ist nichts anderes als eine bestimmte Form schmerzhafter Empfindung.  
Schmerz kann nur in einem wahrnehmenden Wesen existieren.  
Also: Starke Hitze kann niemals wirklich in einer nicht wahrnehmenden körperlichen Substanz sein.
- (3') Wenn sich etwas bewegt, dann bewegt es sich entweder an dem Ort, wo es ist, oder an dem Ort, wo es nicht ist.  
Nichts bewegt sich, wo es ist.  
Nichts bewegt sich, wo es nicht ist.  
Also: Nichts bewegt sich.
- (4') Der Krieg gegen Grenznachbarn ist ein Übel.  
Der Krieg gegen die Thebaner ist ein Krieg gegen Grenznachbarn.  
Also: Der Krieg gegen die Thebaner ist ein Übel.

Am Beispiel des Arguments (4) wird deutlich, dass die grammatische Form der Normalform eines Arguments nicht unbedingt mit der grammatischen Form des Originalarguments übereinstimmen muss. Denn die Normalform (4') besteht aus drei Sätzen, während das Originalargument des Aristoteles nur aus einem Satz besteht. Doch dieser eine Satz enthält drei deutlich voneinander unterscheidbare Teilsätze, von denen offensichtlich der letzte aus den vorangehenden folgen soll ('da ..., so ist es offenbar ...'). Bei der Angabe der Normalform müssen diese Teilsätze um der angestrebten Klarheit der Struktur des Arguments willen einzeln angeführt werden, wobei zugleich Prämissen und Konklusion identifiziert werden müssen. Dass es nicht immer leicht ist, die Normalform eines in philosophischer Umgangssprache formulierten Arguments zu finden, zeigen die folgenden beiden Beispiele.

- (5) Aus diesem [zweifellosen] Einfluß der Sittlichkeit auf unsere Handlungen und Neigungen nun folgt, daß dieselbe nicht aus der Vernunft hergeleitet werden kann, da ja die Vernunft allein, wie wir schon bewiesen haben, niemals einen solchen Einfluß haben kann. (Hume, *Ein Traktat über die menschliche Natur*)

- (6) [Wir] können [...] einen metaphysischen Satz als einen Satz definieren, der vorgibt, eine echte Proposition auszudrücken, in Wirklichkeit aber weder eine Tautologie noch eine empirische Hypothese ausdrückt. Da aber Tautologien und empirische Hypothesen die vollständige Klasse bedeutsamer Propositionen bilden, ist unsere Schlußfolgerung gerechtfertigt, daß alle metaphysischen Behauptungen unsinnig seien. (Ayer, *Sprache, Wahrheit und Logik*)

Das Problem des Arguments (5) ist, dass der erste Satz einerseits eine Prämisse, andererseits aber auch – angekündigt durch die Wörter ‘nun folgt’ – die Konklusion enthält, während im folgenden Nebensatz eine zweite Prämisse angeführt wird, die Hume mit der Bemerkung ‘wie wir schon bewiesen haben’ kommentiert. Dieser Kommentar gehört selbst nicht zum Argument, da er weder eine Prämisse noch die Konklusion ist. Als Normalform des Arguments (5) bietet sich daher an:

- (5') Die Sittlichkeit hat einen Einfluss auf unsere Handlungen und Neigungen.

Die Vernunft allein kann niemals einen Einfluss auf unsere Handlungen und Neigungen haben.

Also: Die Sittlichkeit kann nicht aus der Vernunft hergeleitet werden.

Beim Argument (6) ist die Sache noch schwieriger. Denn hier ist es gar nicht so einfach festzustellen, was zum Argument gehört und was nicht. Nehmen wir etwa den ersten Satz ‘[Wir] können [...] einen metaphysischen Satz als einen Satz definieren, der ...’. Gehört der ganze Satz zu den Prämissen des ayerschen Arguments? Offenbar nicht. Denn die Wörter ‘Wir können definieren’ sind selbst nicht Teil der Prämisse; sie haben vielmehr den Zweck, den Grund für diese Prämisse anzugeben. Es ist in philosophischen Texten durchaus üblich, Argumente nicht isoliert zu formulieren, sondern in ihre Formulierung zugleich noch Begründungen für einzelne Prämissen zu integrieren. Bei der Angabe der Normalform von Argumenten müssen diese Begründungen jedoch entfernt (bzw. als eigene Argumente rekonstruiert) werden, damit die Struktur der Argumente nicht verwischt wird.

Auch wenn wir die Wörter ‘Wir können definieren’ weglassen, ist jedoch noch nicht klar, wie die erste Prämisse genau aussieht. Eine Möglichkeit scheint zu sein, den ganzen ersten Satz des Originalarguments (ohne die Wörter ‘Wir können definieren’) als eine Prämisse aufzufassen, so dass die erste Prämisse der Normalform des Arguments (6) lauten würde:

Ein metaphysischer Satz ist ein Satz, der vorgibt, eine echte Proposition auszudrücken, in Wirklichkeit aber weder eine Tautologie noch eine empirische Hypothese ausdrückt.

Offenbar sind in dem so umformulierten ersten Satz des ayer-schen Arguments aber zwei ganz verschiedene Teilsätze enthalten, so dass es nahe liegt, diesen Satz nicht als eine, sondern als zwei Prämissen aufzufassen, die dann so formuliert werden könnten:

Ein metaphysischer Satz ist ein Satz, der vorgibt, eine echte Proposition auszudrücken.

Und:

Ein metaphysischer Satz drückt weder eine Tautologie noch eine empirische Hypothese aus.

Angesichts dieser Formulierungen stellt sich jedoch die Frage, ob der erste dieser beiden Sätze tatsächlich als Prämisse zu dem von Ayer angeführten Argument gehört. Zwei Dinge scheinen gegen diese Annahme zu sprechen. Erstens ist der Satz ‘Ein metaphysischer Satz ist ein Satz, der vorgibt, eine echte Proposition auszudrücken’ für die Argumentation Ayers offenbar irrelevant. Zweitens – und das scheint noch wichtiger – ist dieser Satz wohl am besten als eine rhetorische Vorwegnahme der Konklusion zu verstehen. Denn da Ayer davon ausgeht, dass sinnvolle Sätze gerade die Sätze sind, die eine (echte) Proposition ausdrücken, besagt der Satz, dass metaphysische Sätze nur vorgeben, eine Proposition auszudrücken, offenbar schon, dass sie tatsächlich keine sinnvollen Sätze sind. (Außerdem kann es auch nach Ayer kaum zur Definition metaphysischer Sätze gehören, dass sie nur vorgeben, eine Proposition auszudrücken.) Mir scheint deshalb, dass auch der

Relativsatz ‘der vorgibt, eine Proposition auszudrücken’ nicht zum Argument Ayers gehört und dass die erste Prämisse dieses Arguments einfach lautet:

Ein metaphysischer Satz drückt weder eine Tautologie noch eine empirische Hypothese aus.

Damit sieht die Normalform des Arguments (6) so aus:

(6') Ein metaphysischer Satz drückt weder eine Tautologie noch eine empirische Hypothese aus.

Tautologien und empirische Hypothesen bilden die vollständige Klasse bedeutsamer Propositionen.

Also: Alle metaphysischen Behauptungen sind unsinnig.

Wenn man die Überlegungen mit berücksichtigt, die im nächsten Kapitel angesprochen werden, ist jedoch auch noch eine andere Interpretation möglich. Denn diese Überlegungen lassen es zumindest denkbar erscheinen, dass Ayer mit der Wendung ‘Ein metaphysischer Satz ist ein Satz, der vorgibt, eine echte Proposition auszudrücken’ zum Ausdruck bringen wollte, dass es sich bei metaphysischen Sätzen um eine bestimmte Art von Sätzen, nämlich um Aussagesätze handelt, und dass er mit seinem Argument zeigen wollte, dass metaphysische Sätze sinnlos sind, da sie nicht die für diese Art von Sätzen einschlägigen Sinnbedingungen erfüllen. So verstanden hätte Ayers Argument die Normalform:

(6'') Ein metaphysischer Satz ist ein Satz, der vorgibt, eine echte Proposition auszudrücken (also ein Aussagesatz).

Ein metaphysischer Satz drückt weder eine Tautologie noch eine empirische Hypothese aus.

Tautologien und empirische Hypothesen bilden die vollständige Klasse bedeutsamer Propositionen.

Also: Alle metaphysischen Behauptungen sind unsinnig.

Wenn man Ayers Argument in diesem Sinne versteht, ist klar, dass es offenbar auch noch eine versteckte Prämisse enthält, nämlich die Prämisse:

Ein Aussagesatz ist dann und nur dann sinnvoll, wenn er eine echte Proposition ausdrückt.

Hier wird deutlich, dass es bei der Angabe der Normalform eines Arguments manchmal nicht nur um eine Umformulierung, sondern um eine *Rekonstruktion* dieses Arguments geht, bei der wir uns zwischen alternativen Formulierungen entscheiden müssen. In der Tat besteht eine wesentliche Aufgabe bei der Interpretation philosophischer Texte in der Rekonstruktion der in ihnen enthaltenen Argumente. Darauf kann an dieser Stelle nicht ausführlich eingegangen werden. Aber es soll doch erwähnt werden, dass ein Kriterium bei der Rekonstruktion von philosophischen Argumenten immer sein sollte, dem jeweiligen Autor ein möglichst gradliniges, von allem überflüssigen Ballast befreites und – soweit es geht – auch ein möglichst gutes Argument zuzuschreiben. Dabei darf jedoch nie außer Acht gelassen werden, dass jede Rekonstruktion immer so eng wie möglich am Originaltext orientiert sein muss.

## **Aufgaben 2**

1. Welche der folgenden Texte sind Argumente? Bringen Sie die Argumente in Normalform.
  - a) Dies muß man denken und sagen: <Nur> *das Seiende gibt es*. Denn es ist möglich, daß es wirklich vorhanden ist; das Nichtseiende aber ist unmöglich; das heiße ich dich bedenken. (Parmenides, *Lehrgedicht*)
  - b) Es gibt die Eigenschaft des Rundseins und die Eigenschaft des Viereckigseins; es gibt auch die Eigenschaft des Nichtrundseins und die Eigenschaft des Nichtviereckigseins; aber es gibt keinen Grund für die Annahme, daß es die Eigenschaft des Rund-und-Viereckigseins gibt. (Chisholm, *Die erste Person*)
  - c) Wenn der Determinismus wahr ist, dann sind unsere Handlungen bestimmt durch Naturgesetze und längst vergangene Ereignisse. Aber längst vergangene Ereignisse hängen ebenso wenig von uns ab wie die Naturgesetze. Folglich hängt auch das, was durch diese bestimmt wird (einschließlich unserer gegenwärtigen Handlungen), nicht von uns ab. (van Inwagen, *An Essay on Free Will*)
  - d) Doch da sehe ich zufällig vom Fenster aus Menschen auf der Straße vorübergehen, von denen ich [...] gewohnt bin zu sagen: ich sehe sie, und doch sehe ich nichts als die Hüte und

- Kleider, unter denen sich ja Automaten verbergen könnten!  
(Descartes, *Meditationen*)
- e) [D]ie Eigentümlichkeit des Geruchs liegt nicht so offen da wie die des Schalls oder der Farbe. Ursache davon ist, daß dieser Sinn bei uns nicht scharf ist, sondern schlechter als bei vielen Tieren. (Aristoteles, *Über die Seele*, 421a)
- f) Alle Menschen [...], gute gleicherweise wie schlechte, streben [...], zum Guten zu gelangen. – So, sagte ich, ist es folgerichtig. – Aber es ist gewiß, dass man gut wird durch Erlangung des Guten. – Das ist gewiß. – Die Guten erlangen also, was sie erstreben? – So scheint es. – Die Bösen aber würden, wenn sie erreichten, was sie erstreben – das Gute nämlich –, nicht böse sein können. – So ist es. – Da also beide das Gute erstreben, aber diese es erreichen, jene hingegen nicht, ist es dann etwa zweifelhaft, daß die Guten mächtig sind, die aber böse sind, schwach? (Boethius, *Trost der Philosophie*)
- g) Man nennt den Äquator oft eine *gedachte* Linie; aber es wäre falsch, ihn eine *erdachte* Linie zu nennen; er ist nicht durch Denken entstanden, das Ergebnis eines seelischen Vorgangs, sondern nur durch Denken erkannt, ergriffen. Wäre das Erkenntwerden ein Entstehen, so könnten wir nichts Positives von ihm aussagen in Bezug auf eine Zeit, die diesem vorgeblichen Entstehen vorherginge. (Frege, *Grundlagen der Arithmetik*)

### 3 Aussagesätze

Im letzten Kapitel sind Argumente als Folgen von **Aussagesätzen** definiert worden. In diesem Kapitel soll deshalb zunächst etwas genauer erläutert werden, was in diesem Zusammenhang unter einem Aussagesatz verstanden werden soll. Betrachten wir die folgenden vier Sätze:

- (1) Schon wieder Verona Feldbusch!
- (2) Hat die Vorlesung schon angefangen?
- (3) Würden Sie mir bitte zeigen, wie ich zur Haltestelle der Linie 4 komme.
- (4) Vor einem Jahr waren an der Universität Bielefeld 891 Studierende für das Fach Philosophie eingeschrieben.

Grammatisch gesehen sind alle diese sprachlichen Gebilde Sätze. Dennoch gibt es zwischen ihnen erhebliche Unterschiede; denn vom Standpunkt des Logikers aus ist höchstens der letzte dieser Sätze ein 'wirklicher' Satz, d.h. ein Satz, der wahr oder falsch ist und der daher einen Aussagesatz darstellt.

Bei dem *Ausruf* (1) z.B. hat es einfach keinen Sinn zu fragen, ob er wahr oder falsch ist. Er kann angemessen oder unangemessen, aufrichtig oder unaufrichtig sein, aber eben nicht wahr oder falsch. Aus diesem Grund ist er kein Aussagesatz.

Ähnlich verhält es sich mit dem Satz (2). Zwar ist es auch hier eine Sache von Wahrheit und Falschheit, ob die Vorlesung schon angefangen hat oder nicht. Der Satz

(2') Die Vorlesung hat schon angefangen

ist also ein Aussagesatz. Auf die *Frage* (2) kann man die Ausdrücke 'wahr' und 'falsch' aber grundsätzlich nicht anwenden, was sich auch daran zeigt, dass es bei dieser Frage – ebenso wie bei allen anderen Fragen – keinen Sinn hat, zu antworten: 'Das glaube ich nicht. Bist Du sicher?' Und da das Gleiche auch für Satz (3) gilt, können wir festhalten: Bitten, Fragen, Ausrufe usw. sind keine Aussagesätze im Sinne der Logik. Aussagesätze sind nur solche Sätze, die prinzipiell entweder wahr oder falsch sind (ob wir das nun wissen oder nicht).

Allerdings: Auch innerhalb der Aussagesätze gibt es einen logisch äußerst relevanten Unterschied. Denn bei dem Beispielsatz (4) kann man zwar sagen, dass jede Äußerung dieses Satzes entweder wahr oder falsch ist. Doch, ob eine solche Äußerung wahr oder falsch ist, hängt davon ab, *wann* sie gemacht wird. Wenn ich den Satz in diesem Semester (im Wintersemester 2002/03) äußere, ist meine Äußerung wahr. (Jedenfalls ergibt sich das aus den Angaben des Statistischen Jahrbuchs der Universität.) Wenn ich ihn vor zwei Jahren (im Wintersemester 2000/01) geäußert hätte, wäre die Äußerung jedoch falsch gewesen. Denn im Wintersemester 1999/2000 waren an der Universität Bielefeld 901 Studierende für das Fach Philosophie eingeschrieben.

Ähnliche Probleme gibt es auch bei anderen Sätzen, z.B. bei dem Satz

- (5) Karl der Große wurde *hier* im Jahre 800 n. Chr. zum Kaiser gekrönt.

Allerdings hängt die Wahrheit von Äußerungen dieses Satzes nicht vom Zeitpunkt, sondern vom Ort der Äußerung ab: in Rom geäußert ist er wahr, überall sonst geäußert dagegen falsch. Ein drittes Beispiel für Sätze dieser Art ist:

- (6) *Ich* bin Professor für Neuroinformatik an der Universität Bielefeld.

Die Wahrheit von Äußerungen dieses Satzes hängt zwar nicht davon ab, wo er geäußert wird; doch sie hängt davon ab, wer ihn äußert. Auf mich z. B. trifft der Satz (6) nicht zu; würde ich ihn äußern, wäre meine Äußerung also falsch. Würde ihn jedoch mein Kollege Helge Ritter äußern, wäre seine Äußerung wahr.

Ausdrücke wie ‘in diesem Jahr’, ‘heute’, ‘morgen’, ‘hier’, ‘dort’, ‘links von mir’, ‘ich’, ‘mein Vater’, ‘du’ usw. nennt man **indexikalische Ausdrücke**. Das Kennzeichen dieser Ausdrücke ist, dass sie einen eindeutigen Bezug erst durch den Äußerungskontext erhalten, d. h. dadurch, dass sie zu einem bestimmten Zeitpunkt, an einem bestimmten Ort oder von einer bestimmten Person verwendet werden. Und genau aus diesem Grund hängt der Wahrheitswert der **Äußerungen** von Sätzen, in denen indexikalische Ausdrücke vorkommen, vom Äußerungskontext ab. Denn der Wahrheitswert der Äußerung eines Satzes wird entscheidend vom Bezug der in diesem Satz vorkommenden Ausdrücke bestimmt.

Da es in der Logik um die Frage geht, ob es rational ist, einen Satz für wahr zu halten, wenn bestimmte andere Sätze wahr sind, stiften Sätze, deren Äußerungen je nach Kontext unterschiedliche Wahrheitswerte haben, aber nur Verwirrung. Aus diesem Grund muss man einen Weg finden, mit Sätzen, die indexikalische Ausdrücke enthalten, auf die eine oder andere Weise fertig zu werden. Grundsätzlich sind dafür zwei Lösungen angeboten worden.

Der erste Vorschlag geht von der Auffassung aus, dass eigentlich nicht Sätze wahr oder falsch sind, sondern nur die **Aussagen**, die mit Hilfe von Äußerungen dieser Sätze gemacht

werden (bzw. die **Propositionen**, die sie ausdrücken). Dies führt zu einer Lösung des Problems indexikalischer Ausdrücke, da man vernünftigerweise annehmen kann, dass etwa mit dem Satz

(7) Heute ist Dienstag

in verschiedenen Äußerungskontexten verschiedene Aussagen gemacht werden. Wenn er am 25.03.2003 geäußert wird, wird mit dieser Äußerung die Aussage gemacht, dass der 25.03.2003 ein Dienstag ist; wenn er einen Monat später geäußert wird, dagegen die Aussage, dass der 25.04.2003 ein Dienstag ist. Mit Äußerungen des Satzes (7) wird also manchmal etwas Wahres und manchmal etwas Falsches gesagt. Aber was mit diesen Äußerungen gesagt wird, die Aussage, die mit ihnen gemacht wird, ist immer entweder wahr oder falsch. Bei Aussagen haben wir daher nicht das Problem, dass sie manchmal wahr und manchmal falsch sein können.

Der zweite Vorschlag bedient sich der Unterscheidung zwischen Sätzen als **Satztypen** und einzelnen **Vorkommnissen** dieser Sätze – so genannten **Satztoken**. Bei

(8) Isaac Newton veröffentlichte 1687 sein Hauptwerk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*

und

(9) Isaac Newton veröffentlichte 1687 sein Hauptwerk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*

handelt es sich um zwei verschiedene Vorkommnisse (Token) desselben Satztyps. Nach dem zweiten Vorschlag sind nun nicht Satztypen, sondern nur ihre einzelnen Vorkommnisse wahr oder falsch. Diesem Vorschlag zufolge wäre also nicht der Satz (7) selbst wahr oder falsch, sondern nur die einzelnen Vorkommnisse dieses Satzes zu verschiedenen Zeiten (und an verschiedenen Orten).

Beide Vorschläge helfen in der Logik allerdings wenig. Denn Aussagen oder Propositionen können nicht den Gegenstand der Logik bilden, da völlig unklar ist, wie man ihre logische Form bestimmen soll (und auf die logische Form von Sätzen/Aussagen kommt es, wie sich noch zeigen wird, in der Logik ent-

scheidend an). Und auch Satztoken (einzelne Vorkommnisse von Sätzen) können nicht den Gegenstand der Logik bilden, da man über sie keine allgemeinen Aussagen treffen kann.

Halten wir zunächst noch einmal fest: Mit Bezug auf Sätze muss man zunächst zwischen *Satztypen* und *Satztoken* (einzelnen Vorkommnissen von Sätzen) unterscheiden. Von Satztypen und Satzvorkommnissen sind des Weiteren die *Äußerungen* von Sätzen zu unterscheiden. Äußerungen sind Handlungen, bei denen ein Satzvorkommnis hervorgebracht wird. Viertens schließlich ist von Satztypen, Satzvorkommnissen und Äußerungen noch das zu unterscheiden, was mit einer Äußerung gesagt wird – die *Aussage*, die mit dieser Äußerung gemacht wird, bzw. die *Proposition*, die durch diese Äußerung ausgedrückt wird.

Wenn Hans und Ina beide sagen ‘Ich bin krank’, dann äußern beide *denselben* Satz (verstanden als Satztyp). Mit ihren Äußerungen erzeugen sie jedoch *verschiedene* Vorkommnisse dieses Satztyps, und sie machen mit ihren Äußerungen *verschiedene* Aussagen. Hans sagt, dass Hans krank ist; und Ina sagt, dass Ina krank ist. Die beiden Äußerungen drücken also *verschiedene* Propositionen aus.

Von Satztypen, von Satzvorkommnissen, von Äußerungen und auch von Propositionen kann man sagen, dass sie wahr oder falsch sind. Als Gegenstand der Logik kommen jedoch nur Sätze als Satztypen in Frage. Denn: Erstens geht es in der Logik um Zusammenhänge der Art ‘Wenn die Sätze  $A_1, \dots, A_n$  alle wahr sind, muss auch der Satz  $A$  wahr sein’; dabei können Sätze aber nur als Satztypen und nicht als Satzvorkommnisse verstanden werden. Und zweitens geht es in der Logik entscheidend um logische Formen; Äußerungen und Propositionen haben aber keine eigene logische Form; jedenfalls ist nicht klar, wie man ihre logische Form unabhängig vom entsprechenden Satztyp bestimmen soll. Satztypen, die indexikalische Ausdrücke enthalten, haben allerdings den Nachteil, dass die Wahrheit ihrer Äußerungen mit dem Äußerungskontext variiert. Wie kann man mit diesem Problem fertig werden?

Nun, in der Logik behilft man sich im Allgemeinen damit, dass man Sätze mit indexikalischen Ausdrücken einfach beiseite lässt und den Gegenstandsbereich der Logik auf solche Aussagesätze (verstanden als Satztypen) einschränkt, deren Äußerungen immer dieselbe Aussage ausdrücken bzw. deren einzelne Token (Vorkommnisse) immer denselben Wahrheitswert haben. Mit anderen Worten: Die Logik beschränkt sich in ihren Untersuchungen auf Aussagesätze, die keine indexikalischen Ausdrücke enthalten und deren Äußerungen daher – unabhängig von den jeweiligen Äußerungskontexten – entweder alle wahr oder alle falsch sind.

Darin liegt jedoch keine wesentliche Einschränkung; denn wie auch die Beispielsätze (4) bis (6) zeigen, lassen sich Aussagesätze mit indexikalischen Ausdrücken in aller Regel ohne große Probleme in gleichwertige Aussagesätze ohne solche Ausdrücke umformen. Für die angeführten Beispielsätze kann man das z.B. dadurch erreichen, dass man im Satz (4) den Ausdruck ‘vor einem Jahr’ durch einen Namen für das entsprechende Semester (also z.B. durch den Ausdruck ‘im Wintersemester 2001/02’) ersetzt, im Satz (5) den Ausdruck ‘hier’ durch einen Namen des Ortes, an dem man den Satz ausspricht, und im Satz (6) den Ausdruck ‘ich’ durch den Namen des jeweiligen Sprechers.

Für uns genügt es jedoch festzuhalten:

- Aussagesätze sind Sätze, die prinzipiell entweder wahr oder falsch sind.
- Die Logik beschäftigt sich nur mit Aussagesätzen, deren Wahrheit nicht von den Umständen ihrer Äußerung abhängt.

### *Aufgaben 3*

1. Welche der folgenden Sätze sind Aussagesätze?
  - a) Wo sind wir?
  - b)  $2 + 3 = 5$ .

- c) Entweder alles fließt oder nichts.
  - d) Herrlich, der Regen!
  - e) Lass uns spazieren gehen.
  - f) Die giftigste aller Beeren ist die Himbeere.
2. Geben Sie einen Aussagesatz an, von dem niemand je herausfinden wird, ob er wahr ist oder falsch.
3. Kennzeichnen Sie alle indexikalischen Ausdrücke in den folgenden Sätzen.
- a) Heute sind wir hier, doch morgen schon könnten wir dort sein.
  - b) Wenn Sie dies lesen können, sind Sie kein Analphabet.
  - c) 'Dies' ist ein indexikalischer Ausdruck.
  - d) Jetzt ist endlich alles so, wie es sein sollte.
4. Dieses Buch enthält fast eine halbe Million Buchstaben, und doch gibt es nur 30 Buchstaben im deutschen Alphabet. Wie ist das möglich?
5. Warum sind die folgenden Sätze problematisch?
- a) Es regnet.
  - b) Bielefeld ist eine große Stadt.
  - c) Beispielsatz (c) ist falsch.
  - d) Sherlock Holmes wohnte in der Baker Street.

#### **4 Gute Argumente – Gültigkeit und Schlüssigkeit**

In den letzten Kapiteln sind wir bei dem Versuch, den Begriff des Arguments zu klären, zu dem Ergebnis gekommen, dass ein Argument eine Folge von Aussagesätzen ist, mit der der – in der Normalform durch ein 'Also:' gekennzeichnete – Anspruch verbunden ist, dass die Prämissen die Konklusion in dem Sinne stützen, dass es rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, wenn die Prämissen wahr sind. Nach dieser Klärung können wir jetzt zur Ausgangsfrage zurückkommen, zur Frage nach der Unterscheidung zwischen guten und schlechten Argumenten. Welche Bedingungen muss ein Argument erfüllen, um als ein gutes Argument gelten zu können?

Um diese Frage beantworten zu können, ist es sinnvoll, sich noch einmal auf den Zweck von Argumenten zurückzubedenken: Argumente sollen als Begründungen für Aussagesätze

dienen. Offenbar sind Argumente also genau dann gute Argumente, wenn ihre Prämissen die Konklusionen tatsächlich begründen. Und das ist genau dann der Fall, wenn aus den Prämissen hervorgeht, dass es *tatsächlich* rational ist, die zu begründenden Aussagesätze (die Konklusionen der Argumente) für wahr zu halten. In Argumenten geht es um die Wahrheit der jeweiligen Konklusionen. Sie sind gute Argumente, wenn aus ihnen hervorgeht, dass ihre Konklusionen wahr sind oder dass es zumindest rational ist, ihre Konklusionen für wahr zu halten.

Damit ist aber sofort klar, dass eine notwendige Bedingung<sup>†</sup> für gute Argumente darin besteht, dass der mit ihnen verbundene Anspruch, dass die Prämissen die Konklusion in dem Sinne stützen, dass es rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, wenn die Prämissen wahr sind, nicht nur erhoben, sondern zu Recht erhoben wird. Ein Argument ist also nur dann gut, wenn es tatsächlich rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, falls die Prämissen wahr sind. Betrachten wir als ein krasses Gegenbeispiel das folgende Argument:

- (1) Im Jahre 79 wurde Pompeji durch einen Ausbruch des Vesuv zerstört.

Also: Albert Einstein starb 1955 in Princeton.

Obwohl die Konklusion dieses Arguments ebenso wahr ist wie seine Prämisse, wird wohl niemand auf die Idee kommen, dieses Argument für eine Begründung seiner Konklusion zu halten. Denn die Wahrheit der Prämisse hat mit der Wahrheit der Konklusion überhaupt nichts zu tun. Und aus genau diesem Grund wäre es sicher nicht rational, diese Konklusion für wahr zu halten, nur weil die Prämisse wahr ist. Wir können also festhalten: Ein Argument ist nur dann ein gutes Argument, wenn der mit ihm verbundene Anspruch zu Recht erhoben wird, d. h.,

---

<sup>†</sup> Eine Bedingung  $B$  heißt 'notwendig' für einen Sachverhalt, wenn der Sachverhalt nur bestehen kann, wenn die Bedingung erfüllt ist. (Die Bedingung kann aber auch erfüllt sein, ohne dass der Sachverhalt besteht.) Eine Bedingung  $B$  heißt 'hinreichend' für einen Sachverhalt, wenn der Sachverhalt bestehen muss, wenn die Bedingung erfüllt ist. (Der Sachverhalt kann aber auch bestehen, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.) Vgl. hierzu auch unten Abschnitt 15.4.

wenn es tatsächlich rational ist, die Konklusion dieses Arguments für wahr zu halten, falls seine Prämissen wahr sind.

Um dies etwas einfacher ausdrücken zu können, wollen wir den Begriff der Gültigkeit einführen, der wie folgt definiert ist:

**Definition 4.1**

Ein Argument heißt genau dann **gültig**, wenn es *tatsächlich* rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, falls die Prämissen wahr sind.

Mit Hilfe dieses Begriffs können wir unser erstes Ergebnis nun so formulieren: *Ein Argument kann nur dann ein gutes Argument sein, wenn es gültig ist.*

Gültigkeit ist also eine notwendige Bedingung für gute Argumente. Aber ist sie nicht vielleicht auch schon hinreichend? Reicht die Gültigkeit eines Arguments nicht auch aus, um es als gutes Argument bezeichnen zu dürfen? Betrachten wir ein weiteres Beispiel:

- (2) Alle Wale sind Fische.  
Alle Delfine sind Wale.  
Also: Alle Delfine sind Fische.

Auch dieses Argument ist offensichtlich kein gutes Argument. Denn seine Konklusion ist falsch. Aber woran liegt es diesmal? Offenbar nicht an mangelnder Gültigkeit. Denn ein kurzes Nachdenken zeigt, dass in diesem Argument die Konklusion wahr sein *müsste*, wenn alle seine Prämissen wahr wären. Es wäre daher sicher rational, die Konklusion für wahr zu halten, *falls* es die Prämissen wären. Mit anderen Worten: Das Argument ist gültig. Aber seine Konklusion ist nicht wahr, sondern falsch. Es muss also einen anderen Fehler haben.

Offensichtlich handelt es sich hier nicht um ein ‘Problem der Logik’, sondern um ein ‘Problem der Tatsachen’. Denn das Problem des Arguments (2) liegt einfach darin, dass – so wie die Dinge nun einmal sind – seine erste Prämisse falsch ist. Gültigkeit bedeutet aber nur, dass es rational ist, die Konklusi-

on eines Arguments für wahr zu halten, *wenn* seine Prämissen wahr sind. Wenn diese Voraussetzung nicht zutrifft, d. h., wenn wenigstens eine seiner Prämissen falsch ist, kann also auch ein gültiges Argument keine Begründung für seine Konklusion liefern. Denn auch in diesem Fall zeigt das Argument nicht, dass es tatsächlich rational ist, von der Wahrheit der Konklusion überzeugt zu sein. Da es bei guten Argumenten um die Begründung der Konklusionen geht, sind somit auch solche Argumente zu nichts nütze, die auf der einen Seite zwar gültig sind, die auf der anderen Seite aber zumindest eine falsche Prämisse enthalten. Als zweite Bedingung, die jedes gute Argument erfüllen muss, ergibt sich daher: Alle Prämissen dieses Arguments müssen wahr sein. Wenn ein gültiges Argument nur wahre Prämissen enthält, nennen wir es ‘schlüssig’. D. h., wir definieren ‘schlüssig’ wie folgt:

**Definition 4.2**

Ein Argument heißt **schlüssig** genau dann, wenn es gültig ist und alle seine Prämissen wahr sind.

Als Ergebnis unserer Überlegungen können wir somit festhalten: *Ein Argument ist dann und nur dann ein gutes Argument, wenn es schlüssig ist, d. h., wenn es erstens gültig ist und wenn zweitens alle seine Prämissen wahr sind.*

An dieser Stelle muss jedoch angemerkt werden, dass wir den Ausdruck ‘gut’ hier nur in einem sehr schwachen Sinn gebrauchen. Denn in diesem Sinn ist jedes Argument gut, bei dem es erstens rational ist, von der Wahrheit seiner Konklusion überzeugt zu sein, falls seine Prämissen wahr sind, und das zweitens nur wahre Prämissen enthält. Auch das folgende Argument ist in diesem Sinn also ein gutes Argument:

- (3) Bielefeld liegt am Teutoburger Wald und hat über 300.000 Einwohner.

Also: Bielefeld liegt am Teutoburger Wald.

Denn offensichtlich ist es erstens tatsächlich rational, den Aussagesatz, dass Bielefeld am Teutoburger Wald liegt, für wahr zu halten, wenn es wahr ist, dass Bielefeld am Teutoburger Wald liegt und über 300.000 Einwohner hat. Und zweitens ist dieser letzte Aussagesatz tatsächlich wahr. Aber trotzdem scheint das Argument (3) kein wirklich gutes Argument zu sein.

In diesem Fall liegt das daran, dass die Wahrheit der Prämisse die Wahrheit der Konklusion schon voraussetzt. Das Argument ist also zirkulär. In ihm wird zur Begründung der Konklusion eine Prämisse angeführt, von deren Wahrheit man nur überzeugt sein kann, wenn man schon von der Wahrheit der Konklusion überzeugt ist. Oder anders ausgedrückt: Das Argument (3) ist deshalb kein gutes Argument, weil es uns keinen *unabhängigen* Grund für die Annahme liefert, dass Bielefeld am Teutoburger Wald liegt. In einem stärkeren Sinne ‘gut’ ist ein Argument also offenbar erst dann, wenn es nicht nur schlüssig, sondern auch informativ im Sinne von nicht zirkulär ist. In diesem Zusammenhang wollen wir jedoch diese zusätzliche Forderung nach Informativität nicht stellen, sondern von dem skizzierten schwachen Sinn von ‘gut’ ausgehen, dem zufolge ein Argument schon dann gut ist, wenn es schlüssig ist.

#### **Aufgaben 4**

1. Was unterscheidet schlüssige von gültigen, aber nicht schlüssigen Argumenten? Warum steht in der Logik vor allem die Gültigkeit im Vordergrund?
2. Entscheiden Sie bei jedem der folgenden Argumente, ob es gültig und ob es schlüssig ist. Wenn das Argument zwar schlüssig, aber trotzdem nicht gut ist, versuchen Sie zu erklären, woran das liegt.
  - a) Wale sind Säugetiere.  
Seesterne sind keine Wale.  
Also: Seesterne sind keine Säugetiere.
  - b) Schon Platon lehrte, dass der Leib ein Kerker der Seele ist.  
Also: Der Leib ist ein Kerker der Seele.
  - c) Schon Platon wusste, dass der Leib ein Kerker der Seele ist.  
Also: Der Leib ist ein Kerker der Seele.

- d) Das Breitmaulnashorn ist vom Aussterben bedroht.  
Also: Es regnet oder es regnet nicht.
- e) Das Breitmaulnashorn ist vom Aussterben bedroht.  
Also: Das Breitmaulnashorn ist vom Aussterben bedroht.

## 5 Noch einmal: wahr, gültig, schlüssig

Da die Unterscheidung zwischen ‘Wahrheit’, ‘Gültigkeit’ und ‘Schlüssigkeit’ dem Anfänger aller Erfahrung nach einige Schwierigkeiten bereitet, sollen in diesem Kapitel diese drei Begriffe noch etwas weiter erläutert werden.

In der Alltagssprache wird im Allgemeinen nicht klar unterschieden zwischen den Ausdrücken ‘wahr’ und ‘falsch’ auf der einen und ‘gültig’ und ‘nicht gültig’ auf der anderen Seite. Man spricht ebenso oft von falschen Argumenten und nicht gültigen Konklusionen wie umgekehrt von nicht gültigen Argumenten und falschen Konklusionen. Dieser unentschiedene Sprachgebrauch, der im Alltag meist nicht weiter stört, erschwert jedoch das Verständnis erheblich, wenn wir uns genauer mit der Theorie des logischen Schließens beschäftigen. Aussagesätze z.B. können wir – grob gesprochen – dann wahr nennen, wenn das, was sie besagen, der Fall ist. Wie aber soll man dieses Kriterium auf Argumente übertragen? Argumente selbst besagen nichts, was der Fall oder nicht der Fall sein könnte. Sie dienen nicht dazu, Aussagen zu machen, sondern haben die Funktion, Aussagen bzw. Aussagesätze zu begründen. Im Hinblick auf Argumente lautet die zentrale Frage daher, ob sie dieser Begründungsfunktion gerecht werden oder nicht. Die Antwort auf diese Frage hängt zu einem wesentlichen Teil davon ab, ob zwischen den Prämissen und der Konklusion eine bestimmte Beziehung besteht, nämlich die Beziehung, dass es rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, falls die Prämissen wahr sind. Die Frage nach dem Bestehen dieser Beziehung zwischen verschiedenen Aussagesätzen ist aber etwas ganz anderes als die Frage danach, ob das, was ein einzelner Aussagesatz besagt, der Fall ist oder nicht. Und eben deshalb ist es unange-

messen, auf Argumente die Ausdrücke ‘wahr’ und ‘falsch’ anzuwenden, die nur da einen Sinn haben, wo etwas ausgesagt wird – also bei Aussagesätzen.

Der zweite Punkt betrifft die Unterscheidung von ‘gültig’ und ‘schlüssig’, die auf den ersten Blick vielleicht noch schwerer zu durchschauen ist. Dies hat seinen Grund zunächst darin, dass die Termini ‘gültig’ und ‘schlüssig’ in ihrer Anwendung auf Argumente in der Alltagssprache bei weitem nicht so verwurzelt sind wie die Termini ‘wahr’ und ‘falsch’ in ihrer Anwendung auf Aussagesätze. Die Ausdrücke ‘gültig’ und ‘schlüssig’ wirken daher im Deutschen etwas schwerfällig und vielleicht auch willkürlich; sie sind im Wesentlichen auch nur als der Versuch zu verstehen, für die sehr viel eingespielteren englischen Ausdrücke ‘valid’ und ‘sound’ möglichst brauchbare deutsche Äquivalente zu finden. Die Frage der Terminologie ist jedoch letztlich zweitrangig. Entscheidend ist allein, dass mit den beiden Ausdrücken, so wie wir sie nun einmal gewählt haben, ein wichtiger Unterschied in der Sache bezeichnet wird. Dies wird deutlich, wenn wir uns noch einmal klarmachen, dass man im Hinblick auf die Güte eines Arguments immer zwei Fragen zu beantworten hat:

1. Ist es tatsächlich rational, die Konklusion für wahr zu halten, *falls* die Prämissen wahr sind?
2. Sind die Prämissen wahr?

Erst wenn die Antwort auf beide Fragen ‘Ja’ lautet, haben wir es mit einem Argument zu tun, aus dem hervorgeht, dass es tatsächlich rational ist, die Konklusion für wahr zu halten, und das in diesem Sinne eine Begründung für diese Konklusion darstellt. Ein ‘Ja’ als Antwort auf nur eine der Fragen allein reicht dafür nicht aus.

Dennoch ist es wichtig, diese beiden Fragen klar voneinander zu unterscheiden, da mit ihnen zwei ganz verschiedene Merkmale von Argumenten angesprochen werden. Die erste Frage bezieht sich auf die schon angesprochene Beziehung zwischen den Prämissen und der Konklusion, während es in der zweiten Frage direkt um die Wahrheit der Prämissen geht. Die erste Frage ist also die eigentlich logische Frage, während die zweite

Frage eher eine ‘Frage der Tatsachen’ ist. Und genau dieser Unterschied soll durch die beiden Ausdrücke ‘gültig’ und ‘schlüssig’ festgehalten werden. Wenn die Antwort auf die erste – die im eigentlichen Sinne logische – Frage ‘Ja’ lautet, dann ist das zur Debatte stehende Argument gültig. Gültigkeit bedeutet jedoch nur, dass die Konklusion dieses Arguments begründet ist, *falls* seine Prämissen wahr sind. D.h., Gültigkeit allein garantiert noch nicht, dass diese Konklusion tatsächlich begründet ist. Dafür ist auch noch die Wahrheit der Prämissen erforderlich, d.h. eine positive Antwort auf die zweite Frage. Nur wenn auch die Antwort auf diese Frage ‘Ja’ lautet, ist ein Argument nicht nur gültig, sondern auch schlüssig und stellt damit eine wirkliche Begründung seiner Konklusion dar.

Der dritte Punkt, der hier Schwierigkeiten bereiten kann, hängt mit der Tatsache zusammen, dass mit der Gültigkeit eines Arguments keine kategorische, sondern nur eine *hypothetische* Behauptung über die Beziehung der Wahrheit von Prämissen und Konklusion verbunden ist: *Wenn* die Prämissen wahr sind, *dann* ist es rational, die Konklusion für wahr zu halten. Aus der Wahrheit oder Falschheit der Prämissen allein kann man daher ebenso wenig auf die Gültigkeit oder Ungültigkeit eines Arguments schließen wie aus der Wahrheit oder Falschheit der Konklusion allein. Denn da, wie gesagt, die Gültigkeit eines Arguments nur eine hypothetische Behauptung über die Wahrheit von Prämissen und Konklusion beinhaltet, gibt es (wie die folgenden Beispiele zeigen) nicht nur gültige Argumente mit wahren Prämissen und wahrer Konklusion, sondern auch gültige Argumente mit falschen Prämissen und wahrer Konklusion und ebenso auch gültige Argumente mit falschen Prämissen und falscher Konklusion:

- (1) Aristoteles war ein Philosoph oder ein Musiker.  
Aristoteles war kein Musiker.  
Also: Aristoteles war ein Philosoph.
- (2) Alle Katzen sind Fische.  
Alle Fische sind Säugetiere.  
Also: Alle Katzen sind Säugetiere.

- (3)  $2 + 2 = 4$  und  $2 + 2 = 5$ .  
Also:  $2 + 2 = 5$ .

Trotz der unterschiedlichen Wahrheit bzw. Falschheit der Prämissen und Konklusionen sind alle diese Argumente gültig. Denn alle erfüllen die Bedingung: *Wenn* die Prämissen wahr wären, *dann* wäre es rational, die Konklusion für wahr zu halten. Und dies allein ist für die Gültigkeit eines Arguments entscheidend. D.h., über die Gültigkeit eines Arguments entscheidet nur die *Beziehung* zwischen der Wahrheit der Prämissen und der Wahrheit der Konklusion, nicht diese Wahrheit selbst. Auch wenn die Prämissen und die Konklusion eines Arguments alle wahr sind, besagt dies daher noch nichts über die Gültigkeit dieses Arguments. Denn ebenso wie es gültige Argumente mit falschen Prämissen und falscher Konklusion gibt (siehe oben Beispiel (3)), gibt es auch nicht gültige Argumente mit wahren Prämissen und wahrer Konklusion:

- (4) Einige Deutsche leben in Bielefeld.  
Einige Deutsche sind Lehrer.  
Also: Einige Lehrer leben in Bielefeld.

Und – um noch ein besonders krasse Beispiel zu nehmen:

- (5) Bielefeld liegt am Teutoburger Wald.  
Also: Bielefeld ist eine Großstadt.

Ich denke, diese Beispiele zeigen noch einmal ganz deutlich, dass man Wahrheit und Gültigkeit streng auseinander halten muss. Zum Schluss dieses Abschnitts können wir daher festhalten:

- Ein Aussagesatz ist *wahr* genau dann, *wenn das, was er besagt, der Fall ist*.
- Ein Argument ist *gültig* genau dann, wenn es die Bedingung erfüllt: *Wenn* die Prämissen wahr sind, *dann* ist es rational, auch die Konklusion für wahr zu halten.
- Ein Argument ist genau dann *schlüssig*, wenn es gültig ist *und* alle seine Prämissen wahr sind.